UCR

# VI SIME

## Simposio Internacional en Matemática Educativa

---

**Libro de resúmenes**

22-24 febrero 2023

San José, Costa Rica

CIMM

Centro de Investigación en
**Matemática y**
**Meta-Matemática**

# Libro de resúmenes del VI Simposio Internacional de Matemática Educativa

San José, Costa Rica

22-24 febrero de 2023

## Comité organizador

Dr. William Poveda Fernández

Dr. Rodolfo Fallas Soto

Dra. Helen Víquez Alfaro

Dr. Javier Trejos Zelaya

Dr. Mario Villalobos Arias

# Comité científico

1. Dr. Jason Ureña Universidad de Costa Rica – Costa Rica
2. M. Sc. María José Castillo Universidad de Costa Rica – Costa Rica
3. Dra. Martha García CICATA – México
4. Dr. William Poveda Universidad de Costa Rica – Costa Rica
5. Dr. Guillermo Ramírez Universidad de Costa Rica – Costa Rica
6. Dra. Ruth Rodríguez Tecnológico de Monterrey – México}
7. Dr. Rodolfo Fallas Universidad de Costa Rica – Costa Rica
8. Dra. Daniela Soto Universidad de Santiago de Chile – Chile
9. M. Sc. Jeser Candray Universidad del Salvador - El Salvador
10. Dra. Diana Villabona Universidad Industrial de Santander- Colombia
11. Dr. Alexandre Branco Colégio Marista Rosário-Brasil
12. Dra. Andrea Araya Universidad de Costa Rica – Costa Rica
13. Dr. Mauricio Orozco Instituto Tecnológico Mérida Yucatán-México
14. Dra. Helen Alfaro Universidad de Costa Rica – Costa Rica
15. Dr. Marcel Pochulu Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
16. Dra. Mabel Rodríguez Universidad Nacional de General Sarmiento-Argentina
17. Dr. Fabián Gutiérrez Universidad de Costa Rica – Costa Rica
18. M.Sc. Carlos Fuentes Universidad de San Carlos- Guatemala
19. M.Sc. Bolivar Ramírez Santamaría Universidad de Costa Rica – Costa Rica
20. Dr. Adrián Gómez Arciga Universidad Autónoma de Baja California - México

# Historia y objetivos del SIME

El SIME se realizó por primera vez en febrero del 2014 y nace a raíz de la necesidad de contar con espacios en los cuales docentes e investigadores nacionales e internacionales en Matemática Educativa expongan y compartan sus experiencias académicas en una actividad de difusión y divulgación científica. Se han realizado cinco ediciones: 2014, 2015, 2017, 2019 y 2021; siendo este último un evento virtual con actividades sincrónicas y asincrónicas. En dichas ediciones el evento fue organizado por investigadores del Centro de Investigación en Matemática Pura y Aplicada, sin embargo, dada una reestructuración de los centros de investigación de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, el VI SIME es organizado por el Centro de Investigación en Matemática y Metamatemática (CIMM), el cual está dedicado a la investigación en Educación Matemática.

Dado que la Acción Social es uno de los pilares sustantivos del quehacer de la Universidad y fomenta procesos de aprendizaje y de transformación social con todos los sectores, el VI SIME pretende contribuir a la promoción del desarrollo de la disciplina Educación Matemática en la región a través de la presentación de investigaciones, el intercambio de experiencias, y la exposición de propuestas teóricas y metodológicas llevadas a cabo por profesionales de la Educación Matemática.

En el VI SIME participaron en forma presencial y virtual personas de Estados Unidos, México, El Salvador, Nicaragua, Cuca, Costa Rica, Panamá, Venezuela, Colombia, Brasil y Chile, con 40 ponencias en diversos temas de educación matemática a nivel de primaria, secundaria y universidad. Además, se desarrollaron 16 talleres y tres conferencias impartidas presencialmente por dos investigadores de México y una de Costa Rica. Cada ponencia recibida se sometió a una rigurosa evaluación por pares, fue realizada por el comité científico conformado por 23 personas de diferentes universidades de América y expertos en educación matemática.

# Agradecimientos

Nuestro especial agradecimiento a María Luisa González, jefa administrativa del CIMM.

A Javier Trejos, director de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica por impulsar la organización del VI SIME.

A Ibux Sánchez, de la Oficina de Divulgación e Información de la Universidad de Costa Rica.

A Julia Paola Barrantes de la Vicerrectoría de Acción Social de la Universidad de Costa Rica.

A Andrea Araya, directora del CIMM.

A la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

Al Comité Científico del VI SIME.

A todas las personas estudiantes de las carreras Enseñanza de la Matemática y Educación Matemática que desinteresamente participaron en la organización y realización del VI SIME, en especial a Luis Diego Chavarría, Aarón Vargas y Joselyn Campos.

# Tabla de Contenido

## Conferencias



## Ponencias

# Talleres A



# Talleres B



# Talleres C

# Conferencias

## CONFERENCIA: EL RAZONAMIENTO COVARIACIONAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE TECNOLOGÍAS DIGITALES

Dra. Martha Leticia García Rodríguez

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología de Avanzada (CICATA - IPN)

Resumen: En el campo de la educación matemática se considera que el razonamiento y la resolución de problemas son habilidades cognitivas que pueden ser apoyadas a partir de la percepción de los estudiantes al observar y explorar construcciones en ambientes dinámicos, en esta charla abordaremos algunos aspectos teóricos y metodológicos para analizar estas habilidades de razonamiento.

## CONFERENCIA: CONOCIENDO LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN PARA PROFESORES DE MATEMÁTICA EN COSTA RICA: OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE, CREENCIAS Y COMPETENCIAS PROFESIONALES

Dra. Helen Víquez Alfaro

Universidad de Costa Rica

Resumen: Informes recientes y resultados de pruebas internacionales han revelado que el desempeño de los estudiantes costarricenses en la disciplina de matemática es bastante pobre. Para mejorar el rendimiento, es indispensable trabajar en corregir uno de los factores que más influye en el aprendizaje: la calidad de la enseñanza, el cual está ligado con la calidad de formación que reciben los docentes que la imparten. A grandes rasgos, diferentes marcos teóricos mencionan que la formación de docentes de matemática debe integrar los conocimientos matemáticos y los conocimientos pedagógico-matemáticos, además de competencias profesionales que brinden a los docentes herramientas para la toma de decisiones didácticas pertinentes. En un estudio realizado con 80 futuros docentes de tres universidades públicas, los participantes señalaron las oportunidades de aprendizaje a las cuáles tuvieron acceso, los contenidos que estudiaron, expresaron sus creencias sobre la matemática y su aprendizaje, y resolvieron tareas sobre conocimientos y habilidades para la enseñanza de las matemáticas. Los resultados, evidenciaron que, tal y como se establece en informes recientes, existen diferencias significativas en los contenidos ofrecidos por los planes de estudios, los métodos de enseñanza y en el

desempeño de los participantes en las tareas según la universidad de procedencia. También, se evidencia la poca preparación que reciben los futuros docentes de matemática sobre el uso de la evaluación y la enseñanza de personas de diversos contextos.

## CONFERENCIA: UN MODELOS DE DOCENCIA EN MATEMÁTICA BASADO EN PRACTICAS Y FUNDAMENTADO EN LAS PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Dr. Javier Lezama Ándalon

Universidad Autónoma de Guerrero

Resumen: En esta charla recogemos elementos producto de la investigación desde el enfoque socioepistemológico sobre la actividad docente como fenómeno sociocultural que le permite al profesor proponer un rediseño el discurso matemático escolar en donde el docente reconocer al conocimiento matemático como constructo social, basado en prácticas concretas.

# Ponencias

# ANSIEDAD HACIA LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS: UNA COMPARACIÓN ENTRE ESTUDIANTES MASCULINOS Y FEMENINOS

Autor: Román Serrano Clemente.

Institución: Bachillerato General Oficial Cadete Juan Escutia, SEP.

Correo: clemente1008@gmail.com

Palabras Clave: Ansiedad, ansiedad matemática, ansiedad ante los exámenes, diferencias de género, ansiedad y contenido matemático, ansiedad matemática en mujeres.

**Resumen:**

La ansiedad hacia las matemáticas (AM) es un estado afectivo que experimenta un individuo en situaciones relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas. Actualmente la AM es un constructo definido y diferenciado, pero en su origen, estuvo ligada a la ansiedad ante los exámenes. Diversos estudios revelan que las mujeres presentan mayor AM, por ende, hacia los exámenes, aunque algunos estudios revelan que no es necesariamente porque las mujeres sean más ansiosas sino porque estas tienen más propensión a manifestarlo. Una consecuencia de esto se manifiesta en las diferencias de género en la elección de la carrera profesional. Esto ha hecho que los estudios de género sean de interés en las investigaciones sobre AM. Este trabajo, con un enfoque metodológico mixto, tiene el propósito de aportar evidencia acerca de las diferencias de género de la relación entre la AM y la ansiedad ante los exámenes de matemáticas en estudiantes mexicanos de Bachillerato y su relación en diferentes contenidos matemáticos.

## 1. Introducción

Los factores (dimensiones) que causan ansiedad son diversos y entre ellos, existe una que aparece de manera recurrente en los estudiantes, la cual se refiere a la ansiedad que presentan cuando están en situación de examen. La ansiedad ante los exámenes (AEM) es una señal que aparece al percibir una inadecuada preparación. Actualmente la ansiedad matemática (AM) es un constructo bien definido y diferenciado, pero en el pasado estuvo ligada a la AEM y estos pueden estar relacionados, de manera que si un alumno sufre AM es probable que también sea ansioso ante situaciones de examen (Jain y Jensen, 2006). En este contexto, diversas investigaciones se han enfocado en estudiar diferencias de género en la AM, por ejemplo, Wigfield y Meece (1988) estudiaron la AM en alumnos de educación primaria y secundaria encontrando que las alumnas presentaban más síntomas visibles (nervios, tensión, incomodidad) que los niños. En algunos trabajos (Hackett, 1985) se ha concluido que la AM es predictiva del comportamiento de los alumnos en temas relacionados con la asignatura de matemáticas. De este modo, alumnos capacitados para las matemáticas deciden evitarlas, reduciendo sus opciones de elección de carrera universitaria. Este fenómeno se produce especialmente en las mujeres, ya que son ellas las más afectadas por la AEM. Existe evidencia que, aunque las mujeres afirman tener más experiencias de AM que los hombres se debe, no necesariamente a que sean más ansiosas, sino a que son más propensas a admitirlo (Perina, 2002).

Pero ¿a qué edad comienza o se manifiesta la ansiedad matemática? Con base en los resultados de algunos estudios, la respuesta es que puede aparecer cuando el alumno es requerido a responder una pregunta o resolver un problema, sintiéndose castigado. Un estudio demostró que entre los 8 y 9 años comienza un grado de aprensión y a medida que se avanza en la conceptualización matemática pueden notarse más elevados estos grados de aprensión, y que continúan hasta poder condicionar su vida profesional futura, evitando desarrollar estudios técnicos o relacionados con las ciencias, o peor aún, determinar a lo largo de la vida, a una persona con ansiedad matemática a evitar cualquier aspecto matemático (Valdizán y Rodríguez, 2012).

A pesar de que el estudio sobre la AM se inició hace más de 40 años sigue siendo un tema de plena actualidad. Por lo tanto, el objetivo de esta investigación es aportar evidencia acerca de las diferencias de género de la relación entre la AM y la AEM en estudiantes mexicanos de Bachillerato tomando en cuenta distinto tema de matemáticas: geometría plana, analítica, estadística y razonamiento matemático.

## 1. Método

Participaron 169 estudiantes, ambos géneros, de diversos grados escolares del Bachillerato General de la ciudad de Puebla, México. Ellos estudiaban diferentes asignaturas de matemáticas.

Se utilizó The Mathematics Anxiety Rating Scale versión corta (MARS – a, Richardson y Suinn, 1972) con 30 ítems en escala tipo Likert y la Escala de AEM (EAE, Furlan, Heredia, Piemontesi, &Volker, 2010), diseñada en un formato tipo Liker. Tiene 30 ítems agrupados en cuatro factores. La EAE se usó con el propósito de corroborar el papel de la AEM. Asimismo, se diseñó un cuestionario para llevar a cabo entrevistas realizadas mediante grupos focales formados.

## 2. Resultados

Los 30 ítems se organizan en una estructura hexafactorial, en este sentido uno de los factores se refiere a la AEM y otro a la proximidad de exámenes. Respecto a la evaluación de la AM, los factores de la MARS donde los participantes tuvieron las puntuaciones más elevadas fueron AEM (media= 1.54, ds= .70) y ansiedad ante la proximidad de un examen (media = 1.85, ds= .83). Esto se confirmó con un análisis de varianza (F (5,1008) = 25.57, con $p = .00$). Observándose en ambos factores que la respuesta más frecuente fue experimentar *bastante* ansiedad, que correspondía al punto 2 de la escala de la MARS, en las situaciones descritas en sus ítems. Los resultados en la EAE corroboran los hallazgos obtenidos en la MARS. Se encontró una correlación significativa entre los puntajes totales de AM y los de AEM ($r = .50$, $p = .00$).

Al analizar los datos obtenidos, según el género de los participantes, en AM y en los distintos factores o dimensiones que la componen, así como en AEM, se halló que hay diferencias en las puntuaciones medias de las variables analizadas, sin embargo, aunque predominantemente las diferencias no fueron muy grandes, las puntuaciones altas correspondieron en pocos casos a las alumnas, específicamente en: AEM (Media= 1.5 (ds= .72) y Media =1.58 (ds= .69)) y en el puntaje total en AEM (Media = 6.64 (ds= 2.1) y 7.3 (ds= 2.4)), en ambos casos el primer valor es de las estudiantes.

Además, se encontraron diferencias de género en la relación entre AM y AEM (Tabla 1), igualmente al disgregar por contenido matemático, las correlaciones son más altas y más significativas en las alumnas.

Tabla 1.- Correlaciones entre AM y AEM por género y tema matemático.

| Variables correlacionadas | Estudiantes masculinos | Estudiantes femeninos |
|---|---|---|
| AM y AEM | $r = .46^{**}$ | $r = .60^{**}$ |
| AM – AEM en geometría plana | $r = .62^{**}$ | $r = .43$ |
| AM – AEM en geometría analítica | $r = .38$ | $r = .81^{**}$ |
| AM – AEM en estadística | $r = .15$ | $r = .52^{*}$ |
| AM – AEM en razonamiento matemático | $r = .35$ | $r = .45^{*}$ |

* $p < .05$ ** $p < .01$

Fuente: creación propia

## 3. Conclusiones

Se observó que el factor que más influye en la AM tiene que ver con los exámenes, tanto en la situación referente de presentarlo como en la proximidad de su realización, corroborando estos datos, con las respuestas de las entrevistas. Resultados como los de este estudio también estimulan y ayudan a fundamentar el diseño de propuestas de intervención encaminadas a ayudar a los alumnos a controlar sus respuestas de ansiedad en el contexto escolar. Referente al género, los hallazgos obtenidos en este trabajo aportan evidencia que contradice lo que distintos autores plantean respecto a que se han encontrado diferencias en AM siendo más alta en las alumnas.

## 4. Referencias

Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. CurrentDirections in PsychologicalScience, 11, 181-185.

Banguis, G. A. y Abao, Denis, T. A. (2018). Mathematics anxiety and students' academic achievement in a reciprocal learning environment. International Journal of English and Education, 7 (3), 112-124.

Furlan, L. (2006). Ansiedad ante a los exámenes: ¿Qué y cómo se evalúa? Evaluar, 6, 32–51. https://doi.org/10.35670/1667-4545.v6.n1.533

Heredia, D., Piemontesi, S., Furlan, L., y Hodapp, V. (2008). GTAI-A: Adaptación del Inventario Alemán de Ansiedad Frente a los Exámenes. Evaluar, 8, 46 – 60.

Mammarella, I., Caviola, S., Dowker A., (2019). Mathematics Anxiety. What is known and what is still to be understood. Routledge. https://doi.org/10.1080/00071005.2019.1622307

Monje, J., Pérez, P., Castro. E (2012). Resolución de problemas y ansiedad matemática: profundizando en su relación. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 32, 45-62. http://funes.uniandes.edu.co/15910/1/Monje2012Resoluci%C3%B3n.pdf

Pérez-Tyteca, P., Castro, E., Segovia, I., Castro, E., Fernández, F. y Cano, F. (2009). El papel de la ansiedad matemática en el paso de la educación secundaria a la educación universitaria. PNA, 4(1), 23-35.

Richardson, F.C., &Suinn, R.M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale. Journal of CounselingPsychology, 19, 551–554.

# PROGRAMA DE TELEVISIÓN SOBRE LAS NOCIONES BÁSICAS DE FUNCIONES PARA CURSOS INICIALES DE MATEMÁTICA UNIVERSITARIA

Autores: Rebeca Ventura Saravia; Adolfo Rojas Cruz.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: rebeca.ventura@ucr.ac.cr, victor.rojascruz@ucr.ac.cr

Palabras Clave: Funciones, Programa de Televisión, Precálculo, Conexiones, Representaciones, Anticipación.

**Resumen:**

Ante la necesidad de complementar la formación inicial de las personas estudiantes de la Universidad de Costa Rica (UCR), sobre funciones en una variable real; se diseñó y emitió, un nuevo programa de televisión en el Canal Quince UCR llamado Campus 2.0. Algunas de las temáticas fueron: concepto de relación, dominio, ámbito, gráfico, gráfica, monotonía de una función, función inversa, composición de funciones y entre otras. Durante el 2021 y 2022, se grabaron 26 episodios de 30 minutos cada uno. Campus 2.0 fue diseñado e implementado por docentes de la Escuela de Matemática de la UCR, sin experiencia en televisión, para eso se tuvo que investigar y seleccionar estrategias que hicieran atractivo, educativo y accesible cada episodio según la temática. Actualmente, los episodios están disponibles en la página web del Canal Quince UCR, han sido utilizados en cursos universitarios y en proyectos de Acción Social.

## 1. Introducción

Ante la emergencia nacional sanitaria y procurando la accesibilidad de la educación a las personas que no poseen una señal estable de internet para recibir una clase virtual de matemática, se diseñó un programa de televisión que fuera transmitido por el canal oficial de la UCR. Es el primer programa de televisión del país que no es una clase magistral grabada y presenta la interacción entre dos docentes de matemática.

Campus 2.0 es una iniciativa que complementa y apoya las clases universitarias de temas relacionados con funciones en una variable real; en particular, Precálculo y Cálculo. Su pertinencia se fundamenta en la necesidad de mejorar los conocimientos previos sobre funciones; además, enseñar y profundizar temáticas que el programa oficial de Precálculo tuvo que recortar durante el 2020 y 2021 para adaptar el curso a la modalidad virtual. Aunque el programa concluyó su transmisión en el 2022, actualmente es un material audiovisual que apoya cursos de matemática de la UCR y pueden ser utilizados en otros contextos de aprendizaje. Por tanto, Campus 2.0 se establece como un programa sin precedentes que estudia, discute y analiza la actividad matemática de funciones en una variable real.

## 2. Marco Teórico

Las funciones de una variable real son un concepto central de los cursos de Precálculo y Cálculo; puesto que permite establecer conexiones entre objetos matemáticos. En este sentido, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2009), establece las funciones como una herramienta para razonar y comprender matemática haciendo uso de las múltiples representaciones de una función. Por esta razón, en cada episodio de Campus 2.0, se utilizó, comparó y transitó entre las representaciones de una función dependiendo del contexto y su pertinencia. En esta línea, los episodios se diseñaron por conceptos de funciones y no por tipo de funciones para procurar detallar los conceptos y resaltar sus características en las funciones elementales. Esta propuesta busca establecer conexiones entre conceptos algebraicos y funciones. De acuerdo con la NCTM (2009), "Students need to establish connections among different representations, for example, the relationship among the zeros of a function, the solution of an equation, and the x-intercepts of graphs" (p.41).

Aunque no se contó con estudiantado en momentos de grabación, las tareas matemáticas y diálogos construidos tomaron en cuenta las Cinco Prácticas para Orquestar Discusiones Productivas en Matemática (Smith y Stein, 2011). En particular, se consideró la práctica de anticipar entendida como "en hacer un esfuerzo para prever de manera activa la forma en que los estudiantes pudieran abordar matemáticamente la tarea o tareas educativas en las que estarán trabajando" (p.8). Esta práctica se realizó entre los docentes que desempeñarían el papel de presentadores.

> Algunos docentes descubren que resulta útil tanto abordar la tarea junto con otros colegas, a fin de ampliar lo que ellos pudieran individualmente estar pensando, como revisar las respuestas que pudiesen estar disponibles (por ejemplo, a través del trabajo elaborado por los estudiantes el año anterior, mediante las respuestas y las tareas publicadas en materiales suplementarios) y además consultar los trabajos de investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes concerniente con las ideas matemáticas involucradas en la tarea. (Smith y Stein, 2011, p.8)

## 3. Metodología

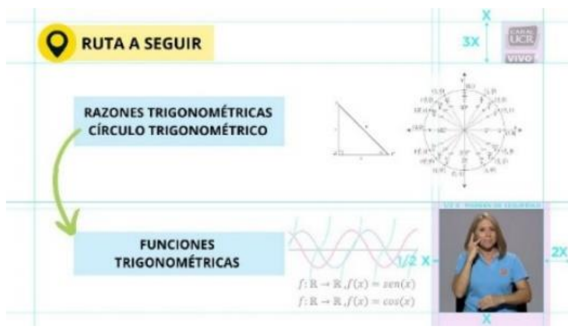
Este proyecto fue dirigido a estudiantes que cursarán o están cursando Precálculo y/o Cálculo en la UCR; en particular, a los estudiantes cuyo plan de estudios no solicita Precálculo como requisito para matricular Cálculo. Se organizó en tres etapas y contó con un equipo de docentes del Departamento de Educación Matemática de la Escuela de Matemática de apoyo de revisión.

Durante la primera etapa, se realizó una búsqueda de los medios audiovisuales existentes que buscan apoyar la formación matemática en el país y páginas web/canales más influyentes en Internet. De ahí, se identificaron diferentes elementos que podría hacer el programa novedoso. Por ejemplo, se decidió la forma en la que las personas docentes organizarían la clase y cómo interactuarían entre ellos para evitar reducir el programa a una clase magistral difundida por televisión. Esta etapa duró aproximadamente cuatro meses y durante ella se realizaron al menos cinco pruebas piloto que permitieron consolidar el estilo del programa. Estos ensayos permitieron que las personas docentes se entrenaran como presentadores.

En la segunda etapa, se seleccionaron, dividieron y organizaron los episodios por temáticas. Debido a que los docentes cuentan con experiencia enseñando Precálculo y Cálculo, escogieron aquellas temáticas que se han eliminado de estos cursos o no se les da tanto énfasis.

Finalmente, en la tercera etapa se grabó un nuevo episodio cada dos semanas. Para grabar un episodio se requirió revisar artículos científicos con propuestas didácticas sobre la enseñanza del concepto del episodio, elaboración del primer borrador del planeamiento, revisión del borrador por parte de algunos docentes de apoyo y realizar los cambios según las sugerencias. Así finalmente, se construyó un guion con los elementos requeridos por el Canal, la presentación en CANVA siguiendo el formato solicitado (Ver Figura 1) y otros recursos de apoyo visual.

**Figura 1.** Formato de cada diapositiva




Fuente: Elaboración propia.

## 4. Resultados de la experiencia

Dada la construcción de cada episodio y el trabajo requerido para elaborar cada episodio, el programa es un referente sobre una alternativa de una clase de matemáticas por televisión que cuenta con una interacción entre dos personas docentes mediante preguntas que podrían hacer el estudiantado de la temática. Además, brinda herramientas e ideas de clase a personas docentes que pueden implementar en un aula universitaria y en secundaria. Por ejemplo, un posible uso a la pizarra inteligente, uso de softwares dinámicos para desarrollar conjeturas, alternativas de organización de una clase, tareas matemáticas que se pueden plantear, tipos de preguntas que se pueden construir y tipos de razonamientos que se pueden potenciar. Campus 2.0, enfatiza en una formación matemática sustentada en la comprensión de los conceptos y procedimientos, de tal forma que la persona estudiante conecte los objetos matemáticos en distintos contextos y representaciones. Se establece como un referente de cómo discutir la actividad matemática en clase y por televisión, analizar errores y propuestas de solución de ejercicios.

## 5. Reflexiones

El material audiovisual producido requirió el esfuerzo de un colectivo, tanto docentes de la Escuela de Matemática como profesionales en Comunicación y Diseño Gráfico. Campus 2.0, fue un proyecto que retó al equipo de camarógrafos que nunca había grabado una clase y a un equipo de docentes sin formación en medios de comunicación. La elaboración de la serie demandó una constante revisión de propuestas de clase reportados en las investigaciones actuales, la enseñanza de las funciones y una alternativa de construcción de conocimientos sobre funciones. Además, establece una resignificación del rol docente en una clase grabada por televisión; de ahí que, permite reflexionar sobre la gestión de una clase de matemáticas sin estudiantes. De esta manera, el producto del proyecto permite extender sus usos, entre ellos: para iniciar una discusión en un aula de matemática, creación de talleres dirigidos a profesores de matemática, análisis de lenguaje matemático, análisis de tareas matemáticas de funciones y entre otras.

## 6. Referencias bibliográficas

Cooney, T., Beckmann, S. & Lloyd, G. (2010). Developing Essential Understanding of Functions for Teaching Mathematics in Grades 9-12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2009). Focus in high school mathematic: Reasoning and sense making. Reston, VA.

Smith, M. y Stein, M. (2011). 5 prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

# PROCESOS DE RESOLUCIÓN DETERMINANTES DE LA DIFICULTAD DE PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO EN CONTEXTO MATEMÁTICO

Autores: Luis Rojas Torres; Karol Jiménez Alfaro; Kenner Ordóñez Lacayo; Marisela Valverde García; Guarner Rojas Rojas.

Institución: Escuela de Matemática e Instituto de Investigaciones Psicológicas, Universidad de Costa Rica.

Correo: luismiguel.rojas@ucr.ac.cr, karol.jimenez@ucr.ac.cr, kenner.ordonez@ucr.ac.cr, marisela.valverde@ucr.ac.cr, guaner.rojas@ucr.ac.cr

Palabras Clave: Dificultad de ítems, problemas matemáticos, atributos de ítems, procesos de resolución, generalización.

**Resumen:**

Los problemas de razonamiento en contexto matemático (RCM) demandan distintos procesos para su resolución, pero solo algunos de ellos impactan directamente la dificultad de estos problemas. En este estudio se determinaron los procesos involucrados en 31 ítems de RCM. Posteriormente, se estimó un modelo logístico lineal del test para determinar la influencia de los procesos establecidos en la dificultad de los ítems (n=12800). Se obtuvo que la recuperación de conocimientos no aritméticos y los procesos de lectura complejos elevaron la dificultad, al igual que procesos propios de la resolución como a) identificar una regla de formación en formato de función, b) construcción de contraejemplos o c) verificar el cumplimiento de una regla en un caso dado. Este trabajo permitió analizar el nivel de influencia de distintos procesos en la dificultad de problemas, por medio de una técnica estadística poco utilizada.

## 1. Introducción

El proceso de estimar la dificultad de una pregunta o problema es una situación que demanda un gran conocimiento del área y de la población evaluada. Cuando las personas evaluadoras no logran determinar apropiadamente el nivel de dificultad real, se generan evaluaciones que pueden perjudicar a la persona examinada, ya que se puede presentar una sobrecarga de reactivos con dificultades altas.

Por otro lado, desde el punto de vista de la validez es importante contrastar el aporte de los procesos que evalúa el reactivo y de los elementos ajenos al proceso de resolución, para así determinar si realmente se está evaluando un problema matemático. Por ejemplo, en algunos casos, la dificultad de los problemas reside principalmente en la decodificación del texto o la computación algebraica, en lugar del proceso de construcción y ejecución de la heurística subyacente al problema (Dwyer et al., 2013).

En este trabajo se pretenden analizar la influencia de los procesos de resolución en la dificultad un subconjunto de problemas utilizados en la Prueba de Aptitud Académica (PAA) de la Universidad de Costa Rica (UCR). Estos problemas se clasifican en cuatro categorías: generalización, verificación, indagación y representación (Jiménez et al., 2018).

## 2. Aspectos teóricos

Este trabajo está asociado a la teoría de resolución de problemas. Según Schoenfeld (1985) un problema es el proceso que desarrolla un individuo para llegar a una meta, que no sabe cómo alcanzarla. El trabajo seminal de Polya (1945) indica que las etapas para la resolución de un problema son la comprensión, el planteamiento de una estrategia, la ejecución de la estrategia y la verificación del resultado.

En el caso de los problemas de la PAA, hay una alta demanda de la etapa de planteamiento de la estrategia; una vez desarrollada esta fase, la ejecución y la verificación son muy inmediatas. Este tipo de estrategias son las que definen los tipos de problemas mencionados previamente. Los de generalización se dirigen al descubrimiento de patrones, los de representación a la construcción y análisis de representaciones, los de verificación al análisis de valores de verdad de proposiciones y la indagación al planteamiento de estrategias de resolución de situaciones en las que hay plantear y analizar varios escenarios (Jiménez et al., 2018).

## 3. Metodología

La primera etapa de la investigación fue la definición de los procesos de resolución de los ítems. Para esto se trabajó con un grupo inicial de 24 ítems (6 por cada categoría de problema considerado). Estos ítems fueron resueltos por 4 profesionales en enseñanza de la matemática independientemente. En esta solución se solicitó plantear el procedimiento esperado en el estudiantado al que se le iban a aplicar los reactivos (estudiantes de último año de secundaria). Luego de la solución, los expertos determinaron grupalmente cuáles eran los procesos de resolución observados en los reactivos, según tipo de problemas.

En segundo lugar, se realizó un análisis de los ítems aplicados en la fórmula 1 de la PAA 2019. En este análisis, los expertos determinaron la presencia de los procesos definidos previamente en los ítems de dicha fórmula. Además, analizaron la presencia de demandas procedimentales no consideradas en el proceso de resolución de problemas, como recuperación de conocimientos no aritméticos y procesos de lectura complejos.

Por último, se utilizó la base de datos de respuestas de la fórmula 1 de la PAA 2019 (n=12800), para estimar un modelo logístico lineal del test (LLTM). Este modelo permite determinar el aporte de cada proceso a la dificultad de los ítems.

## 4. Resultados

### Procesos de razonamiento

Luego del análisis de jueces, se observó que en el bloque de 31 ítems analizados en este estudio había 13 procesos de razonamiento. Estos procesos, según tipo de problema, fueron:

- Representación: organizar la información, inferir con base en la representación y completar la representación.
- Indagación: generar un dato auxiliar, utilizar un algoritmo de aproximación, determinar los casos implícitos y analizar el caso extremo
- Verificación: análisis directo de las proposiciones, análisis basado en la búsqueda de un contraejemplo y probar el cumplimiento de una regla
- Generalización: identificar una regla de formación recursiva, identificar una regla de formación dependiente de la posición y extrapolación del patrón.

Una vez definidos los procesos de razonamiento, se estimó el LLTM. En este modelo se consideraron los 13 procesos como predictores y 5 procesos de demandas procedimentales (recuperación de conocimientos no aritméticos y procesos de lectura complejos) o características de los ítems (presencia de relaciones algebraicas en formato textual, longitud y presencia de negación).

El análisis LLTM indicó que las demandas procedimentales aumentaron la dificultad de los ítems. Los procesos que aumentaron la dificultad de los ítems considerablemente, según tipo de problema fueron:

- Representación: inferir con base en la representación y completar la representación.
- Indagación: utilizar un algoritmo de aproximación y determinar los casos implícitos y analizar el caso extremo.
- Verificación: análisis directo de las proposiciones, análisis basado en la búsqueda de un contraejemplo y probar el cumplimiento de una regla
- Generalización: identificar una regla de formación dependiente de la posición.

Por último, la correlación de la dificultad obtenida con el LLTM y la dificultad directa con el modelo de Rasch fue de .89.

## 5. Discusión

Con respecto a las demandas procedimentales se observó que la demanda de recuperación de conocimiento algebraico y la complejidad del texto aumentaron la dificultad. Este efecto era muy predecible, debido a que ambos atributos provocan que los examinados realicen procesos cognitivos adicionales. De hecho, el efecto del conocimiento ya había sido observado en Rojas (2013). En vista de estos resultados, se debe analizar cuál es el porcentaje de la dificultad de los ítems derivadas de estos atributos y cuál el porcentaje proveniente de los procesos de razonamiento, ya que la dificultad del ítem debe estar basada en estos últimos. Un ítem de resolución de problemas, cuya dificultad no esté determinada por el enfrentamiento sustantivo a la situación, tiene un problema considerable de validez.

Por otro lado, se observó que la mayoría de los procesos planteados de resolución de problemas tienen una contribución en la dificultad de los ítems. Lo anterior indica que los reactivos que contienen este tipo de procesos si realizarán una evaluación de resolución de problemas. La situación para analizar es la asociada a los reactivos que tienen procesos que no aportan a la dificultad, en estos ítems es probable que dichos procesos sean muy familiares para la población y, por ende, no estén provocando el desequilibrio cognitivo que caracteriza a un problema.

## 6. Referencias


Dwyer, C.; Gallagher, A.; Levin, J.; y Morley, M. (2003). What is Quantitative Reasoning? Defining the Construct for Assessment Purposes. Research Reports. Educational Testing Service.

Jiménez, K., Rojas-Rojas, G., Brizuela, A., y Pérez, N. (2018). Validación de un modelo de cuatro estrategias de resolución de ítems de razonamiento en una prueba estandarizada de selección. Revista Costarricense de Psicología, 37(1), 77-88. doi:10.22544/rcps.v37i01.04

Rojas, L. (2013). Predicción de la dificultad de la Prueba de Habilidades Cuantitativas. Matemática, Educación e Internet, 13(1), 14 pp. doi: 10.18845/rdmei.v13i1.1627

Polya, G. (1945). How to Solve It (2nd ed.). Princeton University Press, Doubleday Anchor Books.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando Academic Press.

## AGRUPACIÓN DE FRACCIONES CON DISTINTA PARTICIÓN

Autoras: María de Jesús González-Pulgarón; Rebeca Flores-García .

Institución: Escuela Normal Veracruzana "Enrique C. Rébsamen" Unidad de Estudios de Posgrado.

Correo: profa.marichuypulgaron@gmail.com, rebefg@gmail.com

Palabras Clave: Socioepistemología, situación de aprendizaje, prácticas socialmente compartidas.

**Resumen:**

El trabajo con fracciones en nivel primaria constituye uno de los temas con mayor necesidad de atención en el aula, constantemente se buscan estrategias para abordarlas de manera que favorezcan la construcción de conocimientos significativos. En este trabajo se presentan los resultados de la implementación de una situación de aprendizaje (SA) para tratar la agrupación de fracciones con distinta partición en tercer grado de primaria. Ello condujo a hacer un acercamiento desde la Teoría Socioepistemológica, apoyándose en las prácticas asociadas al saber matemático escolar, después de haber desarrollado una problematización de ese saber. Se recurrió al estudio de casos como estrategia metodológica para llevar a cabo la implementación con los estudiantes. Entre los resultados encontramos rasgos de los mecanismos precursores (partición, equivalencia, formación de una unidad divisible) que dan cuenta de la articulación que estas guardan, así como la necesidad de introducirlas en el tratamiento inicial con la agrupación de fracciones.

### 1. Introducción

La enseñanza y el aprendizaje de la agrupación de fracciones con distinta partición es un tema que ha dado lugar a varias dificultades como se reporta en la literatura. Al respecto, Rueda (2018) enfatiza que los estudiantes no tienen clara la operatividad con fracciones, ya que cuando agrupan fracciones con distinta partición no se dan cuenta que los denominadores deben tener particiones comunes para poder juntar las fracciones, adicional a ello; señala que prevalece una extensión lógica de la suma de números naturales (predominio en la cardinalidad del numerador y denominador) por lo que resulta común en los estudiantes querer operar fracciones de manera aditiva, considerando el algoritmo de los números naturales. Al respecto, Fandiño (2009) reporta dificultades donde se destaca cómo desde hace décadas se propuso no dar explicaciones a los estudiantes sobre el significado de $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, sino únicamente la regla para efectuarla, por lo que ella destaca que "es necesario dar siempre sentido a lo que se está haciendo y esto sucede a través del manejo de varios registros semióticos y con la implicación personal del estudiante en la construcción del propio conocimiento" (Fandiño, 2009, p. 146). Es decir, el mismo algoritmo en sí ya representa un problema para el estudiante. De ahí surge el interés por analizar el algoritmo de la suma de fracciones con distinto denominador y resignificarlo a través de las prácticas socialmente compartidas como una agrupación de fracciones con distinta partición, que se materializa mediante el diseño e implementación de una SA, apoyadas en la perspectiva socioepistemológica, la cual de acuerdo con Cantoral, Reyes – Gasperini y Montiel (2014) estudia los fenómenos didácticos vinculados a la matemática a través de la problematización y la describen a esta como un minucioso examen del saber.

## 2. Marco teórico

En la Matemática Educativa reconocemos una diversidad de teorías que estudian los fenómenos educativos, en nuestro caso nos apoyamos en la Teoría Socioepistemológica, la cual pretende consolidar la modificación de las acciones que como docentes tenemos respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta teoría es vista como una herramienta eficaz para interpretar y analizar los fenómenos didácticos relativos al saber matemático (Cantoral y Farfán, 2003a). Desde esta teoría, el saber se problematiza tomando en cuenta cuatro dimensiones: didáctica, cognitiva, epistemológica y social; lo cual hace posible identificar las prácticas socialmente compartidas que configuran un saber matemático. Dichos elementos orientaron la configuración e implementación de la SA, con la intención de emular actividades en las cuales emergiera un saber, promoviendo que el estudiante estuviera *en situación*, y así ejecutar los saberes desde lo intuitivo hasta su formalización.

## 3. Metodología

El trabajo se caracteriza por ser de naturaleza cualitativa. Para llevarlo a cabo, recurrimos al estudio de caso, de tipo observacional, ya que se apoya de la observación participante como la técnica principal para recolectar los datos, como lo plantean Rodríguez, Gil y García (1996).

La investigación se desarrolló en cuatro fases: Fase 1: Se llevó a cabo la problematización del saber matemático escolar. Aquí se encontró que desde la *dimensión didáctica* fue posible reconocer tradiciones y elementos apegados al Discurso Matemático Escolar que a la larga dificultan el aprendizaje, tales como iniciar con el reparto de figuras estándares y plantear el concepto de fracción desde la perspectiva parte todo, pero también dio luces de las prácticas relacionadas con el saber, como la importancia de agrupar y desagrupar partes para la formación de la unidad divisible; desde la *dimensión cognitiva*, se identifican como dificultades las diferentes representaciones gráficas de las fracciones así como una tendencia a operarlas como si fueran números naturales, por lo tanto, los estudiantes necesitan apropiarse del significado de fracción antes de empezar a agruparlas. En tanto, la *dimensión epistemológica* remarca la importancia de efectuar comparaciones para encontrar una partición común que permita establecer equivalencias para realizar agrupaciones; mientras que la *dimensión social* permitió enmarcar el diseño en una actividad de la cotidianidad del estudiante que le fuera familiar. Fase 2: Una vez visualizadas las prácticas socialmente compartidas: *comparar, equivaler* y *agrupar,* se construyó la SA, atendiendo a una evolución pragmática que se correspondiera con cada una de las etapas que la conforman. El diseño se pensó para un grupo de tercer grado que no tuviera antecedentes del concepto de fracción, a fin de comprobar que los mecanismos precursores (partición, equivalencia, formación de una unidad divisible) propuestos por Kieren (1988), son la base para el desarrollo de cálculos con fracciones. Fase 3: La implementación de la SA se llevó a cabo con tres estudiantes del tercer grado de primaria, de la comunidad El Palmar, municipio de Puente Nacional en el estado de Veracruz; México. Fase 4: El análisis de los resultados consistió en identificar los alcances y limitaciones del diseño, así como las dificultades enfrentadas en la implementación de la SA.

## 4. Resultados de la experiencia

Al implementar la SA se observó que las actividades de la *etapa factual* permitieron a los estudiantes experimentar con el saber y emprender acciones de carácter intuitivo para resolver las tareas, también fueron capaces de establecer equivalencias sencillas, identificar qué partes conforman un todo, así como reconocer la unidad de referencia con la que estaban trabajando. Las agrupaciones fueron parte de los resultados que tuvieron lugar en esta etapa, aunque no eran el objetivo de esta. Durante la *etapa procedimental*, la SA se enfocó en la equivalencia como un mecanismo indispensable para la agrupación de particiones de distinta naturaleza, dicha actividad requirió del apoyo de material gráfico para poder visualizar las diferentes particiones y equipararlas. En la *etapa simbólica*, nos dimos cuenta que la SA requería más tareas de representación gráfica de la agrupación de equivalencias para hacer viable su transición hacia la representación numérica y así lograr que el estudiante otorgara un nuevo significado a la suma de fracciones con distinto denominador, entendido como una agrupación de fracciones con distinta partición.

## 5. Reflexiones

Con la implementación del diseño nos dimos cuenta que para los estudiantes del tercer grado, al no contar con nociones previas sobre fracciones, tendrían que proponerse tareas para el reconocimiento de la unidad de referencia y la equivalencia de fracciones. También percibimos que la SA implementada requería que los estudiantes tuvieran conocimientos previos sobre fracciones, es decir, que el diseño podría ser propuesto para estudiantes de cuarto grado.

## 6. Referencias

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(3), 91-116. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/149/342

Cantoral, R. y Farfán, R.M. (2003a). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* , 6 (1*)*, 27-40. https://www.redalyc.org/pdf/335/33560102.pdf

Fandiño Pinilla, M.I., (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos.* Magisterio.

Kieren, T.E. (1988). Personal Knoweldge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. En: J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and Operations on the Middle Grades.* (pp. 162-181). EUA: Lawrence Erlbaum Associates/National Council of Teachers of Mathematics.

Rodríguez, G. Gil, J. y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada, España: Ediciones Aljibe

Rueda, N. O. (2018). *Algunas dificultades que presentan los estudiantes de séptimo para sumar y restar fracciones. Una mirada desde la modelación matemática*. [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/64081/98482133.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y

# DISEÑO DE UNA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE: VISUALIZACIÓN DE FRACCIONES EN TELESECUNDARIA CON ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO

Autores: Heliel González Rivera; Rodolfo Fallas Soto.

Institución: Benemérita Escuela Normal Veracruzana, Universidad de Costa Rica.

Correo: heliel.glez@gmail.com, rdfallass@gmail.com

Palabras Clave: Fracciones, situación de aprendizaje, visualización, socioepistemología.

**Resumen:**

Las fracciones es un tema que demuestra dificultad en alumnos de educación básica, este se ve limitado por el uso excesivo de conceptos y la falta de marcos de referencia que sean significativos para ellos. Este documento es una reflexión teórica y metodológica de una experiencia didáctica en el diseño e implementación de una situación de aprendizaje en alumnos de primer grado de secundaria en la modalidad telesecundaria, desde el enfoque socioepistemológico, visualización y reflexión docente demuestra que entre más sistemas de representación empleados en una actividad escolar estos serán más significativos y un contexto situacional permite identificar prácticas.

## 1. Introducción

Como alumno de secundaria tuve la experiencia y note las dificultades de las fracciones en este momento educativo, ahora como docente de secundaria en la modalidad de telesecundaria en México, reflexiono a través de mi práctica docente que estas dificultades siguen siendo notorias en alumnos de primer grado. Por tal motivo, se problematiza el saber matemático de las fracciones para diseñar una situación de aprendizaje que permita a los alumnos significar desde un contexto situacional, usando elementos cognitivos y didácticos de la visualización desde un enfoque socioepistemológico.

## 2. Elementos teóricos-conceptuales

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa en palabras de Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel (2014) estudia los fenómenos didácticos ligados a la matemática a través de la problematización, lo cual lo describen como un examen minucioso del saber. No solo estudian la relación que hay en profesores, alumnos y conocimiento, tampoco se considera como una rama de la pedagogía o la sociología de la educación es una teoría dentro de una disciplina científica que opera de forma sistémica cuatro dimensiones del saber (epistemológica, didáctica, cognitiva y social), ya que este paradigma tiene como aporte fundamental modelar la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional.

Por otra parte, la visualización de acuerdo con Arcavi (2003, p. 217), es la capacidad de crear, interpretar, usar, significar, reflexionar, conjeturar a partir de íconos, figuras, imágenes (físicas, digitales o mentales) con el objetivo de representar y comunicar información en el avance de nuestra comprensión y aprendizaje. Cognitivamente, es la creación de imágenes mentales que particularmente para nuestra disciplina permite con la articulación de registros (numéricos, geométricos, algebraicos, entre otros) en la explicación o construcción de objetos matemáticos (Fallas-Soto, 2022). La articulación del saber matemático con los elementos cognitivos y didácticos de la visualización nos permite trabajar el modelo educativo de la modalidad telesecundaria, ya que a través del uso de dispositivos digitales y tecnológicos podemos crear, diseñar y reflexionar las imágenes de manera física, digital y reflexionar e interpretarlas lo cual nos permite crear un mayor número de registros de representación.

## 3. Descripción metodológica

La fase inicial del proyecto consistió en la *psm,* el cual, desde la perspectiva de la socioepistemología, entendemos como el método usado para generar diálogo entre la matemática escolar y el saber matemático. Este refiere al estudio del conocimiento matemático que está inmerso en la interacción con la persona (Reyes Gasperini, 2016) y nos ayudará a entender como el saber matemático, en este caso las fracciones y decimales, interaccionan con el alumno, el docente y la comunidad, como es su difusión institucional, cómo se resignifica a través de la visualización y será guía para el diseño de la situación de aprendizaje.

Realizamos los cuestionamientos en las cuatro dimensiones, donde respondimos cuestiones acerca de la difusión institucional del saber a problematizar, así como, ¿de qué forma se usan de manera situacional?, ¿cómo responden al contexto?, ¿cómo lo resuelven los estudiantes y los maestros? y ¿cómo ha sido su desarrollo y origen?

Estos cuestionamientos nos permitieron reflexionar e investigar sobre el contexto y actividades que se llevan a cabo en el para que la situación de aprendizaje sea producto de la sabiduría humana y no de la transposición de la matemática. Para ello, la dimensión social nos acerca al contexto para identificar actividades donde se hace uso del saber matemático seleccionado. El taller de torno (elaboración de tornillos y piezas mecánicas) y el uso de herramientas de trabajo en medida estándar (pulgadas) y métrica (milímetros). Estas actividades demostraron estar normadas mediante el uso y su función contextual resulto ser estructurante.

La segunda fase contempla el diseño e implementación de la situación de aprendizaje, esta se desarrolla en tres etapas: factual, procedimental y simbólica y tienen la intención de propiciar una situación problema que enfrente al alumno a un escenario que deba poner en juego los saberes que se requieren; se dice que el individuo está en situación de aprendizaje cuando entra en conflicto, esto se refiere a que el diseño provoca que su respuesta inicial sea errónea y el mismo diseño lo hace percatarse de ello (Reyes, 2011, en Farfán y Fonseca Romero, 2016).

Se distinguen prácticas mediante la práctica de referencia y estas se hacen evidente cuando el alumno usa la regla en la situación de aprendizaje, esto porque demuestra prácticas como medir, comparar y estimar la magnitud de la medida de los dados para tuerca y de igual forma permite equivaler dos unidades de medidas representando al objeto matemático en un sistema semiótico: como lenguaje figural y esquema pictórico, explica Duval (2006, en Vallejo y Tamayo, 2008) que la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación, en este caso se representa visualmente mediante el uso de una regla como una recta (lenguaje figural) en la cual hay que ubicar la fracción. El contenido de cada registro de representación no solo depende de los objetos representados, sino también, de los sistemas semióticos empleados, ya que algunos sistemas permiten mayor número de registros de representación que otros (Vallejo & Tamayo, 2008).

## 4. Reflexiones

Desde la perspectiva didáctica y cognitiva podemos reflexionar que la visualización ayuda a los alumnos a la representación confirmando la conclusión donde un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones diferentes y al mismo tiempo entender que la comprensión de la fracción se ve perjudicada por propuestas curriculares que priorizan el aprendizaje de ciertos significados que atomiza, se presenta de carácter hegemónico y carece de marcos de referencia para la resignificación.

El diseño e implementación de la situación de aprendizaje es un proceso que está en constante modificación y tiene como objetivo principal la mejora y la significación del aprendizaje de las fracciones en alumnos de telesecundaria. Este diseño, desde la perspectiva socioepistemológica, con elementos cognitivos y didácticos de la visualización y la reflexión docente, permitió identificar prácticas de un contexto situacional, con las dimensiones del saber identificado y los saberes docentes analizados reflexionamos que la dimensión social es una de las más relevantes ya que en ella pudimos identificar la práctica socialmente compartida e iniciar el rediseño del discurso matemático escolar.

## 5. Referencias bibliográficas


Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 215-241.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116.

Fallas-Soto, R. (2022). La visualización en el aprendizaje de la matemática. En Colectivo Docencia e Investigación en Matemática Educativa (CoDIME). *Investigar en Matémathica Educativa. Memoria colesctiva de una experiencia Latinoamericana* (pp. 45-48). Palabra en Vuelo SA.

Farfán, R. M., & Fonseca Romero, F. W. (2016). El diseño de situaciones de aprendizaje como elemento para el enriquecimiento de la profesionalización docente. *Perfiles Educativos, 38*, 116-139.

Reyes Gasperini, D. (2016). Empoderamiento docente y socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en matemáticas. Barcelona: Gedisa.

Vallejo, F. A., & Tamayo, O. E. (2008). Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de números racionales. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 4(2), 151-182.

**TEORÍA DE LA EXTENSIÓN LINEAL DE HERMANN GRASSMANN 1844 CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ESPACIO VECTORIAL**

Autores: Sterling Castañeda Jaimes; José Gabriel Franco Correa.

Institución: Universidad Industrial de Santander.

Correo: stercas_10@yahoo.es, gabrielfranco374@gmail.com

Palabras Clave: Espacio vectorial, método axiomático, historia de la matemática y educación matemática.

**Resumen:**

La teoría de la extensión lineal de Grassmann de 1844 fue presentada en un lenguaje epistemológico y filosófico confuso para los matemáticos de su tiempo; sin embargo, mediante un continuo contraste entre la intuición geométrica y el rigor, entre lo general y lo particular, entre lo real y lo formal, construye el concepto de "Sistema de grado n". a partir de un primer elemento que genera un "sistema de primer grado", luego un "sistema de segundo grado", etc., sin ninguna limitación en el grado. En este sentido, sostiene Dorier (2000, p. 20), "existe una noción de espacio dinámica; la dimensión crece paso a paso". En esta ponencia presentamos un avance de una versión del libro de Grassmann (1844) en la que se elimina el trasfondo filosófico y se introduce una terminología y notación más modernas, además de representaciones geométricas a partir de herramientas computacionales.

## 1. Introducción

La primera definición axiomática de espacio vectorial fue formulada por Giussepe Peano (1888) con base en la teoría de la extensión lineal de Grassmann de 1844. Desde 1930 la teoría de espacios vectoriales es enseñada esencialmente en forma axiomática, dificultando la comprensión crítica y la apropiación de conceptos en los estudiantes de los cursos de Álgebra Lineal, esto conlleva a una alta tasa de mortalidad académica. Nuestra propuesta consiste en presentar un enfoque constructivo del concepto de espacio vectorial, basados en el libro de Grassman (1844), previo a un enfoque riguroso, axiomático, más formal.

## 2. Marco Teórico

Nuestro estudio se enmarca en la relación entre historia y enseñanza de la matemática. Respecto a esta relación el Dr. Arboleda formuló la siguiente pregunta: "¿Cuál es el tipo de historia susceptible de ser apropiada en la educación y que contribuya efectivamente al diseño de estrategias didácticas para la formación del pensamiento matemático?" (Recalde, 2011) y afirma a continuación: "Entre todas las historias practicables, prefiero aquella que le permita al alumno vivir experiencias de reconstrucción de teorías." (Recalde, 2011)

Por esta razón, siguiendo a Arboleda, nuestro objetivo es la reconstrucción del concepto de espacio vectorial, que subyace en el libro de: *La teoría de la extensión lineal de Hermann Grassman 1844.*

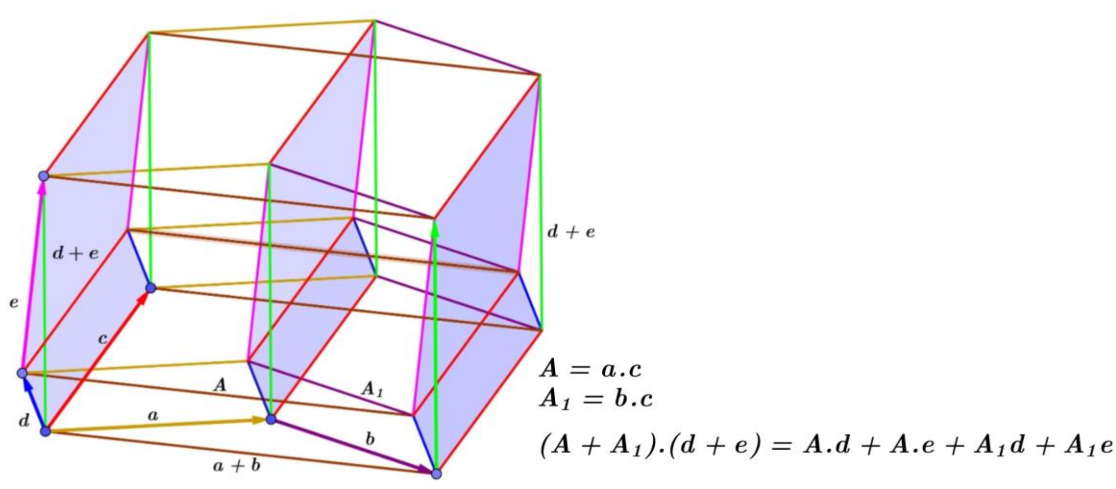
## 3. Metodología

Este estudio va dirigido a la población estudiantil de bachillerato y comunidad universitaria que cursan o enseñan la asignatura de álgebra lineal. Con este trabajo se pretende que el estudiante o el docente tengan un enfoque constructivo del concepto de espacio vectorial, asumiendo una noción del espacio más dinámica. Se construye a partir de un punto sistemas de grado 1,2… hasta un sistema de n-ésimo grado. Para esto utilizamos herramientas computacionales y nos centraremos en el libro de Hermann Grassmann, Teoría de la extensión, traducción del Ing. Emilio Oscar Roxin, 1947. Haremos una revisión de texto de este libro, leyéndolo detenidamente e interpretando las ideas que se muestran, rescatando la parte geométrica e intuitiva en que se basa el libro y actualizando el lenguaje con el cual fue presentado. Con ayuda del software GeoGebra realizaremos un estudio más intuitivo e interactivo, brindando un acercamiento más concreto al concepto de espacio vectorial por parte del estudiante y/o del docente.

## 4. Resultados

Se ha logrado exponer parte del trabajo en el XI Simposio Nororiental de Matemáticas. Diciembre 1-3, 2021, Bucaramanga, Colombia realizado en la Universidad Industrial de Santander. En este evento demostramos sin palabras algunos teoremas y resultados de Grassmann a partir de representaciones geométricas que demuestran dichos teoremas usando el software GeoGebra. A continuación, un ejemplo de estas demostraciones:

**Figura 1.** Adición y sustracción de las extensiones de tercer grado (volúmenes orientados)



Fuente: Elaboración propia.

## 5. Conclusiones

Al hacer la unión entre el lenguaje algebraico y las construcciones geométricas realizadas vía GeoGebra, se capta la atención y se motiva al estudiante y/o el docente al estudio del espacio. Introduciendo el concepto de segmentos orientados, áreas orientadas y volúmenes orientados se aporta a un conocimiento más riguroso y profundo de nuestro espacio físico.

La construcción de un espacio lineal de dimensión *n* a partir de un punto que genera un espacio de dimensión 1, este a su vez uno de dimensión 2, etc., permite apropiarse del concepto de dimensión de forma más dinámica; aquí las dimensiones se construyen paso a paso. Además, las intuiciones geométricas de un espacio de *n* dimensiones que se logra mediante este método constructivo geométrico, sirve de antesala a un estudio abstracto y axiomático del concepto de espacio vectorial.

## 6. Referencias bibliográficas

Grassmann, H. (1947). *TEORÍA DE LA EXTENSIÓN.* Buenos Aires: ESPASA.

L., D. J. (2000). *On the teaching of linear algebra. Springer Science Business Media (Vol. 23)* . Estados Unidos: Kluwer Academic Publishers.

Recalde, L. C. (2011). *LOS NÚMEROS REALES COMO OBJETO MATEMÁTICO: una perspectiva histórico-epistemológica.* Santiago de Cali: Universidad del Valle.

# UNA INTERVENCIÓN DOCENTE PARA EL APRENDIZAJE DE LA PENDIENTE EN EL BACHILLERATO

Autores: Lic. Lucy Carolina Bueno Zabala; Dr. Gerardo Salgado Beltrán.

Institución: Universidad Autónoma de Guerrero.

Correo: 21421078@uagro.mx, 14251@uagro.mx

Palabras Clave: Pendiente, conceptualizaciones, razón geométrica, intervención docente, representaciones semióticas.

**Resumen:**

Actualmente, la investigación en educación matemática centrada en el concepto de la pendiente ha sido dirigida hacia el estudio de las conceptualizaciones que este acepta, cobrando gran relevancia en la última década. Con esto, se han reportado números estudios cuyo objetivo es estudiarlas en diferentes aspectos del currículum de matemáticas. Sin embargo, a pesar de ello existen aún necesidades por satisfacer, debido a que se han reportado pocas propuestas didácticas que incidan en la mejora de la enseñanza y aprendizaje de la pendiente (Salgado, 2020). Por tal razón, la presente investigación parte de dicha necesidad y se constituye como una propuesta de intervención docente para favorecer el aprendizaje de la pendiente desde la perspectiva de las representaciones semióticas de Duval (1999) enfatizando en la conceptualización de la razón geométrica propuesta por Stump (1999) y Moore-Russo et al. (2011).

## 1. Introducción

En matemáticas existen conceptos que son catalogados como críticos, debido a las dificultades que estos implican cuando son objeto de enseñanza y aprendizaje, tal es el caso del concepto de la pendiente, el cual es considerado como polisémico debido a los diferentes significados que este acepta (Byerley y Thompson, 2017), lo cual conlleva a conceptualizarlo de diversas formas (Moore-Russo, Conner & Rugg, 2011; Stump, 1999). Por tal razón, su comprensión no es una tarea sencilla, puesto que no se debe considerar solo como un cálculo algebraico implicado en la medida de inclinación de una recta o la razón de cambio de una variable respecto a otra con relación a dos puntos cuales quiera, por el contrario, se trata de un concepto fenomenológico que permite entender fenómenos de la vida real (Salgado, 2020).

En este sentido, la presente investigación asume que las representaciones semióticas propuestas por Duval (1999) son un referente fundamental para lograr que los estudiantes comprendan las conceptualizaciones de la pendiente y encuentren la articulación entre ellas con el fin de alcanzar la aprehensión conceptual de cualquier concepto matemático, en particular el de pendiente (Ospina, 2012).

Por todo lo anterior, la presente investigación se plantea la siguiente pregunta problema *¿cómo incide el diseño de una intervención docente para mejorar el aprendizaje de la pendiente, centrada en la conceptualización razón geométrica, por medio de las* *representaciones semióticas en estudiantes de tercer grado de bachillerato?*, y cuyo objetivo es el diseño y evaluación de una intervención docente para favorecer el aprendizaje de dicho concepto desde la conceptualización razón geométrica a partir de la teoría de representaciones semióticas.

Por último, es conveniente señalar que esta investigación es pertinente porque no se han reportado propuestas didácticas que incidan en la enseñanza y aprendizaje de la pendiente desde las conceptualizaciones, en particular la razón geométrica, la cual se constituye como un referente para el desarrollo de nociones conceptuales en torno a dicho concepto (Dolores, Rivera y Moore-Russo, 2020)

## 2. Marco teórico

Según Salgado et al. (2021), se entiende como conceptualización de pendiente como una representación específica del concepto, materializada por medio del lenguaje verbal o no verbal. Por lo tanto, al mencionar una representación especifica de la pendiente, se refiere a una de las once conceptualizaciones propuestas por Stump (1999, 2001) y Moore-Russo et al. (2011), las cuales son: razón algebraica, razón geométrica, propiedad funcional, situación mundo-real, indicador de comportamiento, propiedad física, coeficiente paramétrico, trigonométrica, en el cálculo, propiedad determinante y constante lineal.

Por otro lado, las representaciones semióticas utilizan sistemas numéricos, gráficos, de lenguaje y escritura, entre otros, que se emplean para la comunicación de algún conocimiento (Duval, 1999), en especial, para desarrollar el concepto de pendiente; especificando los sistemas semióticos que permite tres actividades cognitivas: formación, tratamiento y conversión, las cuales utilizadas en un contexto de enseñanza-aprendizaje logran una mejor comprensión del concepto de pendiente, en especial, la conceptualización razón geométrica.

## 3. Metodología.

La metodología de esta investigación es un estudio cualitativo con énfasis es de la investigación-acción, buscando comprender e identificar el razonamiento de los estudiantes en torno al concepto de pendiente (Maggi, 2020), incluyendo al investigador como un facilitador de conocimiento que participa en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Miguélez, 2000).

Con respecto a lo anterior, metodológicamente esta investigación está dividida en tres fases: De *diagnóstico*, donde se realizará un pre-test por medio de una entrevista basada en tareas con una rúbrica como mecanismo de evaluación, logrando así, conocer el nivel en que se encuentran los estudiantes; de *diseño*, basado en la elaboración de una secuencia didáctica utilizando la estructura de inicio, desarrollo y cierre propuesto por Díaz-Barriga (2013), teniendo en cuenta la conceptualización de razón geométrica propuesta por Stump (1999), Moore-Russo et al. (2011) y las representaciones semióticas propuestas por Duval (1999); finalmente, de *evaluación*, donde se realizará un contraste de los resultados obtenidos en el pre-test y con los del pos-test, lo cual permitirá valorar el impacto de la intervención docente en el saber de los estudiantes en torno al concepto de la pendiente y así obtener las conclusiones de la investigación.

## 4. Avances

Dentro de los avances de la investigación, se tiene la elaboración de una prueba que servirá para la comparación de los saberes de los estudiantes antes y después de la intervención docente. Además, del diseño de dos secuencias didácticas basadas en lo propuesto por Díaz-Barriga (2013), las cuales poseen las fases de apertura, desarrollo y cierre.

Para la primera secuencia se enfatiza el uso de la pendiente en la graficación de una línea recta a través de la razón $\frac{\Delta_y}{\Delta_x}$. Iniciando con un recordatorio sobre la pendiente y continuando con una serie de actividades que potencien esta razón, encaminando a la utilización del plano cartesiano para hallar la pendiente de una recta. Para la segunda secuencia se propone una situación de la vida cotidiana donde el estudiante aplica el concepto de pendiente, en este caso, es la construcción de escaleras. Todo esto en marco de las representaciones semióticas y las actividades cognitivas propuestas por Duval (1999).

## 5. Reflexiones

La intervención docente que en esta investigación se presenta, se aborda desde una perspectiva novedosa por el trabajo con el concepto de pendiente, con fines de proporcionar una perspectiva que posibilite a los estudiantes el desarrollo de nociones conceptuales sobre dicho concepto. Así mismo, el diseño es una propuesta que servirá para que los docentes de matemáticas puedan retomarla o adaptarla según sus necesidades, para tratar el concepto de pendiente enfatizando el contexto gráfico como un elemento referencial.

## 6. Referencias bibliográficas

Byerley, C., y Thompson, P. (2017). *Secondary mathematics teachers' meanings for measure, slope, and rate of change.* The Journal of Mathematical Behavior, 48, 168–193.

Díaz-Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. UNAM, México, 10(04), 1-15.

Dolores, C., Rivera, M. I., y Moore-Russo, D. (2020). *Conceptualizations of slope in Mexican intended curriculum.* School Science and Mathematics.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali: Peter Lang.

Maggi, S. (2020). *Intervención docente para desarrollar las conceptualizaciones de pendiente en estudiantes de Nivel Medio Superior*. [Tesis maestría]. Universidad Autónoma De Guerrero.

Miguélez, M. M. (2000). *La investigación-acción en el aula.* Agenda académica, 7(1), 27.

Moore-Russo, D., Conner, A., y Rugg, K. (2011). *Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction*. Educational Studies in Mathematics, 76(1), 3–21.

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal*. Universidad Autónoma de Manizales.

Salgado Beltrán, G. (2020). *Conceptualizaciones de pendiente que poseen los profesores del bachillerato y las que enseñan a sus estudiantes* [Tesis de doctorado]. Universidad Autónoma de Guerrero.

Salgado Beltrán, G., & Dolores Flores, C. (2021). *Imagen del concepto de pendiente evocado por profesores del bachillerato.* Números: revista de didáctica de las matemáticas.

Salgado, B., Rivera, M. I., y Dolores, C. (2019). *Conceptualizaciones de pendiente: Contenido que enseñan los profesores del Bachillerato*. UNIÓN-Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 15(57), 41–56.

Stump, S. (1999). *Secondary mathematics teachers' knowledge of slope*. Mathematics Education Research Journal, 11(2), 124–144.

# LOS PADRES OPINAN. PRIMER ANÁLISIS AL IMAGINARIO COLECTIVO SOBRE LA FORMACIÓN. APROXIMACIÓN AL CÓDIGO CURRICULAR EMERGENTE.

Autores: Rita Guadalupe Angulo Villanueva; Nehemías Moreno Martínez; Rocío de la Luz Aguiñaga Pérez.

Institución: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Correo: rita.angulo@uaslp.mx, nehemias.moreno@uaslp.mx, A265901@alumnos.uaslp.mx

Palabras Clave: Código curricular, emergente, imaginario, padres.

**Resumen:**

Se *conjetura* el surgimiento de un nuevo ideal formativo (Código curricular emergente CCE) entre familias, padres, estudiantes, jóvenes, maestros y los empleadores en San Luis Potosí, México. En este avance se presenta el análisis de discurso mediante teoría fundamentada de seis entrevistas a padres de familia con respecto a la idea que asumen para la formación de las nuevas generaciones. Se detectaron 6 categorías discursivas: oficios, trabajos y carreras, eventos imprevistos, actividades comunitarias, actividades extraescolares, actitudes ideales. En torno a estas se efectúa el análisis que aquí se presenta. Como resultados se advierte como característica de la época una tensión entre conocimientos académicos y saberes sociales. Su caracterización permitirá poner en cuestionamiento la pertinencia de contenidos educativos escolares, entre ellos los matemáticos y la necesidad de disminuir la saturación de contenidos disciplinarios a favor de una comprensión profunda de los pocos que debiesen manejarse en lo escolar.

## 1. Introducción

Dado la dislocación social (Laclau y Mouffé, 1987) y escolar (Saur, 2020) producidas durante el evento pandémico 2020 que visibilizaron las desigualdades preexistentes y pusieron de manifiesto la obsolescencia curricular es necesario preguntarse ¿Se requieren nuevos curricula escolares?

La contingencia sanitaria, el confinamiento, la reconfiguración económica y tecnológica recientes se consideran una convergencia de coyonturas (Zemelman, 2003) y una crisis estructural generalizada (De Alba, 1991) que constantan el quiebre del sistema capitalista. Pablo Lazo Briones (2021) considera que tal quiebre abre fracturas en el sistema o intersticios del poder.

El curriculum fue desplazado de la escuela al hogar y rebasado durante la pandemia abriendo espacios o intersticios a otros saberes distintos de los establecidos por el curriculum institucional. El curriculum como resultante del vínculo curriculum sociedad (De Alba, 1991) es un dispositivo de poder que, en este momento histórico parecería ser demandado por el imaginario social hacia otro ideal formativo de la época. La operación coloquial del curriculum en el hogar llevó a cambios de fondo en: el manejo del tiempo y el espacio, las formas de representación, las subjetividades, la corporeización de los sujetos y el incremento de la biopolítica.

Jean Luc Nancy (2020) advirtió del peligro de ignorar el colapso de nuestro tiempo pero, también, reconoce la existencia de una línea de fuga: actuar en los intersticios del poder para luchar por un nosotros mediante la resistencia como proyecto político, una proyecto con direccionalidad al que todos llegásemos mediante la reflexividad de nuestra situación como humanidad. Reflexividad que nos permita identificar los significados que nos han sido impuestos convirtiéndonos en seres humanos individualistas y egoístas. Por ello, actuar en el terreno de las subjetiviades es tan importante. Y, ¿quién más que la familia y la escuela pueden actuar en ese terreno? En oposición a los medios que jalan hacia los intereses de unos pocos y el olvido de la mayoría. La educación y los curricula que prescriben dicha educación atienden y pre-forman las subjetividades" (Angulo, 2022).

## 2. Marco teórico

Se parte de la noción de código curricular (Lundgren, 1994) como ideal formativo de una época y se reconstruye sobre él la noción de código curricular emergente que implica el surgimiento de un nuevo ideal formativo que se presenta en textos y principios discursivos sociales que se presentan al principio lenta y paulatinamente pero que se van anclando a las representaciones sociales de las comunidades.

Para luchar por un "nosotros" se requiere trabajar en tres dimensiones que conciernen al currículum: la subjetividad, la tensión entre conocimientos disciplinares y saberes sociales y la necesidad de un proyecto con direccionalidad política. La resistencia como proyecto es la alternativa y se construye conceptualmente como práctica social (Lazo, 2021) y educativa (Giroux, 1983, 1992).

Las acciones de dichas prácticas revierten el sentido del poder, privilegian la imaginación por sobre la confrontación y se despliegan mediante incursiones y retiradas, se constituyen en la micropolítica y se manifiestan en la búsqueda de justicia.

Para profundizar esta perspectiva teórica (Angulo, 2022).

## 3. Metodología

Investigación exploratoria cualitativa que mediante análisis discursivo de seis entrevistas a profundidad y por análisis mediante teoría fundamentada identificó seis categorías intermedias, cuyos resultados relevantes se presentan enseguida.

## 4. Avance de resultados

| **FR** fragmentos relevantes | **O** opiniones | **PC** palabras clave |
| --- | --- | --- |

La categoría *actitudes ideales* incluyó 29 fragmentos relevantes (FR), 50 opiniones (O) y 14 palabras clave (PC) de las que tres de ellas obtuvieron mayor número O. Las PC fueron: componente académico y cuidado de sí mismo con 8º y Aprender a ser, vivir y convivir (7O). Este resultado evidencia la tensión entre conocimientos disciplinares y saberes sociales.

La categoría *Oficios-trabajos-carreras* tuvo 15 FR, 18 O y 7 PC entre las que la palabra *esfuerzo* se le dieron 6O. Es relevante tenga menor número tanto de FR como de O que la anterior, lo cual permite inferir mayor preocupación de los padres por la formación de actitudes que por los conocimientos disciplinares.

La categoría *Evento imprevisto* (en alusión a la pandemia) mostró 13 FR, 15 O y 5 PC, entre las que la PC *eventos significativos* tuvo la mayor cantidad de opiniones. En este caso es importante considerar la relevancia de esta expresión en el contexto pandémico y, en consecuencia, la presencia avasallante de lo inédito y la incertidumbre como rasgos de la época.

La categoría *actividad extraescolar* acopió 8 FR, 17 O y 9 PC, la palabra clases tuvo el mayor número de O (4) en la categoría. Cuestión que permite pensar en que los padres se ven obligados a complementar la formación escolar con clases extras ya sea por el atraso que muestran sus hijos o bien por la imposibilidad de los padres para apoyarlos.

La categoría *actividades comunitarias* mostró 2 FR, 4 O y 4 PC. Todas tuvieron sólo una opinión.

## 5. Conclusiones

Si se consideran las palabras clave más importantes detectadas en estas entrevistas se aprecia una tensión conocimiento disciplinar vs saberes sociales debido a la fuerza discursiva que representan con conjunto el *cuidado de sí mismo y aprender a ser, vivir y convivir* como una tendencia incipiente a la vez que preocupación por la formación de las nuevas generaciones que no se ve complementada en ese terreno por la escuela con los saberes disciplinares que transmite. En conjunto con las palabras clave de las otras cuatro categorías (*esfuerzo, eventos significativos, actividad extraescolar y comunitaria*) evidencias la fuerza de la vida diaria como muy relevantes y que, por ello, deberían ser incluidas en los curricula escolares, al menos con le mismo tiempo y práctica que los saberes disciplinares.

## 6. Referencias bibliográficas

Angulo-Villanueva, R. G. (2022). Código curricular emergente: Las voces del imaginario social. Revista Espaço do Currículo, v. 15, n. 2, p. 1-16. ISSN2177-2886. DOI: https://doi.org/10.22478/ufpb.1983-1579.2022v15n2.63680.

De Alba, A. (1991). *Curriculum: crisis, mito y perspectivas*, UNAM.

Giroux, H. (1983). *Teoría y resistencia en educación*. México: Siglo XXI

Laclau, E. & Mouffe, Ch. (1987). *Hegemonía y estrategia Socialista. Hacia una radicalización de la democracia*. México: Siglo XXI.

Lazo-Briones, P. (2021). *Lucha en las fracturas. Por una resistencia intersticial*. México: Gedisa.

Lundgren, U. (1991). *Teoría del curriculum y escolarización*. Madrid: Morata.

Nancy, J. (2020). *La piel frágil del mundo*. De conatus. Edición de Kindle.

Saur-Guillermo, D. (2020). "Educar en casa. Notas conceptuales sobre excepcionalidad en educación. La pandemia como precipitado". Conferencia Magistral. *4º Encuentro Nacional, 1º Internacional. Jóvenes y adolescentes en tiempos de riesgo*. Encuentro RIAJ Beatriz Ramírez Grajeda. 22 de octubre, en:

https://www.facebook.com/encuentronacional.nacional.3/videos/122341739642472/

Strauss, A. L. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundada*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.

Zemelman, H. (2003). *Hacia una estrategia de análisis coyuntural. Movimientos sociales y conflicto en América Latina*. Buenos Aires: CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales.

## MATILDE CAMAYD: UNA MAESTRA DE MATEMÁTICA FORMADORA DE CUATRO GENERACIONES DE PROFESIONALES CUBANOS

Autora: Dra. Lilliam Álvarez Diaz.

Institución: Academia de Ciencias de Cuba.

Correo: lilliam@ceniai.inf.cu

Palabras Clave: Enseñanza de la Matemática, género, niñas y mujeres.

**Resumen:**

Para hablar de Enseñanza de las Matemáticas en nuestros países de América Latina y el Caribe hay que referirse obligatoriamente y poner en los primeros planos a aquellas mujeres, maestras de Matemáticas, que consagraron sus vidas a enseñar y formar en la ciencia, en valores y en virtudes a importantes comunidades de otros maestros, profesionales, científicos, directivos. Han sido ellas, muchas veces pioneras, catedráticas ejemplares las que nos sembraron las bases intelectuales, el desarrollo de la lógica y el pensamiento abstracto que nos cultiva el aprendizaje de las Matemáticas.

Aquí compartimos la historia de vida de quien profesora de Matemáticas en el Instituto de Segunda Enseñanza de Holguín, la Dra. Matilde Camayd, una maestra muy singular, llena de talento, encanto, educación y también firmeza y rigor para enseñar. Cuatro generaciones no solo de holguineros, de su oriunda ciudad, sino de centenares de muchachas y muchachos que fuimos sus alumnos y andamos hoy por el mundo, llevando el orgullo de nuestras profesiones y sabiendo que la Dra. Camayd dejó huella en nuestros saberes y educación.

### 1. Introducción

En este breve resumen de los orígenes y vida de la eminente Catedrática Doctora Matilde Camaya Camayd, ha sido nuestro objetivo rendirle un merecido y sentido homenaje a quien fue una destacadísima Maestra de Matemáticas, y hay que poner la Maestra con letras mayúsculos.

Imposible contar y nombrar los centenares de estudiantes de Bachillerato que fueron sus alumnos durante toda su vida impartiendo esta disciplina con excelencia, con paciencia, con mucho rigor, pero también con dulzura. Esbelta y elegantemente vestida, llegaba cada día al Instituto, vivía cerca en un bonito chalet y permanentemente puntual llegaba a su clase. Pero lo más destacado de la Dra. Camayd es que muchos, muchísimos alumnos que ella formó han sido importantes y famosos Médicos, Odontólogos, Licenciados, Ingenieros, científicos, hombres y mujeres que han alcanzado altos estándares en la sociedad cubana contemporánea, algunos de ellos ocupando cargos directivos de muy alto nivel, otros, desarrollando también su magisterio y ciencia fuera de la Isla.

A continuación, a grandes rasgos, compartimos quien fue esta ilustre Maestra.

## 2. El Instituto Pre-universitario “Enrique José Varona”, provincia de Holguín

En Cuba, con una población de 11 millones de habitantes, actualmente en cada Municipio, y son 116, existen uno o dos Institutos Pre-universitarios. Pero quizás los más conocidos y de más tradición son los Institutos de Segunda Enseñanza que existían solo en algunas provincias antes de 1959. Todos con unos claustros de profesores que llamábamos Catedráticos, todos con formación o en la Universidad de La Habana o algunos procedentes de las Escuelas Normales.


La actual provincia de Holguín, en el Oriente cubano es el lugar donde transcurre el Magisterio de Matilde Camayd y los orígenes de la autora de este elogio, su alumna de 1966 a 1967.

Abajo les compartimos el Instituto de Segunda Enseñanza que luego se llamó Instituto Pre-Universitario “Enrique José Varona” en honor a un destacado Pedagogo y pensador cubano. En sus amplias y ventiladas aulas trascurrían estas viñetas de recuerdos.

El Instituto fue fundado en 1937 por la familia Lastre, de sólida tradición pedagógica, con el Dr. Vidal Lastre Manduley (1887 - 1962) como su primer director.

Hoy el Instituto posee una Sala de Historia donde se exhiben fotografías de ilustres profesores como el Dr. José “Pepito” García Castañeda, estudiantes que se convirtieron en mártires de la Revolución Cubana como Mario Escalona, Luis Escalona, Fernando de Dios Buñuel, quien al morir asesinado en 1958 fue velado en una sala del Instituto. El profesor Juan Antonio Alonso, actual director del “Pre Varona”, expresó que la sala, no solo es para contar la historia pasada si no para dejar como patrimonio “el rico legado de la historia de nuestro centro que es algo que todos debemos conocer porque seguramente dentro de muchos años nos llenará de orgullo”

Sin dudas los más beneficiados con la reapertura de la sala de historia son los estudiantes, quienes podrán acercarse al rico legado de su escuela.

## 3. La Doctora Matilde Camayd Camayd, Maestra Emérita

### 3.1 Sus orígenes árabes y su actuación como maestra

Las familias árabes o moras como es usual que los llamemos, que se asentaron al norte de las provincias orientales de Cuba, fueron fundamentalmente libaneses que emigraban velando por sus vidas, huyendo de los conflictos de esas décadas de la década de 1920. Aún se conservan apellidos como Zacarías, Chelala, Necuze, Azze, Nasur, Besil, y Camayd es uno de ellos.

Uno que llegó fue Nayhib Gamayel, un libanés que hizo su primer viaje fen 1903, cuando era muy joven, con solo 8 años y dicen que contaba que al registrarse a la entrada a Cuba, por lo raro que sonaba su apellido Gamayel por el pronunciado con acento, el funcionario lo inscribió como Camayd. Años después inició, de nuevo, la larga travesía a su patria. Pero cuentan que el color de la Isla lo perseguía en todo momento y regresó finalmente, el oriental puerto cubano de Gibara, a "la tierra más hermosa que ojos humanos han visto" como expresó Colon en el descubrimiento en 1492. Regresaba el libanés acompañado de su esposa, mujer muy joven y con la hermosura libanesa y ya traían una pequeña hija.

Esa es una viñeta de los ancestros, el árbol inicial de la familia Camayd asentados en Holguín. Ellos, los libaneses conservaron y aún conservan su cultura y el arte culinario, el más difundido es el muy popular kippi, el pan árabe y el vino de uvas que elaboran muchas familias.

Matilde nació el 20 de mayo de 1925. Creció la joven Matilde en medio de esas tradiciones "moras", recibiendo una exquisita educación y estudió con talento y dedicación hasta llegar a ser "la eminente Catedrática de Matemática" de Bachillerato de Holguin.

Por sus clases, pizarrones, exámenes pasamos decenas de holguineros, jóvenes estudiosos que hemos llegado lejos, pero siempre conservando el recuerdo y el cariño por la Doctora Camayd.

Muchos fueron los reconocimientos que recibió en vida esta inolvidable Maestra. Imposible mencionarlos todos, pero algunos muy destacado fueron:

Título: Doctora en Ciencias Físico-Matemáticas.

Fundadora del primer Instituto Preuniversitario en Holguín donde trabajó por treinta y tres años.

Se incorporó a la Campaña de Alfabetización durante la gran campaña en 1961 cuando Cuba se convirtió en territorio libre de Analfabetismo. Por ello recibió posteriormente la Distinción "Rafael María de Mendive y la Medalla Conmemorativa "De la Alfabetización"

Aportó extraordinarios resultados en la preparación de los profesores de Matemática de la Región Oriente Norte, donde semanalmente preparaba las clases y daba tratamiento metodológico según las necesidades de aquellos maestros de Matemática que se necesitaban en las primera décadas de la Revolución donde se masificó la educación y miles de jóvenes lograron tener acceso y oportunidades a los estudios en las década de los años 60 y 70 del pasado siglo. Matilde impartía cursos de superación, tutoraba trabajos científicos y fungía como tribunal y oponente de trabajos para la obtencón de títulos académicos de otros profesores.

Fue acreedora además de altos reconocimientos en su terruño y también de alcance nacional como fueron: la Distinción "Por la Educación Cubana", Educadora Ejemplar, El Aldabón de la Ciudad de Holguin, El Escudo de la Provincia de Holguin, **Miembro de Honor de la Asociación de Pedagogos de Cuba, Miembro Emérito de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación.**

### 3.2 Su familia y testimonios de sus alumnos

Fundó una bella familia, se casó con un afamado médico holguinero y de su unión llegaron 3 varones, dos médicos y un ingeniero. Orgullos esta madre que predicó con el ejemplo, su magisterio, su disciplina, formando grandes profesionales también de sus vástagos.

**-Testimonios de sus alumnos**

La Doctora en Ciencias Biológicas Elena Fornet, destacada científica que ocupó altos puesto del Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio ambiente de la provincia de Holguin expresó para este trabajo:

*“Muchas holguineras y muchos holguineros hemos tenido la dicha de tener muy buenos profesores. Entre ellos en el Pre Universitario puedo destacar a la Profesora de Matemáticas Matilde Camayd. Hoy, a la luz de los años puedo decir que es un paradigma de las profesoras holguineras. El respeto empezaba por ella misma primero, siempre puntual, vestida con corrección y de buenos modales. Lo que no quitaba que cuando se indignaba no lo ocultaba y era notorio. Ella irradiaba respeto y sabiduría. Con modestia impartía mucho conocimiento, con la profundidad del que domina su materia. Explicaba minuciosamente cada tema y atendía a todos por igual. La recuerdo como todo un carácter, de gran personalidad, respeto y sabiduría.*

*¡Qué privilegio hemos tenido de disfrutar el magisterio cubano! En Holguin con excelencia”*

Los alumnos de la Dra. Camayd le hicieron un bello video con el Título “Se hace camino al andar”


**4. Acotación final: “Honor a quien honor merece”**

# UNA EXPERIENCIA DE EXPLORACIÓN NUMÉRICA A PARTIR DE LA FÓRMULA DE HERÓN

Autor: Francisco Barrientos B.

Institución: Saint Francis College.

Correo: barrientos_francisco@hotmail.com

Palabras Clave: Fórmula de Herón, terna heroniana, factorización prima.

**Resumen:**

El presente trabajo trata de una actividad lúdica de aprendizaje en torno a la fórmula de Herón y las ternas heronianas. Pretende presentar al docente una guía didáctica sobre el problema de determinar las componentes enteras de la terna $(a, b, c)$, a partir del conocimiento del área y el perímetro (ambos números enteros) del triángulo asociado a ella.

## 1. Introducción

En los Planes de Estudio del Ministerio de Educación de Costa Rica $[4]$, el contenido relativo al cálculo del área de un triángulo mediante la denominada Fórmula de Herón, está incluido en el nivel de octavo grado de la educación media.

En este trabajo se propone una situación de aprendizaje a partir de la Fórmula de Herón, la cual se plantea de la siguiente manera: dado el perímetro y el área de un triángulo (am-bos enteros), determinar las componentes de la terna triangular entera correspondiente a los datos dados.

En la literatura matemática, estas ternas reciben el nombre de ternas heronianas. Es importante señalar que, a lo largo de muchos siglos, los matemáticos profesionales y aficionados han abordado el estudio profundo de las propiedades de estas ternas triangulares, siendo en Costa Rica el caso más destacado el del profesor Bernardo Alfaro Sagot, quien en los años 50 y 60 del siglo pasado publicó una obra pionera en este campo.

## 2. Reseña histórica sobre Herón de Alejandría

En el mundo antiguo del siglo I d.C, Alejandría (ciudad egipcia fundada por Alejandro Magno en el siglo III a.C) fue el centro intelectual del imperio romano por excelencia, dada la fama de su biblioteca y la calidad de quienes confluían ahí para desarrollar sus propias investigaciones.

Herón fue un astrónomo, matemático y físico experimental, que plasmó y compiló los más destacados hallazgos matemáticos de su época en la obra *La métrica* ($[2]$ y $[3]$) En ella podemos encontrar el teorema que lleva hoy por nombre la Fórmula de Herón, la cual nos permite determinar el área de un triángulo a partir de las longitudes de los lados de dicho polígono.

## 3. Marco teórico

A continuación, presentamos un breve repaso por los algunos resultados teóricos importantes.

*Lema*. Suponga que la terna $(a, b, c)$ corresponde a una terna triangular, para $a, b, c \in \mathbb{Z}^{+}$. El área $(ABC)$ de la región limitada por dicho polígono

$$(ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

siendo "$s$" el semiperímetro.

Existen muchas versiones para la demostración de este resultado [1], las cuales, por razones de espacio en este trabajo preliminar, no aportamos aquí.

Es claro que el número real $(ABC)$ puede ser irracional algebraico o entero, para $a, b, c \in \mathbb{Z}^{+}$. Si $(ABC) \in \mathbb{Z}^{+}$, diremos que la terna $(a, b, c)$ es heroniana.

La propuesta de la experiencia didáctica aquí presentada consiste en lo siguiente: dado el perímetro y el área de una terna heroniana, ¿es posible determinar los componentes de la tripleta asociada?

Veamos. Supongamos que el área $(ABC)$ y el perímetro $P$ son dados para $(a, b, c)$ terna entera. Responder la situación planteada, requiere que podamos resolver *técnicamente* el sistema

$$\begin{cases} (s-a)(s-b)(s-c) = \dfrac{(ABC)^2}{s} \\ (s-a)+(s-b)+(s-c) = s \end{cases}$$

¡Lo cual, a nivel de 8vo grado, sería a todas luces imposible!

## 4. Metodología

Recordemos que contamos con los números reales $(ABC)$, en unidades cuadradas, y $P$, en unidades lineales. Tomando, primeramente, la fórmula de Herón y despejando el sub-radical, tenemos que

$$(s-a)(s-b)(s-c) = \frac{(ABC)^2}{s}$$

siendo $\frac{(ABC)^2}{s}$ un número entero positivo compuesto (¡producto de tres factores!). Ahora, calculando la factorización prima de $\frac{(ABC)^2}{s}$, debemos "reagrupar" los factores de dicha factorización prima en “tres factores” cuyo producto sea $\frac{(ABC)^2}{s}$, pero que sumados los tres den el semiperímetro.

Esto último en virtud de que

$$(s-a)+(s-b)+(s-c)=3s-(a+b+c)=3s-\frac{2(a+b+c)}{2}=s$$

El trabajo se complementa con la búsqueda exploratoria y numérica de tres números enteros que satisfagan las dos condiciones anteriores.

## 5. Referencias bibliográficas


[1] Varilly, J. (2014). *Elementos de geometría plana* (2da ed.). Editorial de la Universidad de Costa Rica.

[2] Skinner, S. (2006). *Sacred geometry* (1era ed.). Editorial Sterling. New York. E.U.A.

[3] Meavilla, V. (2010). *Aprendiendo Matemáticas con los grandes maestros* (2da ed.) Editorial Guadalmazán. España.

[4] Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de estudio. Matemáticas*. Imprenta Nacional. Costa Rica.

# ENSEÑANZA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS CON DOS INCÓGNITAS MEDIANTE MAPAS HÍBRIDOS

Autores: Nehemías Moreno Martínez; Karem Ortíz Inclán; Rita Guadalupe Angulo Villanueva.

Institución: Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Correo: nehemias.moreno@uaslp.mx, ortiz12.inclan@gmail.com, rita.angulo@uaslp.mx.

Palabras Clave: Resolución de problemas, representación, esquema, geometría.

**Resumen:**

Se presenta el avance de una investigación más amplia la cual consiste en indagar cómo ayuda la técnica del Mapa Híbrido en el aprendizaje del contenido matemático de las ecuaciones algebraicas con dos incógnitas, que se imparte en el nivel educativo de secundaria en San Luis Potosí, México, mediante la resolución de problemas contextualizados. En este avance se describe la técnica del mapa híbrido, su interpretación desde el Enfoque Ontosemiótico y la metodología de tipo cualitativa que se pretende implementar en la investigación.

## 1. Introducción

El Mapa Híbrido (MH) es una técnica de representación gráfica que, a diferencia del mapa conceptual, que permite representar conceptos y proposiciones (conexiones de conceptos mediante palabras enlace) relacionados respecto a un concepto principal; mapa mental, que representa conexiones de conceptos en forma esquemática; diagrama de flujo, que representa procesos y procedimientos; entre otras representaciones, es una técnica poco conocida que permite representar de manera esquemática los objetos (lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) que participan en la resolución de un problema donde está implicada la actividad matemática. En la literatura se reporta el uso del MH en la enseñanza de las matemáticas (Moreno, Angulo y Reducindo, 2018), la física (Moreno, Zavala y Briceño, 2021) y la química escolar (Moreno, Ramírez y Torres, 2021) en nivel universitario. Según la literatura, el MH puede ser empleado como una ayuda para la enseñanza de las ciencias pero también en la investigación, tanto en Matemática Educativa como en Didáctica de las Ciencias, como una herramienta gráfica que permite describir cómo los sujetos resuelven problemas matemáticos a través del análisis de los objetos que intervienen, las conexiones entre los objetos, la realización de prácticas y al advertir la realización de ciertos procesos cognitivos.

En la literatura se reporta que el MH permite describir de manera gráfica el sistema de prácticas implicado en la resolución de problemas matemáticos, físicos y químicos escolares. En el nivel de secundaria, los problemas que se resuelven por lo regular pueden ser descritos mediante un MH de al menos dos prácticas, la primera interpretativa y las otras en mayor medida de tipo operativa. En esta investigación se busca responder a la pregunta ¿Cómo ayuda el MH en la construcción de conocimiento referente a las ecuaciones algebraicas con dos incógnitas mediante la resolución de problemas contextualizados?, con base en esta pregunta se tiene el objetivo de indagar los significados que los estudiantes ponen en juego al trabajar con los mapas híbridos como material didáctico, esto es, al completar los objetos matemáticos faltantes (conceptos, argumentos, propiedades y procedimientos) en los mapas híbridos de tipo epistémico los cuales describen la resolución de problemas contextualizados que implican a las ecuaciones algebraicas de dos incógnitas.

y, con base en el análisis de las conexiones entre los objetos y entre las prácticas, conocer los significados puestos en juego al resolver problemas que implican a dichas ecuaciones algebraicas.

El trabajo es pertinente, debido a que las investigaciones en la literatura sobre el aprendizaje de contenidos de álgebra mediante la técnica de representación del MH es escasa y, también es relevante, pues se trata de una contribución al campo de la Matemática Educativa, al aportar más evidencia acerca de cómo ayuda el MH al aprendizaje.

## 2. Marco teórico

El MH puede ser pensado como la combinación de dos técnicas de representación gráfica, la técnica del Mapa Conceptual, que permite representar conceptos, las conexiones entre conceptos que definen argumentos o propiedades; y la técnica de Diagrama de Flujo, que permite representar procedimientos, técnicas de cálculo o algoritmos de resolución.

La presente investigación se apoya en la interpretación del MH desde la teoría del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Desde la perspectiva del EOS, cuando un sujeto resuelve una situación-problema, el sujeto pone en juego un sistema de prácticas en el que intervienen objetos matemáticos (lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) y donde también llevan a cabo algunos procesos cognitivos sobre los objetos matemáticos. En este sentido, el MH puede ser interpretado como una representación esquemática del sistema de prácticas y los objetos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, así mismo, el MH permite advertir la realización de ciertos procesos cognitivos.

Desde la interpretación ontosemiótica del MH, el MH puede ser epistémico o cognitivo, según si este fue elaborado a partir de la producción de un experto o un estudiante aprendiz, respectivamente. Las diferencias entre ambos mapas, epistémico y cognitivo, son notorias tanto en lo que se refiere a los objetos que se ponen en juego como a las conexiones que se establecen entre los objetos.

## 3. Metodología

La metodología de la investigación se plantea cualitativa, de caso, pues se indaga un grupo de veintisiete alumnos de secundaria de una escuela privada en el estado de San Luis Potosí, México; de tipo exploratoria, donde se analiza la producción de los estudiantes al trabajar (organizados en equipos) con una colección de ocho mapas epistémicos que muestran la resolución de problemas representativos de ecuaciones algebraicas de dos incógnitas, los cuales se proporcionan a los estudiantes para ser completados; y descriptiva, pues se describen los significados puestos en juego por parte de los estudiantes con base en los objetos considerados al completar los mapas y las conexiones implicadas en la resolución de problemas que muestra cada MH. Mediante lo anterior se pretende indagar la construcción de conocimiento referente al contenido de ecuaciones algebraicas con dos incógnitas.

El avance que se reporta en este trabajo trata del diseño de los MH implementados y de algunos resultados preliminares. El diseño de los mapas se apoya en la revisión de libros de texto y consignas que se emplean en la enseñanza del contenido a abordar. También se describe la manera en la que los MH elaborados se implementan en el aula.

## 4. Avances

Por cuestiones de espacio, no se presentan ejemplos de los MH elaborados y solo nos limitamos a realizar una breve descripción de estos. En la revisión llevada a cabo en algunos libros de texto de secundaria (Cuellar, 2015) se encontró que la mayoría de los problemas de matemáticas que se abordan pueden ser representados mediante mapas de al menos dos prácticas, una práctica que describe la lectura e interpretación del problema textual y las otras prácticas, de tipo operativo, que representan el procedimiento de resolución del problema.

Para implementar el MH en el aula se elaboró, mediante el software *CmapTools*, un conjunto de doce mapas epistémicos que muestran cada uno, de manera esquemática, la resolución de un problema correspondiente al contenido de ecuaciones algebraicas. La dificultad de los problemas planteados es de orden creciente. Por otro lado, cada uno de los mapas elaborados por los investigadores, fueron modificados al borrar algunos conceptos, algunos argumentos (conjunto de conceptos interconectados), algunos elementos del procedimiento matemático y algunas conexiones entre los objetos.

Los mapas modificados fueron impresos para ser trabajados en equipos de tres integrantes. El MH se pretende implementar en seis sesiones de cincuenta minutos: sesión 1, sesión de introducción donde se describe al MH y cómo se emplea para representar la resolución de problemas, también se aplica instrumento para indagar conocimientos previos acerca de las ecuaciones algebraicas; sesión 2, se trabaja con dos mapas que considera el método de eliminación mediante problemas contextualizados del contenido geométrico de perímetro, primero en equipos y luego en plenaria; sesión 3, se trabajan dos mapas donde se aborda el método de sustitución en el contexto de la compra de productos; sesión 4, se trabaja con dos mapas que abordan el método de igualación en el contexto de problemas de conteo; sesión 5, se trabajan dos mapas que consideran el método gráfico de resolución de ecuaciones en el contexto de problemas de cinemática; y en la sesión 6 se aplica un instrumento para indagar los conocimientos construidos, se trata de una actividad en la que los alumnos resuelven problemas mediante los métodos y contextos tratados en las sesiones previas. Finalmente se pretende realizar una comparación entre los instrumentos inicial y final para establecer conclusiones.

## 5. Reflexiones

Mediante la implementación del MH en el aula se pretende indagar si dicha herramienta ayuda a los estudiantes de secundaria a construir conocimiento referente a las ecuaciones algebraicas con dos incógnitas en el contexto de situaciones que involucran al perímetro, conteo, compra de productos y de cinemática. Por lo general, los estudiantes resuelven problemas matemáticos de una manera operativa sin establecer significados adecuados, sin embargo, mediante el MH se pretende acercar al estudiante hacia una práctica de resolución más cercana a la que realiza el experto.

## 6. **Referencias bibliográficas**


Cuellar, C. J. A. (2015). *Matemáticas I* (4ta ed.). McGraw-Hill

Moreno, M. N., Angulo, V. R. G. y Reducindo, R. I. (2018). Mapas Conceptuales Híbridos para la enseñanza de la física y matemática en el aula. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, *3*(1), 113-130.

Moreno, M. N., Zavala, H. L. E. y Briceño, S. E. C. (2021). Análisis de la resolución de un problema de cinemática mediante el mapa conceptual híbrido. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *39*(3), 157-176.

Moreno, M. N., Ramírez, E. B. R., y Torres, M. R. D. G. (2021). Los mapas híbridos en la química escolar. *Educación química*, *32*(3), 117-129.

# RECURSOS LUDOMATEMÁTICOS NO ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Autores: Raimunda de Oliveira*; Érica Santana Silveira Nery; Regina da Silva Pina Neves*

Instituição: Universidade de Brasília*, Universidade Federal de Sergipe.

Correspondência: raioliveiramat@gmail.com, erica.s.silveira@hotmail.com, reginapina@gmail.com

Palavras-chave: Jogos Matemáticos. Números Racionais. Ludicidade. Didática da Matemática.

**Resumo:**

O objetivo desta comunicação científica é investigar os conceitos e procedimentos matemáticos relacionados aos Números Racionais, a funcionalidade das regras e a dimensão que remete ao lúdico nos jogos *Comprando Pizza* e *Junta Um*. A metodologia fundamenta-se na Engenharia Didática, compreendida como um esquema experimental que envolve quatro fases consecutivas, a saber: análise preliminar, concepção e análise *a priori*; experimentação e; como quarta fase, análise e avaliação *a posteriori*. Nossas análises, centram-se em uma experimentação realizada junto a 14 professores de Matemática, pós-graduandos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Brasil. Ao realizarmos a confrontação da análise *a posteriori* com a análise *a priori*, constatamos que os jogos contemplaram dimensões atreladas a ludicidade e a interatividade, aspectos verificadas nas observações das ações dos professores durante às vivências, entretanto, faz-se necessário a construção de novas regras, mais claras e diretas, considerando-se o público para o qual estes se destinam.

## 1. Introdução

Um dos seus grandes focos que a alfabetização possui são a construção conceitual do número e o desenvolvimento das estruturas do número no sistema de numeração decimal (agrupamento decimal e valor posicional), após esse período, isto nos anos seguintes, a construção do conceito de número racional revela-se como um desafio, sobretudo porque as construções cognitivas realizadas na alfabetização matemática podem implicar em dificultadores, requerendo importantes rupturas no processo de conceitualização do número pela criança. Perante a esta realidade foi que surgiu o projeto de pesquisa intitulado "Plataforma Interativa de Jogos Matemáticos", cujo intuito é desenvolver e divulgar jogos digitais e físicos, inicialmente tendo como objeto matemático os Números Racionais.

Assim, almejamos, neste estudo, apresentar um recorte do referido projeto supracitado, com a análise dos resultados de uma experimentação realizada com pós-graduandos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), que são professores de Matemática e que experienciaram dois jogos físicos. Tendo por objetivo investigar os conceitos e procedimentos matemáticos relacionados aos Números Racionais, a funcionalidade das regras e a dimensão que remete ao lúdico nos jogos *Comprando Pizza* e *Junta Um.*

## 2. Jogos matemáticos

Segundo Huizinga (2017, p.3) “o jogo é fato mais antigo que a cultura” e “é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve" (p. 1). Valendo-se desta indissociabilidade, social e cultural do jogo, é que assumimos a concepção de jogo na perspectiva apresentada por Navarro (2013) na qual o jogo constitui-se como uma atividade voluntária, lúdica e exterior a realidade sendo composto por: 1) limites espaciais e temporais; 2) metas e objetivos; 3) regras; 4) sistemas de feedbacks e 5) término, os jogos sempre possuem um final.

Assim, no contexto da Matemática, faz-se necessário apropriar-se da vivência lúdica, a partir de jogos educativos, sob a forma física e/ou digital, para contribuir com a formação e reafirmação de uma sociedade mais justa, humana, criativa, equitativa e que prima por ações de cooperação e de compartilhamento de conhecimentos, assim como, interligando explorações com recursos físicos e digitais, o concreto e o abstrato.

Nessa fase do projeto, elegemos os números racionais, em especial na representação fracionária, como é apregoado na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017). Os números fracionários se apresentam como conteúdo que vai desde o 2º ano até o 6º ano do Ensino Fundamental e após esses anos apresenta-se como ferramenta de apoio à resolução de problemas e de compreensão de outros conteúdos.

## 3. Metodologia

A metodologia utilizada neste estudo foi a Engenharia Didática, que caracteriza-se como sendo um esquema experimental com quatro fundamentos básicos nas realizações didáticas desenvolvidas em sala de aula: análise preliminar, análise *a priori*, experimentação e análise e avaliação *a posteriori*. (ARTIGUE, 1995). Na experimentação, objeto da nossa análise, foram apresentados os jogos “Comprando Pizza” e “Junta um” a 14 professores de Matemática.

O primeiro jogo avaliado pelo grupo foi o *Comprando Pizza*, composto por material manipulável que ilustra fatias de pizza e é desenvolvido por dupla de jogadores. O objetivo do jogo é que cada uma das duas equipes concorrentes monte duas pizzas inteiras. A equipe que montar primeiro as duas pizzas, ganha o jogo. Para a montagem das pizzas é necessário o lançamento de dados próprios do jogo (com figuras que representam porções da pizza ou frações da pizza). A aprendizagem matemática objetivada é: comparar frações e realizar trocas de pedaços equivalentes de pizza, aspecto que permite trabalhar com a equivalência de frações e soma de frações com denominadores diferentes, mas com multiplicidade evidente em decorrência da estrutura dos pedaços de pizza, fatiados em meios, quartos e oitavos.

O segundo jogo avaliado denomina-se *Junta um*, composto por uma roleta hexagonal com 3 cores (amarelo, vermelho e verde), discos pretos, peças do material circular amarelo

(½), vermelho (⅓) e verde (⅙) e fichas para marcar os pontos. Cada jogador recebe um disco preto (um inteiro) e, a sua vez, gira a roleta e recebe uma peça da cor indicada pela roleta que deve colocar sobre o disco preto no intuito de completá-lo. Cada vez que completar um inteiro, troca as peças por uma ficha. No final de uma quantidade de rodadas determinadas, ganha quem tiver mais fichas. A aprendizagem matemática objetivada é: estimular e internalizar o conceito de fração como relação parte-todo.

Após a vivência dos jogos os professores foram convidados a responderem um formulário composto por seis seções: identificação dos participantes; conteúdo matemático presente no jogo; expectativas relacionadas ao processo de aprendizagem; contexto e apresentação física dos jogos; ludicidade e interatividade dos jogos e experiência estética dos jogos. Ao final de cada sessão havia um espaço aberto para comentários. A última seção do formulário possuía perguntas abertas, nas quais conseguimos levantar as percepções dos professores perante os jogos.

## 4. Análise dos dados

Para a avaliação dos jogos, os voluntários foram divididos em três subgrupos, com 4 ou 5 pessoas cada. Ao longo da experimentação a participação de todos foi ativa. Era perceptível o ambiente lúdico formado, evidenciado pelo clima de competição, colaboração, entusiasmo e até euforia. Tal análise corrobora com o que nos aponta Huizinga (2017, p. 5) “a intensidade do jogo e o seu poder de fascinação não podem ser explicados por análises biológicas. E, contudo, é nessa intensidade, nessa fascinação, nessa capacidade de excitar que reside a própria essência e a característica primordial do jogo”.

Quanto ao contexto e apresentação física do jogo, principalmente em relação às regras, ambos os jogos receberam análises indicando que as regras precisam estar mais claras aos jogadores. Muniz (2010) indica que para haja aprendizagem matemática, o conceito a ser desenvolvido deve fazer parte da regra do jogo. Considerando os apontamentos e as proposições teóricas percebemos a necessidade de reestruturação das regras do jogo.

No que diz respeito a ludicidade e interatividade, todos os partícipes acreditam que os jogos alcançam essas dimensões, isso pode ser reafirmado a partir de alguns comentários feitos no formulário, na pergunta: “*você recomendaria o jogo para seus alunos e/ou um colega professor? Por quê?”,* dentre estes destacamos o seguinte excerto: *“Sim. Fica mais fácil e divertido para todos. Atividades lúdicas são fundamentais no ensino de Matemática [...]”* (Participante A). Ademais, alguns termos nos chamaram a atenção nas respostas dos professores, a saber: “motiva”, “divertida”, “interessante” e “mais fácil”. Os jogos tem essa perspectiva, isto é, poder apresentar para os estudantes jogadores uma Matemática que vem romper com pré-conceitos e buscar superar obstáculos didáticos e ou epistemológicos presentes nos conceitos estudados.

## 5. Considerações finais

Com o desenvolvimento deste estudo foi possível constatar que os participantes explicitaram a necessidade crescente de elaboração, disponibilização e divulgação de atividades ludomatemáticas, as quais possam tanto desafiar quanto estimular os alunos a experienciarem jogos de forma a pôr em movimento cognitivo os conhecimentos conceituais e procedimentais associados a Matemática e, de maneira mais específica aos Números Racionais.

Nosso interesse com a apresentação dos jogos "Comprando Pizza" e "Junta um" é justamente que estes possam despertar nos alunos o anseio pela aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos e apresentar conteúdos que tradicionalmente impõem dificuldades escolares, como os Números Racionais, para a lógica de jogo, na qual o erro é encarado como algo natural e pode contribuir para a superação de obstáculos.

## 6. Referências


Artigue, M. Ingeniería didáctica. (1995). Grupo Editorial Iberoamérica. M. Artigue, et al**.** (Ed.) *Ingeniería didáctica em Educación Matemática:* Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 33-59).

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular* (Ensino Fundamental). (2017). Ministério da Educação.

Huizinga, J. (2017). *Homo Ludens:* o jogo como elemento da cultura. (8. Ed). São Paulo: Perspectiva.

Muniz, C. A. (2010). *Brincar e jogar:* enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: MG, Autêntica.

Navarro, G. (2013). Gamificação: a transformação do conceito do termo jogo no contexto da pós-modernidade. *Biblioteca Latino-Americana de Cultura e Comunicação,* 1(1), 1-26. http://paineira.usp.br/celacc/sites/default/files/media/tcc/578-1589-1-PB.pdf

# INGENIERÍA DIDÁCTICA EN VISUALIZACIÓN DE FIGURAS 3D}

Autor: José Miguel Meza Ortiz

Institución: Investigador Independiente

Correo: jomeza@uc.cl

Palabras clave: Visualización, figuras 3D y cuerpos geométricos.

**Resumen:** El desarrollo de la habilidad de visualización requiere de sucesivas experiencias que demanden dicha capacidad. Estas experiencias han de ser variadas y complejas para que, progresivamente, se genere con mayor exigencia la puesta en acto de esta capacidad. El presente trabajo corresponde a una secuencia de actividades/clases implementadas en Chile con niños y niñas de 9 a 10 años, en el marco del estudio de las figuras 3D.

## 1. Introducción y planteamiento del problema

El desarrollo de la capacidad de visualizar y la geometría, tienen un alto nivel de vinculación y articulación. La capacidad de elaborar imágenes mentales para sostener un aprendizaje geométrico es fundamental al momento y en esta lógica, ofrecer al estudiantado experiencias de aprendizaje variadas y que aumenten en complejidad, pero a la vez, con un sustento teórico-didáctico potente que sustente el diseño de las clases y las experiencias de aprendizaje.

En Chile, en muchas instituciones de formación de profesores se pide al término de cada programa, que los y las futuros profesores desarrollen una investigación para obtener el grado de licenciado. Este trabajo, permite que el profesional obtenga el grado académico de licenciado, en este caso, el grado de licenciado en educación. Junto a esto, el estudiante de formación inicial docente (FID) obtiene también el título profesional, el que en este caso correspondió a profesor de educación básica.

La investigación, se enmarcó en estudiar la habilidad de visualización en estudiantes de entre 9 y 10 años en el contexto del estudio de las figuras 3D. Dicho diseño, se enmarcó en una ingeniería didáctica, por lo que se realizaron situaciones de aprendizaje del tipo didácticas y adidácticas donde se ponía en acto la capacidad de visualizar, como también, se profundizaba en el estudio y caracterización de las figuras 3D.

El Objetivo de Aprendizaje curricular (BBCC, 2012) en el que se enmarcaba la secuencia didáctica corresponde al OA 16, el que es: “Determinar las vistas de figuras 3D desde el frente, desde el lado y desde arriba”. Para esto, se elaboró una secuencia didáctica de 8 clases, donde se incluía un pre y post test. En dicha secuencia, se abordó el estudio de la reflexión, rotación y traslación. La secuencia, fue elaborada bajo un diseño de ingeniería didáctica (Brousseau, 2007; Artigue, Douady, Moreno, y Gómez, 1995), la que se define a continuación:

1. Análisis preliminar: Se definen los aspectos teóricos que sustentarán el diseño de aula, es decir, aspectos epistemológicos, didácticos y cognitivos. Son estos aspectos los que sustentan la etapa siguiente en el diseño.
2. Análisis a priori: Se establecen los parámetros sobre la cual se arman las actividades, estímulos o tareas. Estos parámetros transitan desde la forma instrumental en la que se estructuran las actividades, hasta la forma en la que se implementarán y/o gestionarán estas.
3. Experimentación: Se pone en acto el diseño elaborado, por lo que la mediación y la gestión en aula son los aspectos fundamentales a considerar.
4. Análisis a posteriori: Se analiza la implementación de la propuesta y se reconoce cómo y cuánto del análisis a priori se observó. Aquí, por tanto, se observa y evalúa el diseño didáctico, como también, los aprendizajes logrados por el estudiantado.

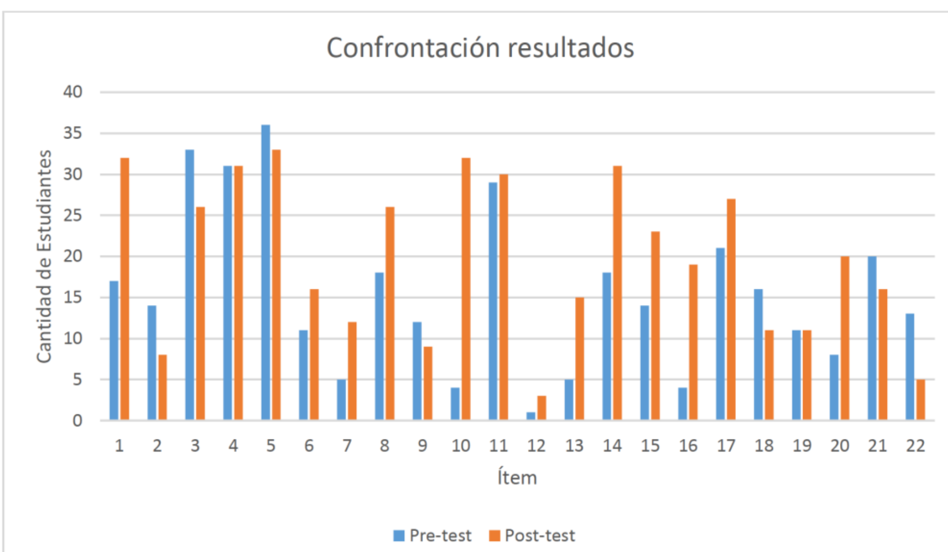
## 2. Metodología

La metodología utilizada fue bajo un enfoque mixto, donde por una parte se se recogieron datos de corte cualitativo respecto a las reflexiones pedagógicas emergentes de las implementaciones en aula, como también datos cuantitativos provenientes de una pre y post test, como una forma de determinar el impacto de la secuencia.

La perspectiva cualitativa se realiza mediante una ingeniería didáctica (Artigue, 1995), enfoque metodológico, investigativo y didáctico, propio de la didáctica de la matemática. La perspectiva cuantitativa del enfoque de investigación corresponde a la implementación de un pre test y post test para medir impacto.

## 3. Resultados

A continuación, y a modo de síntesis general de la implementación, se muestra un gráfico comparativo de los ítems espejo, es decir, aquellos ítems presentes en el pre y post test que responden al mismo indicador de evaluación, por consecuencia, permiten realizar una comparación y así medir impacto de la secuencia.



Los resultados muestran que, luego del análisis de los ítems de las pruebas, se observa un logro de los aprendizajes planificados. Gran parte de los ítems muestran avances significativos, por lo que el logro del aprendizaje puede comprobarse.

Aquellos ítems que no mostraron avances significativos, como son el ítem 2, 3, 5, 10, 18, 21 y 22 fueron sometidos a análisis para medir las razones del descenso. En dicho análisis, se reconocieron aspectos relacionados con la construcción del ítem, como también, hay algunas inferencias respecto al impacto de la secuencia didácticas implementada.

4. Conclusiones

Algunas de las conclusiones generales, se relacionan con la efectividad y eficiencia de la ingeniería didáctica como metodología de enseñanza, que promueve por una parte el desarrollo de habilidades propias de la matemática, como también, el logro de ciertos aprendizajes declarativos o procedimentales, como son en este caso, las transformaciones isométricas.

Por otra parte, surgen conclusiones respecto al proceso de construcción de este tipo de secuencias, debido a que el nivel de reflexión que el diseño de una ingeniería didáctica implica, deja de manifiesto la necesidad lograr altos niveles de reflexión didáctica y pedagógica, y por consecuencia, un agudo y minucioso análisis didáctico.

**Referencias bibliográficas**


Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana

Brousseau, G., (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal. Buenos Aires, Argentina.

Ministerio de Educación de Chile, (2012). *Bases curriculares de matemática*. Chile.

# CONOCIMIENTO MATEMÁTICO SOBRE FUNCIONES QUE UTILIZAN PROFESORES EN FORMACIÓN AL ANALIZAR UNA SITUACIÓN DE ENSEÑANZA

Autores: *Jonathan Espinoza González, **Aarón Coordero Guerrero.

Institución: *Universidad Nacional, **Ministerio de Educación Pública.

Correo: jonathan.espinoza.gonzales@una.cr, aaroncg10@outlook.es

Palabras Clave: MTSK, Conocimiento matemático del contenido, funciones, formación inicial.

**Resumen:**

Esta comunicación presenta los conocimientos del contenido matemático sobre funciones que usan un grupo de profesores en formación al analizar una situación de enseñanza. La información se recolectó a partir de narrativas que elaboraron los profesores en formación posterior a observar un video que muestra a un docente cuando enseña el tema de funciones. Se utilizó el modelo de conocimiento denominado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática como una herramienta metodológica para identificar y clasificar los conocimientos empledos por los profesores en formación. Los resultados muestran que los profesores en formación participantes utilizan principalmente el conocimiento del tema de funciones vinculado a las representaciones y definiciones, mientras que hay pocas evidencias que refieran al uso de conocimientos sobre la estructura matemática y la práctica matemática.

## 1. Introducción

Investigaciones sobre el conocimiento del profesorado de matemática muestran la importancia de que estos profesionales posean un fuerte conocimiento del contenido matemático. Este tipo de conocimiento permite reconocer respuestas correctas e incorrectas del estudiantado, utilizar de forma correcta las notaciones, identificar imprecisiones en las definiciones presentes en libros de texto, establecer vínculos entre el tema actual y los temas previos y posteriores, así como con otras áreas de conocimiento (Shulman, 1986; Gómez, 2007; Rodríguez et al., 2016). Por otra parte, los estudiantes de educación secundaria tienen dificultades para comprender y aplicar conceptos vinculados a las funciones (Ministerio de Educación Pública, 2014), esto a pesar que el concepto de función permite mostrar relaciones entre variables e interpretar y analizar gráficas (Clement, 2001). Debido a lo anterior, se pretende evidenciar el conocimiento matemático vinculado a las funciones que utiliza un grupo profesores en formación al analizar una situación de enseñanza.

## 2. Marco teórico

Este estudio se sustenta en el modelo de conocimiento denominado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTSK, por sus siglas en inglés) (Carrillo et al., 2014). Este modelo está conformado por dos dominios de conocimiento, el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido y cada uno de estos se compone por subdominios y subcategorías, que le otorga utilidad como herramienta metodológica para interpretar y analizar la actuación del profesorado. En esta comunicación nos enfocaremos en el dominio del conocimiento matemático.

El conocimiento matemático es el conocimiento que tiene el profesorado de las matemáticas como disciplina científica en un contexto escolar. Está compuesto por tres subdominios: (1) El conocimiento del tema, entendido como el conocimiento de los significados del contenido matemático escolar de manera fundamentada. Considera cinco subcategorías: fenomenología, propiedades y sus fundamentos, sistemas de representación, definiciones y procedimientos. (2) El conocimiento de la estructura matemática, que es el conocimiento de las relaciones entre distintos conceptos matemáticos abordados en el mismo nivel educativos o en otros. Comprende tres subcategorías: enlace potenciador, enlace transversal y enlace instrumental y (3) El conocimiento de la práctica matemática, que refiere al conocimiento sobre los razonamientos que justifican la forma de proceder en la Matemática como disciplina científica. Se definen dos subcategorías: generalidad matemática y particularidad matemática.

## 3. Marco metodológico

Los participantes son seis profesores en formación inicial de una universidad pública de Costa Rica en el último año de su formación. Para recolectar los datos cada participante observó un video de aproximadamente 10 minutos de duración que muestra a un docente cuando enseña los conceptos básicos de función. Posteriomente, se les pidió que elaborarán una narrativa en la cual anotaran, de manera secuencial, aquellos aspectos que consideran relevantes de la situación de enseñanza observada. La información se analizó a partir del sistema de categorías y subcategorías del conocimiento matemático del MTSK, las cuales permitieron clasificar los conocimientos utilizados por los profesores en formación participantes.

## 4. Resultados

Los resultados permiten definir tres categorías en las que se pueden clasificar a los profesores en formación participantes según los conocimientos movilizados: (1) utilizan principalmente el conocimiento del tema (estudiantes 2, 5 y 6), (2) utilizan conocimientos vinculados al conocimiento del tema y a la estructura matemática, sin enfatizar en alguno de ellos (estudiante 1) y (3) utilizan conocimientos sobre el conocimiento del tema, la estructura matemática y la práctica matemática, sin enfatizar en alguno de ellos (estudiantes 3 y 4). Se ejemplificarán las categorías mostrando aspectos destacados por los profesores en formación 1, 2 y 3.

El profesor en formación 1 utilizó su conocimiento del tema para analizar la situación de enseñanza. Específicamente movilizó su conocimiento sobre propiedades del concepto de función al resaltar una de las características de los elementos del dominio y codomonio, esto al indicar que “no pueden sobrar ninguno del conjunto de salida y que sí pueden haber sobrantes en el de llegada”. También emplea su conocimiento sobre representaciones cuando identificó representaciones icónicas, numéricas y algebraicas. Además, al mencionar que en la situación analizada se "realiza un repaso de un concepto clave para comprender el concepto de función", refiriéndose al concepto de relación evidencia el empleó de conocimientos sobre la estructura matemática al señalar un enlace potenciador. Este participante también identificó un enlace transversal, sin embargo, no usa otros conocimientos vinculados al conocimiento del tema o a la estructura matemática, ni algún conocimiento sobre la práctica matemática.

Por otra parte, el participante 2 empleó todos los conocimientos vinculados al conocimiento del tema que propone el MTSK, excepto el conocimiento sobre procedimientos. Por ejemplo, utiliza su conocimiento sobre la definición de función y sus propiedades al indicar que en la situación observada se "hace enfásis que el conjunto A [dominio] no pueden haber elementos sin asociarlo [sic] a algún elemento del conjunto B [codominio]" y al considerar "apropiado el enfásis que [el docente del video] le da al único elemento que se puede asignar". También utilizó sus conocimientos sobre representaciones al reconocer representaciones pictóricas, numéricas y gráficas. Aunado a lo anterior moviliza su conocimiento sobre fenomenología al indicar que "trataría de mostrar más ejemplos de funciones en la vida escolar para cerrar la explicación". Este participante también usa su conocimiento sobre la estructura conceptual del tema de función, específicamente destaca un enlace potenciador al indicar que el concepto de función "es muy importante en el resto de su formación". La narrativa de este participante no evidencia el uso de otros conocimientos de la estructura matemática ni el uso de conocimientos sobre la práctica matemática asociada al concepto de función.

Por último, el participante 3 utiliza su conocimiento sobre representaciones y definiciones (del conocimiento del tema), sobre enlaces potenciadores (del conocimiento de la estructura matemática) y sobre particularidad matemática (del conocimiento de la práctica matemática). Por ejemplo, utiliza su conocimiento sobre la representación simbólica de una función cuando destaca que "es bueno la aclaración de que las funciones se denotan con letras minúsculas" y su conocimiento sobre la definición de función cuando menciona que "importante cómo [el docente del video] hace la salvedad que una función es una relación pero con ciertas condiciones". Además, al mencionar que es "importante como el docente logra conectar lo visto en la clase anterior con lo que se va a ver que es el tema de función" evidencia el uso de la estructura matemática del tema de función, específicamente alude a un enlace potenciador. Aunado a lo anterior, este profesor en formación también usa su conocimiento sobre la particularidad matemática del concepto de función.

## 5. Conclusiones

Lo anterior evidencia que todos los profesores en formación participantes usan algunos de los conocimientos del tema de funciones propuestos por el MTSK, principalmente sobre representaciones y definiciones. Ninguno usa conocimientos sobre procedimientos, enlaces instrumentales o sobre generalidad matemáticas, a pesar que la situación analizada es posible destacar aspectos que movilizan estos conocimientos. Por otra parte, es necesario establecer mecanismos para promover el uso de conocimientos vinculados a la estructura matemática y a la práctica matemática del tema de función.

## 6. Referencias bibliográficas

Carrillo, J., Contreras, L., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., Montes, M. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas*, Huelva, España, Ediciones Bonanza.

Clement, L. (2001). What do students really know about functions? *Mathematics Teacher of The National Council of Teachers of Mathematics. 94*(9), 745-748.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

Ministerio de Educación Pública. (2014). *Informe nacional 2013. Resultados de las pruebas nacionales de bachillerato de la Educación Formal.* San José, Costa Rica: Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad.

Rodríguez, A., Picado, M., Espinoza, J., Rojas N., Flores P. (2016). Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar los conceptos básicos de funciones: un estudio de caso. *UNICIENCIA*, *30*(1), 1-16. DOI: https://doi.org/10.15359/ru.30-1.1

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association, 15*(2), 4-14.

# EXPLORACIÓN DE LA ANSIEDAD MATEMÁTICA EN POSTULANTES DE INGRESO AL COLEGIO CIENTÍFICO, SEDE PÉREZ ZELEDÓN

Autores: M.Sc. Fabián Hernández Vargas; M.Sc. Juan Manuel Méndez Valverde; M.Sc. Roberto Mora Sánchez; M.Sc. Ana Gabriela Pérez Blanco.

Institución: Universidad Nacional.

Correo: fabian.hernandez.vargas@una.ac.cr, juan.mendez.valverde@una.ac.cr, roberto.mora.sanchez@una.ac.cr, ana.perez.blanco@una.ac.cr

Palabras Clave: Ansiedad, matemática, postulantes.

**Resumen:**

El presente estudio analiza los niveles de ansiedad matemática en los postulantes de ingreso al Colegio Científico, Sede Pérez Zeledón, los cuales por sus características académicas presentan una afinidad marcada hacia el área de las ciencias y la matemática. El estudio toma en cuenta el constructo de ansiedad matemática como un sentimiento que se presenta al hacer frente a tareas que involucren conocimientos o destrezas hacia el área, y a su vez lo relaciona con otras variables como lo son el género, el tipo de institución de proveniencia, el rendimiento académico en la disciplina, gusto hacía la matemática, entre otros. Entre los resultados obtenidos se deben resaltar que los estudiantes analizados en general presentan niveles de ansiedad bajos, además que no existe una diferencia marcada entre los niveles de ansiedad por género, zona de residencia o tipo de institución de procedencia.

## 1. Introducción:

El Colegio Científico de Costa Rica, sede Pérez Zeledón (CCCPZ) está ubicado en la Universidad Nacional, sede regional Brunca, y forma parte del Sistema de Colegios Científicos de Costa Rica, las cuales son instituciones que únicamente imparten los niveles de décimo y undécimo, y que corresponden a una modalidad educativa orientada hacia el área científica. Para poder ingresar a la institución los estudiantes deben de realizar un proceso de admisión, el cual permite seleccionar anualmente alrededor de 30 jóvenes con habilidades para poder desarrollarse dentro de un sistema educativo exigencia académica.

Este contexto enmarca que los estudiantes postulantes de ingreso al CCCPZ presentan características y habilidades orientadas hacía disciplinas como las ciencias y las matemáticas, por lo cual presentan una afinidad hacía las mismas. Ante esta premisa se busca explorar si dichos estudiantes presentan niveles de ansiedad matemática (AM). Es importante recordar que los postulantes de ingreso provienen de distintas realidades educativas y que además provienen de un proceso educativo anterior que se desarrolló principalmente bajo condiciones inusuales, provocadas principalmente a causa de la pandemia provocada por el COVID-19.

Tomando en cuenta este contexto se realiza un estudio exploratorio que incluye a 88 de los postulantes de ingreso al CCCPZ para el año 2023, el cual permite analizar la relación que existe entre la AM y variables relacionadas con género, zona de residencia, modalidad educativa de procedencia y percepción del rendimiento en matemática.

## 2. Marco teórico:

Para una mejor comprensión del estudio que se desarrolla es importante conocer aspectos relacionados con las características de los postulantes de ingreso y lo referente al concepto de AM.

El proceso de admisión al CCCPZ consta de una serie de etapas, en las cuales participan estudiantes provenientes de distintas modalidades de educación secundaria, los cuales cuentan con actitudes y aptitudes hacía las ciencias y las matemáticas. Los postulantes deben de cumplir los requisitos como tener promedio de al menos 85 en cada una de las asignaturas de del Tercer Ciclo de la Educación General Básica, posterior a ello la aplicación de una prueba de admisión, en la cual se seleccionan las 30 mejores calificaciones, para luego tener una etapa de entrevistas.

De esta forma se incentiva que aquellos estudiantes que se postulen para el ingreso al CCCPZ cuenten con características orientadas hacía el gusto por las ciencias y en particular hacía la matemática.

> El estudiante de un Colegio Científico ingresa con un perfil de entrada de madurez social e intelectual óptimos. En el área social, el estudiante muestra esfuerzo, iniciativa, metas definidas y ambiciosas, madurez emocional para la toma de decisiones, responsabilidad, disciplina, seguridad y alta capacidad de adaptación. En el área intelectual, el estudiante tiene una base académica sólida y exitosos antecedentes académicos. (Mora, 2007, p 46)

Ahora bien, en lo que respecto al concepto de AM tiene sus orígenes en el estudio de Richardson & Suinn (1972), quién la describe como "el sentimiento de tensión y ansiedad que interfieren en la manipulación de números y en la resolución de problemas matemáticos en una amplia variedad de situaciones tanto cotidianas como académicas" (p. 551). Por su parte otros autores la han conceptualizado como un estado afectivo caracterizado por la ausencia de confort que presenta un estudiante cuando se enfrenta a tareas matemáticas y que se manifiesta mediante síntomas como la tensión, nervios, preocupación, miedo, bloque mental, entre otros (Pérez-Tyteca & Castro, 2011).

El análisis de este constructo ha sido explorado en Costa Rica por autores tanto a nivel de educación secundaria como universitaria. A pesar de ello, estos estudios no se han orientado específicamente hacía una población que presente una afinidad hacia la matemática.

## 3. Metodología:

El estudio es de enfoque cuantitativo descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), ya que su propósito es evidenciar y describir la relación entre el nivel de AM y algunas otras variables. Se aplicó a la totalidad de los postulantes de ingreso al CCCPZ, obteniendo un porcentaje de respuesta del alrededor del 94%.

El cuestionario empleado corresponde a una adecuación de la "Escala de Ansiedad Matemática" elaborada por Fennema y Sherman (1976), instrumento utilizado en reiteradas ocasiones por diversos autores para el análisis de información sobre el tema de estudio. Las preguntas utilizadas fueron evaluadas mediante una escala tipo Likert, en donde sus opciones de respuesta van de 1 a 5; lo cual permite establecer un promedio de los puntajes de las preguntas. Además, al instrumento se le agregaron algunas preguntas generales relacionadas con las demás variables en estudio. En lo que respecta al nivel de AM se utilizó la escala de Pérez-Tyteca (2012).

**4. Resultados:**

Al analizar los niveles de ansiedad matemática en los sujetos de estudio se observa que el puntaje promedio es de 1,68; lo cual indica que presentan un nivel bajo de ansiedad matemática. A pesar de ello es posible observar que existe un 10,22% de los postulantes que presentan un nivel medio o mayor de ansiedad matemática.

Por su parte al realizar el análisis en relación a la variable género, tanto los hombres como las mujeres presentan un nivel bajo, sin embargo, son los hombres lo que tienden a tener un nivel de ansiedad levemente mayor al de las mujeres. Por su parte al realizar la comparación en relación al tipo de modalidad educativa en donde cursó el Tercer Ciclo de la EGB, los provenientes de una institución privada (26,14%) presentan un nivel de ansiedad matemática muy bajo; mientras que lo provenientes del sistema público (73,86%) presentaron un nivel de ansiedad bajo.

Al consultarse sobre la percepción que tenían los postulantes sobre su rendimiento en la asignatura de matemática los mismos se ubicaron en tres categorías, rendimiento muy bueno (55,68%), bueno (38,64%) y regular (5,68%). A partir de esta clasificación se observa que los que presenta un menor nivel de AM son los que consideran que su rendimiento fue muy bueno.

**5. Conclusiones:**

La población en estudio presenta niveles de ansiedad matemática bajos, lo cual puede ser producto de que por su afinidad hacia la disciplina encuentran gratificante el realizar tareas que involucren conocimientos matemáticos y científicos. En particular este estudio muestra que no hay una diferencia marcada entre el nivel de ansiedad matemática entre hombres y mujeres, lo cual si ha ocurrido en otras poblaciones estudiadas.

Además, es posible observar que a pesar que el nivel de ansiedad matemática es muy similar entre los estudiantes provenientes de colegios públicos y privados, si se presentan que los provenientes de esta última modalidad tiene niveles de ansiedad más bajos. Por otra parte, la zona de residencia no es un actor determinante para el nivel de ansiedad.

Finalmente, este estudio puede servir como base para un análisis comparativo a futuro, en el cual posterior a que los estudiantes están inmersos en un sistema de educación científica, el cual presenta sus diferencias en relación al modelo educativo de procedencia, se realice nuevamente un análisis de sus niveles de ansiedad y los mismos sean comparados.

**6. Referencias bibliográficas:**


Castillo, H. y Picado, A. (2014). *Estudio de la Ansiedad Matemática en estudiantes de colegios técnicos de la educación media costarricense* (Tesis de Licenciatura): Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Fennema, E., y Sherman, J. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scales. Instrument designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. Journal for Research in Mathematics Education, 7(5), 324–226. https://doi.org/10.2307/748467

Hernández-Vargas, F. y Espinoza-Gonzláez, J. (2018). Ansiedad matemática en estudiantes para maestros de primaria. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 31 (número 2), 1740-1747. https://www.clame.org.mx/documentos/alme31_2.pdf

Meza, L. Agüero, E. Suarez, Z. y Schmidt, S. (2014). ESAM: Estudio de la ansiedad matemática en la educación media. Instituto Tecnológico de Costa Rica. https://repositoriotec.tec.ac.cr/bitstream/handle/2238/4733/estudio_ansiedad_matematica_educacion_media.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Mora, R y Calderón, M. Colegio Científico de Pérez Zeledón 15 años al servicio de Costa Rica (1st ed.) Editorial Uruk Editores; San José - Costa Rica. 2007.

Pérez Tyteca, P., y Castro, E. (2011). La ansiedad matemática y su red de influencia en la elección de carrera universitaria. [Archivo PDF]

http://funes.uniandes.edu.co/1831/1/402_Perez2011Laansiedad_SEIEM13.pdf

# EL SENTIDO DE LA ESTRUCTURA EN ÁLGEBRA: EL CASO DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Autores: García Margarito*; García María Del Socorro*; Palmas Santiago Alonso**.

Institución: Universidad Autónoma de Guerrero*, Universidad Autónoma Metropolitana**.

Correo: 12544195@uagro.mx, 18112@uagro.mx, s.palmas@correo.ler.uam.mx

Palabras Clave: Álgebra, sentido de la estructura, productos notables, factorización, dificultades.

**Resumen:**

El presente escrito describe avances de un proyecto de investigación que tiene por objetivo analizar el Sentido de la Estructura en Álgebra de estudiantes de primer grado de bachillerato general. La investigación es motivada por la detección de dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de dos temas, los productos notables y la factorización. A manera de avances, se presenta el diseño de un cuestionario para analizar el sentido de la estructura que poseen los estudiantes en el tratamiento de expresiones algebraicas que involucren productos notables y factorización.

## 1. Introducción

La revisión de la literatura sobre investigaciones del sentido de la estructura en álgebra señaló que, en diversos países desde la escolaridad básica, el bachillerato y la universidad los estudiantes no muestran sentido de la estructura ante el tratamiento de las expresiones algebraicas (Linchevski y Livneh, 1999; Hoch y Dreyfus, 2004; y Bolaños y Segovia, 2021). La importancia de que los estudiantes tengan sentido de la estructura favorece en ellos el reconocimiento de expresiones algebraicas, les permite analizar antes de realizar un tratamiento y asimismo les permite desarrollar la habilidad para poder realizar transformaciones cuando éstas sean necesarias. La problemática identificada condujo a analizar el sentido de la estructura en álgebra en estudiantes mexicanos, de un bachillerato general. La pregunta de investigación planteada es ¿cuál es el sentido de la estructura que manifiestan estudiantes de bachillerato al resolver expresiones algebraicas que involucran productos notables y métodos de factorización?

## 2. Marco teórico

El sustento teórico de la investigación descansa en tres conceptos, estructura, estructura algebraica y sentido de la estructura. Enseguida se describen.

### 2.1 Estructura

La estructura refiere a "un análisis amplio de la forma en que una entidad está formada por sus partes. Este análisis describe los sistemas de conexiones o relaciones entre los componentes" (Hoch y Dreyfus, 2004, p. 50). Respecto a la palabra entidad que aparece en la definición anterior, ésta se refiere a la expresión algebraica. Cabe aclarar que cuando hablamos de una expresión algebraica nos referimos a una agrupación entre números (coeficientes) y letras (literales) que forman un producto o cociente, éstas a su vez se encuentran relacionadas a través de dos signos de operación, la suma y la resta.

### 2.2 Estructura algebraica

Una estructura algebraica se define como aquellas relaciones de igualdad o de desigualdad entre dos expresiones algebraicas. Un ejemplo de dos estructuras algebraicas son las fracciones algebraicas y las ecuaciones cuadráticas. De acuerdo con Hoch y Dreyfus (2004) simplificar o expandir una fracción algebraica, así como resolver una ecuación de segundo grado para encontrar sus soluciones, revela un orden interno, el cual está determinado por las relaciones entre las cantidades y las operaciones que son las partes o componentes de la estructura algebraica, considerado como su estructura interna. Por otro lado, su forma o apariencia define su estructura externa.

### 2.3 Sentido de la estructura

El sentido de la estructura se refiere a la colección de habilidades que demandan la capacidad para ver una expresión algebraica como una entidad, reconocerla como una estructura previamente conocida, dividir una entidad en subestructuras, reconocer conexiones mutuas entre estructuras, reconocer que manipulaciones son posible realizar y que manipulaciones son útiles de realizar (Hoch y Dreyfus, 2004).

## 3. Metodología

La investigación es de tipo cualitativa, y sigue un diseño descriptivo y exploratorio (Tarrés, 2001). La investigación se centra en un bachillerato general, se trata de la preparatoria No. 33, “Armando Chavarría Barrera” de la Universidad Autónoma de Guerrero, ubicada en Chilpancingo de los Bravo. La preparatoria se cursa en 6 semestres, y en cada uno se incluye una materia de matemáticas, el estudio se enfoca en los 2 primeros semestres que demandan a los estudiantes el desarrollo de habilidades algebraicas.

En el primer semestre se tratan los temas de funciones lineales, ecuaciones de primer grado, inecuaciones de primer grado y sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. En el segundo semestre, expresiones cuadráticas y lenguaje algebraico, funciones cuadráticas, ecuaciones de segundo grado, inecuaciones de segundo grado, asimismo en estos temas se deben de desarrollar operaciones algebraicas (multiplicación y división), (productos notables y factorización) y finalmente la graficación.

Los participantes son dos grupos de estudiantes de primer año, 89 estudiantes, pertenecientes al segundo semestre. El instrumento de recolección de datos es un cuestionario estructurado de preguntas y ejercicios con la finalidad de poder identificar el sentido de la estructura que poseen los estudiantes en el tratamiento de expresiones algebraicas que involucran productos notables y los diferentes métodos de factorización.

## 4. Avances

A continuación, se describe el diseño de la estructura del cuestionario constituido por siete actividades.

**Actividad 1**

*Resuelve los siguientes incisos, si se requiere puedes dibujar su gráfica.*

a) $(x+1)^2-(x^2+2x+1)$
b) $2x-1=\frac{1}{3}x+1$
c) $-x+y=2$

Esta actividad tiene el objetivo de identificar si el estudiante puede reconocer en su representación analítica a) una expresión algebraica, b) una ecuación de primer grado y c) una función. Asimismo, se espera que pueda obtener la resolución correspondiente a cada una de ellas.

**Actividad 2**

*Describe que representa cada inciso de la actividad 1, además, describe que representa la letra "$x$" en cada inciso, ¿Representa lo mismo, por qué?*

Esta actividad tiene el objetivo de identificar si el estudiante posee el significado o el uso de la literal en cada una de las expresiones, cómo, a) incógnita especifica, b) incógnita específica y c) relación funcional.

**Actividad 3**

*Factorizar completamente la siguiente expresión algebraica*: $x^3b^2-b^2+4-4x^3$

La actividad planteada tiene el objetivo de conocer si el estudiante puede identificar una expresión algebraica y utilizar los métodos de factorización para poder reducirla a su mínima expresión.

**Actividad 4**

*Efectuar las siguientes operaciones con fracciones algebraicas y simplificar al máximo el resultado.*

a) $\frac{x}{4x^2-16x+15}-\frac{3}{2x^2-5x}$
b) $\frac{x^4+x}{4x^2-12x+9}\div\frac{x^3-x^2+x}{4x-6}$

La actividad tiene el objetivo de conocer si el estudiante identifica una fracción algebraica, asimismo, las operaciones entre dos fracciones algebraicas, en este caso la resta y la división.

**Actividad 5**

*¿Qué significa para ti una expresión algebraica?*

La pregunta planteada en la actividad tiene el objetivo de conocer el significado que el estudiante otorga a la expresión algebraica.

**Actividad 6**

*¿Cuál es el propósito de factorizar una expresión algebraica?*

La pregunta tiene el objetivo de identificar si el estudiante comprende el concepto de factorizar una expresión algebraica, como el proceso de reducir una expresión algebraica a una equivalente en su forma más simple, sencilla y reducida.

**Actividad 7**

*¿Pudiste identificar tipos de factorización?, ¿Cuáles?*

La pregunta de la actividad tiene el objetivo de conocer si el estudiante identificó métodos de factorización en el desarrollo de las actividades 1 a 4.

## 6. Referencias


Bolaños, B., M., Segovia, A., I. (2021). Sentido estructural de los estudiantes de primer curso universitario. *Uniciencia*, 35 (1), 152 – 158.

Hoch, M. y Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28thConference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, (pp. 49-56). Bergen University College, Noruega.

Linchevski, L., & Livneh, D. (1999). Structure Sense: The Relationship between Algebraic and Numerical Contexts. *Educational Studies in Mathematics*, *40*(2), 173–196.

Tarrés, M. L (coord.) (2001). *Observar, escuchar y comprender. Sobre la tradición cualitativa en la investigación social*. México, Porrúa.

# INVESTIGACIÓN SOBRE LOS MÉTODOS DIDÁCTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

Autor: Carlos Mometti

Institución: Facultad de Educación, Universidad de São Paulo

Correo: carlosmometti@usp.br

Palabras Clave: Formación de Profesores, Nivel educativo primario, Análisis del discurso.

**Resumen:**

Asumiendo el contexto de la formación docente y las prácticas pedagógicas en Educación Matemática, el presente trabajo busca presentar los resultados de una investigación sobre los métodos utilizados por los pedagogos para enseñar fracciones en la educación primaria. Para ello, utilizamos el análisis del discurso (AD) en la perspectiva francesa sobre los discursos recogidos en un grupo de seis docentes pedagogos. Como resultado obtuvimos categorías que clasifican las concepciones metodológicas de los docentes estudiados sobre el proceso de enseñanza.

## 1. Introducción

El estudio de las opciones metodológicas utilizadas por los profesores pedagogos de la educación primaria se constituye, en el campo de la investigación en Educación Matemática, como una herramienta fundamental para comprender e interpretar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas con los niños. En ese sentido, además de obtener respuestas a interrogantes epistemológicos y metodológicos, tenemos la posibilidad de construir y desarrollar materiales de apoyo pedagógico para pedagogos, dado que su formación en Brasil, como lo muestran Campos, Magina y Nunes (2006) y Julio y Silva (2018) carece de más conceptos matemáticos y disciplinas específicas para su enseñanza. De esta manera, buscamos con este trabajo presentar los resultados de una investigación acerca de los métodos utilizados por los pedagogos para enseñar fracciones en la educación primaria.

## 2. Metodología

Para lograr el objetivo planteado inicialmente para la investigación antes mencionada, el diseño metodológico propuesto asumió los siguientes aspectos: (i) contexto de estudio, (ii) sujetos de investigación, (iii) fuentes de información y recolección, (iv) método de transformación de datos y (v) análisis. Así, en lo que respecta al ítem (i), se caracteriza por un curso de educación continua desarrollado durante el segundo semestre de 2020 a la luz de las actividades previstas para la investigación mencionada con profesores pedagogos de cinco ciudades brasileñas. El ítem (ii) comprende un grupo de cinco profesores pedagogos, matriculados y participantes del curso de educación continua en el contexto de este trabajo.

Con relación al ítem (iii) enumeramos las actividades enviadas por los docentes sujetos de la investigación en el Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), el registro del momento sincrónico donde se discutió el tema y, finalmente, las informaciones presentes en el diario de campo de la investigadora.

La actividad solicitada a los docentes por parte del AVA, fuente de información más importante para esta investigación, consistió en un estudio de caso, donde una docente imaginaria llamada Clarissa tuvo que enfrentar la siguiente situación: *Clarissa es maestra de cuarto grado en una escuela pública. Durante su planificación bimensual, notó que uno de los componentes curriculares que se debía trabajar eran las fracciones. Además, verificó que este componente debería regresar en los próximos dos meses. Dada esta situación, ¿Cómo podría Clarissa trabajar con este contenido en el cuarto grado? ¿Cuál sería la secuencia didáctica a seguir para desarrollar el contenido previsto? ¿Qué materiales tendrías para este trabajo?*

Así, para transformar la información recogida en las fuentes citadas más adelante en datos para el análisis, se seleccionó la metodología del Análisis del Discurso (AD) desde la perspectiva francesa de Pêcheux (2015). Este hecho se justifica porque las actividades producidas por los docentes participantes se dieron en el formato textual-discursivo y, además, porque se buscó comprender cómo entendieron la noción de metodología de la enseñanza en la situación propuesta y cuáles serían los pasos utilizados para enseñar el contenido de las fracciones.

## 3. Datos y discusión

La Tabla 1 a continuación nos brinda los principales resultados obtenidos después de usar AD en las superficies discursivas seleccionadas de los nueve maestros que participan en este estudio.

**Tabla 1.** Presentación de datos obtenidos a través de AD.

| **Profesor** | **Categoría obtenida** | **Interpretación (AD)** |
|---|---|---|
| [A] | Contenidos - propedéutica | Metodología basada en el cuestionamiento, donde a través de las respuestas se conduce al estudiante al conocimiento. Impulsando la idea, aprendiendo de adentro hacia afuera. |
| [B] | | El proceso depende del nivel en el que se encuentre el alumno, lo que muestra la elección del método a través del grado de complejidad de cada contenido. |

| | | |
|---|---|---|
| [C] | Tradicionalista | La selección de los pasos caracteriza el método considerado sugerente para enseñar la fracción con el significado de número. De esta manera, se sigue una secuencia preformateada que no guía una perspectiva de evaluación. |
| [D] | Constructivista | Describir las etapas del proceso de pensamiento utilizando la experiencia vivida y situaciones hipotéticas. |
| [E] | | Justificar el método utilizado a partir de la experiencia del aprendizaje de fracciones. Asociación de la manipulación con la construcción e interpretación simbólica. |

Fuente: Elaboración propia.

## 4. Conclusiones

Pudimos concluir luego de realizar el análisis discursivo sobre las superficies seleccionadas que los docentes participantes en la investigación se distribuyen en tres categorías de percepción metodológica del proceso de enseñanza, las cuales son: (i) propedéutico-contenido, (ii) tradicionalista y (iii) constructivista. De esta manera, pudimos ver con respecto a la enseñanza de las fracciones que los métodos utilizados por los profesores todavía siguen, aún hoy, una tradición iniciada en Brasil a partir del siglo XX. Además, pudimos reflexionar sobre las formas en que se desarrolla la práctica pedagógica de estos docentes en el aula, así como mejorar nuestras interrogantes para futuras investigaciones.

## 5. Referencias bibliográficas

Campos, T. M. M.; Magina y S. E Nunes, T. (2006). O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Revista Educação Matemática e Pesquisa*. 1(8). São Paulo. p.125-136.

Julio, R. y Silva, G. H. G. S. (2018). Compreendendo a Formação Matemática de Futuros Pedagogos por meio de Narrativas. *Bolema*, v.32, n.62, p.1012-1029.

Pêcheux, M. (2015). Análise do discurso. 4 ed. Campinas: Pontes Editores.

# VISUALIZACIÓN EN INFANTES DE 0 A 2 AÑOS

Autor: José Miguel Meza Ortiz

Institución: Investigador independiente

Correo: jomeza@uc.cl

**Palabras claves:** Matemáticas tempranas, matemática infantil, pensamiento matemático.

**Resumen:** En la actualidad, existen numerosas investigaciones que ponen de manifiesto que es posible reconocer ciertos aprendizajes matemáticos en infantes de entre 0 y 2 años. Algunas de estas capacidades, principalmente son el diferenciar cantidades que respetan cierta relación proporcional, como también, reconocer cantidades hasta 3, pese a que el lenguaje verbal no está del todo desarrollado. El presente trabajo, corresponde a un análisis *a priori* de ciertos materiales o 'juguetes' comunes para infantes de estas edades, que bajo criterios didácticos matemáticos, podrían ser una primera aproximación al pensamiento visual.

1. Introducción y planteamiento del problema

En la actualidad existen numerosos trabajos que dejan de manifiesto el interés por conocer las características de los primeros aprendizajes matemáticos. En esta línea Dehaene (2016) y Castro (2014), por ejemplo, dan vida a la discusión si es que las primeras capacidades matemáticas que las personas demostramos surgen de manera innata o si más bien, son desarrolladas gracias a las interacciones que el infante tiene en y con su entorno. Ahora bien, en cualquiera de los casos, en ambas perspectivas se reconoce una cierta actividad matemática. En un sentido opuesto, existen investigadores que cuestionan también la existencia de una cierta actividad matemática en dichas acciones, y por tanto, nominan estos gestos como acciones que podrían estar próximas a la matemática, pero que no necesariamente podrían ser nominadas como acciones propiamente matemáticas pues el infante no está del todo consciente que en dicha práctica hay o no cierta matemática.

Algunos de los aprendizajes matemáticos que se reconocen en estas edades, tiene directa relación con habilidades, acciones o tareas relacionadas con la capacidad de visualizar. Algunas de estas, como plantea Alsina (2015), Alsina y León (2016), Castro (2014, entre otros, son la diferenciación de cantidades que respetan cierta relación proporcional, estimación de distancias, tratamiento lógico con objetos a partir de sus cualidades, entre otros.

La visualización, por su parte, ha dado evidencias de su relevancia en el aprendizaje de la matemática. En Chile, por ejemplo, es nombrada en los capítulos introductorios como una cantidad que debe ser desarrollada en niños y niñas que están en Educación Básica (7 a 14 años). Pese a lo anterior, en la propuesta curricular para los niños menores a 7 años, es decir, en la Educación Parvularia chilena, no se habla explícitamente de ninguna habilidad o proceso matemático, por consecuencia, la de visualización de manera explícita no está reconocida como una capacidad a desarrollar. Pese a lo anterior, existen Objetivos de Aprendizaje, en adelante OA, que considerando marcos teóricos propios de la didáctica de la matemática y que apuntan a la capacidad de visualizar, podrían ser utilizados como una forma de desarrollar esta habilidad y que, por consecuencia, colaborarán en un tránsito con mayor armonía al desarrollo de esta habilidad en la Educación Básica chilena.

## 2. Marco teórico

Visualizar es para muchos autores podría ser entendida como la capacidad de elaborar y manipular objetos mentales elaborados de manera autónoma y creativa por cada persona, como también evocar o crear imágenes mentales (Gutierrez, 1991). En esta línea, Duval (2003, citado en Marmolejo y Vega, 2012) reconoce que existen dos tipos de procesos mentales asociadas a la visualización, por una parte, existe la visualización ascendente, la que transita desde un objeto o experiencia real y que luego existe y es manipulada en la mente de la persona. Por otra parte, existe la visualización descendente, la que de manera inversa a la anterior, transita desde el mundo inmaterial y por tanto la mente de las personas, para luego posiblemente puede ser vista en el mundo material o real. En esta línea, un infante de 0 a 2 años, carece de una amplia experiencia en el mundo real y sensitivo, por lo que en estas edades la capacidad de visualizar inicialmente tiene una predominancia en la visualización ascendente.

Para Piaget e Inhelder (1973/2007), esta etapa es denominada como el periodo sensoriomotriz, donde las experiencias sensoriales y manipulativas son fundamentales para el desarrollo del pensamiento en el infante. Esta propuesta, elaborada ya hace varias décadas atrás, es coherente con la propuesta de la visualización ascendente expuesta en el párrafo anterior, por lo que podrían existir varios puntos de encuentro entre estos marcos teóricos. Según Piaget, en el periodo sensoriomotriz, el infante progresivamente debe ir tomando decisiones para actuar en el mundo real o material, es decir, cómo mover su cuerpo para girar, desplazarse o asir algún objeto, en este último ejemplo, queda de manifiesto la articulación de lo sensorial y lo motor es relevante para actuar en el mundo.

Desde la perspectiva de lo sensorial, por una parte la vista como un medio de acceder a un objeto y luego elaborar una imagen mental, es una primera fuente donde el niño/a recoge información para tomar decisiones respecto a cómo actuar en o con el objeto. Por otra parte, el acto motor de cómo moverse, gestionar o articular su propio cuerpo para actuar en el objeto, es una capacidad que se va desarrollando progresivamente, donde entre muchas otras capacidades, está la capacidad de estudiar el ambiente, y en específico el objeto o el espacio, para saber cómo moverse para actuar en el objeto o espacio. Por tanto, en el análisis de objeto o espacio, existe una primera aproximación a la capacidad de visualizar.

Respecto a lo anterior, Gutierrez (1991) hace una revisión de diversos marcos teóricos que están directamente relacionados con la capacidad de visualizar. Entre ellos, hace referencia a del Grande (1990 en Gutierrez, 1991) quien plantea una lista de habilidades asociadas a la visualización, donde algunas de ellas podrían tener una alta predominancia en las primeras edades. Estas son:

a. <u>Coordinación motriz de los ojos:</u> esta habilidad se relaciona con la capacidad motora de dirigir la mirada sostenidamente a un objeto. Podría estar relacionada con la concentración, pero principalmente hace alusión a la capacidad de analizar cuidadosamente una determinada imagen o escena.

b. Conservación de la percepción: esta habilidad está directamente relacionada con la permanencia del objeto, no obstante, en el sentido en el que un objeto mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente.
c. Reconocimiento de las relaciones espaciales: esta habilidad también está directamente relacionada con la permanencia del objeto, a diferencia de la habilidad anterior, en esta habilidad se apela a la capacidad de reconocer un objeto pese a que este fue visualizado desde un punto de vista distinto.
d. Memoria visual: esta habilidad está asociada a retener y evocar información visual proveniente de experiencias previas. Esta evocación no necesariamente es comunicada oralmente, sino más bien, también puede ser relacionada con la capacidad de actuar con mayor agilidad y velocidad en ciertas tareas visuales.

3. Metodología

La metodología que se utilizó se basa en el análisis didáctico de materiales (juguetes) comunes en las aulas de educación parvularia o infantil, en específico, en salas cuna o guarderías. Para esto, se realiza una asociación entre las características físicas del objeto y los posibles aprendizajes y/o acciones matemáticas que un infante puede desarrollar al interactuar con el material

4. Resultados

Los materiales a analizar son aquellos que su tarea principal es encajar objetos según su forma. Pese a lo anterior, la industria podría incorporar otras cualidades para que, comercialmente, sea con mayor atractivo. Pese a lo anterior, considerando las características físicas del objeto, lo principal del recursos es que se realice un análisis de la forma del objeto y desde ahí, activando o poniendo en acto ciertas habilidades de visualización, la tarea ha de resultar con mayor éxito.

A continuación, se presentan imágenes genéricas disponibles en la web:

| Ejemplo 1 | Ejemplo 2 | Ejemplo 3 | Ejemplo 4 |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |

*Fuente: Elaboración propia.*

**Análisis del material**

Las características más relevantes para el desarrollo de habilidades de visualización, son:

- Objetos que pueden ser tomados o asidos por los niños/as, por ser de un tamaño acorde a las dimensiones de la mano de los infantes.
- Por lo general, son cuerpos geométricos rectos y regulares.

- Erróneamente, existen propuestas donde hay una directa relación entre el espacio donde debe ser insertado en el cuerpo geométrico. Esto invita a que el infante deslice el análisis de la forma al color.

Respecto al análisis de la capacidad matemática-cognitiva y/o habilidades de visualización que el infante pone en acto en la actividad matemática mientras resuelve la tarea:

- Cuando un infante toma un objeto para hacerlo encajar, primero debe realizar una óptima coordinación de los ojos para:
    - Aproximarse al objeto, por tanto estimar distancias.
    - Decidir cómo mover o rotar la mano para asirlo de manera óptima y efectiva.
- Cuando el/la niño/a por error pierde un objeto, pues se ocultó por haberse caído, el infante podría ir tras él siempre y cuando haya logrado la permanencia del objeto, como también, es un espacio/momento para desarrollar dicha habilidad. En términos de del Grande (1990 en Gutierrez, 1991), se pone en acto la habilidad conservación de la percepción.
- La habilidad del reconocimiento de relaciones espaciales, se pone en acto cuando el infante debe tomar decisiones respecto a cuál y cómo mover una cierta pieza para hacerla encajar. Inicialmente, el encaje se produce por ensayo y error, no obstante, progresivamente, comienza a realizar acciones más efectivas y eficaces en el encaje.
- Con el tiempo, mientras más experiencias tenga el infante con el material, irá acumulando mayores aciertos, los que en un cierto nivel de desarrollo cerebral, le permitirá evocar dichas experiencias para así ser más eficiente y eficaz. Esta habilidad es la memoria visual.
- Desde la perspectiva de la resolución de problemas, es altamente probable que utilice la heurística ensayo y error para abordar la resolución del problema. En esta lógica, el infante ha de probar formas de encajar la pieza, mientras pueda sostener el interés en el encaje.
- Acceder a objetos que están cerca de él, es decir, objetos próximos a su microespacio, el infante inconscientemente hará estimaciones de longitud o distancia para aproximarse y tomar las piezas a encajar. Esta estimación de distancia se irá perfeccionando en la medida en que se enfrente a tareas sencillas como tomar objetos de interés para él.

En relación a un análisis de la capacidad motora y/o visomotora del infante, se observa:

- Inicialmente, el infante toma los objetos de la forma en la que su cuerpo, no gestionado o controlado de manera voluntaria y consciente, se enfrentó a las piezas. Progresivamente el infante logra tener mayor tonicidad y coordinación motora, por lo que asir los objetos es más preciso.
- Respecto al punto anterior, progresivamente el infante irá coordinando el nivel de apertura de la mano para acceder a objetos, en tanto estos tengan formas no directamente ergonómicas (como son: prismas oblicuos de base irregular como estrella, por ejemplo).

5. Conclusiones

Las tareas subyacentes al actuar en y/o con los objetos, permite vislumbrar que en la medida que el infante interactúa con el objeto, progresivamente va ajustando y mejorando su análisis del objeto y, por tanto, ajustando la forma en la que debe actuar en él. Dicha actuación está directamente relacionada con el desarrollo psicomotor del niño/a, por lo que se articulan diversas áreas del desarrollo humano y por consecuencia, la manera en que se debe o puede mediar o gestionar el aprendizaje en el infante, requiere de reconocer las particularidades del niño/a y, desde ahí, aproximarlo a un desarrollo psicomotor y visual coherente con lo esperado y con aquello que puede hacer.

La oferta de oportunidades de aprendizaje en aprendices de estas edades, se enmarcan en corrientes de aprendizaje propias. En esta línea, debido a la incipiente capacidad comunicativa del párvulo, las estrategias de mediación consisten en hacer modificaciones al medio para que en dicha oportunidad, el/la niño/a deba adaptarse y responder a la tarea enfrentándose cuidadosamente a la tarea.

En esta lógica, el diseño de tareas matemáticas que promuevan el desarrollo de aprendizajes matemáticos tempranos, deben respetar y responder, por una parte, a la matemática como disciplina de aprendizaje, considerando sus saberes, saber-hacer y actitudes, como también, por otra parte, a las características evolutivas y particulares del niño/a, motoras, comunicativas, cognitivas y socioafectivas. Esta integración, sensible, desafiante y vigilada, permitirá que progresivamente vaya construyendo experiencias de aprendizaje cada vez más complejas.

## Referencias bibliográficas


Alsina, Á. (2015). Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien. Madrid: Narcea.

Alsina, Á., & León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. Educatio Siglo XXI, 34(2), 33-62.

Castro, E. (2014). Matemáticas en las primeras edades. En C. Fernández, & J. L. González, Aprendizaje y razonamiento matemático (págs. 86-107). Málaga: Universidad de Málaga.

Dehaene, S. (2016). El cerebro matemático. Cómo nacen, viven y a veces mueren los números en nuestra mente. Buenos Aires: XXI Siglo veintiuno.

Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y habilidades en visualización espacial*. Memoria el 3er congreso internacional sobre investigación en educación matemática. Valencia.

Marmolejo, G. & Vega, M. (2012). *La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje*. Educación matemática, vol. 24(39).

Piaget., J., & Inhelder, B. (1973/2007). Psicología del niño. Madrid, España: Morata.

# LA MIRADA PROFESIONAL EN ACTIVIDADES DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN EDUCACIÓN A DISTANCIA

Autores: Martha L. García Rodríguez; Oscar A. Ojeda Silva.

Institución: Instituto Politécnico Nacional.

Correo: martha.garcia@ipn.mx, oojeda@ipn.mx

Palabras Clave: Mirada profesional, educación en línea, generalización de patrones, estrategia.

**Resumen:**

Se explora la miranda profesional del docente en el proceso de generalización de patrones en estudiantes que cursan la asignatura de álgebra en un bachillerato a distancia en México. Se diseñó una secuencia didáctica en un foro de discusión en línea para que los estudiantes identificaran un patrón, el profesor analizó el proceso de generalización de cada estudiante a partir de *reconocer* las estrategias y dificultades al resolver las actividades, *interpretar* las estrategias en términos del proceso de generalización de patrones para *decidir* cómo actuar en consecuencia, y mejorar o ampliar el proceso seguido por los estudiantes. Se realizó una investigación cualitativa, con un método de investigación-acción y una técnica de análisis del contenido. Se concluye que los elementos de la mirada profesional fueron utilizados como un marco de análisis del trabajo de los estudiantes en el proceso de generalización de patrones en una modalidad educativa a distancia.

## 1. Introducción

Las investigaciones acerca de las dificultades en el aprendizaje del álgebra giran en torno a la enseñanza tradicional y muchas veces rígida en el aula de clases, donde numerosos trabajos reconocen como rasgo común el uso de actividades de generalización de patrones como una ruta hacia el razonamiento algebraico; coinciden en la importancia de descubrir un patrón, así como de comunicarlo y expresarlo en un lenguaje algebraico, por lo que el profesor debe ser capaz de identificar, describir y explicar las acciones que realizan los estudiantes al resolver estos problemas, es decir, mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza, Sherin et al. (2011).

La mayoría de los trabajos identifica la labor del profesor en el aula de clases con las características del espacio físico destinado a la enseñanza de sus estudiantes para el desarrollo de estas habilidades de manera presencial. Sin embargo, en la educación a distancia como sistema flexible en tiempo y espacio que se desarrolla a través de las TIC, ¿Como se logra esta mirada profesional? cuando la interacción profesor-alumno y el entorno son distintos.

Dado este contexto, la importancia de este trabajo radica en conocer el papel del profesor para apoyar los procesos generalización de patrones en la educación a distancia, desde la pedagogía y la didáctica para propiciar el desarrollo del razonamiento algebraico en un foro de discusión como escenario de comunicación con los estudiantes.

## 2. Marco teórico

Mason (2002) define la mirada profesional como la capacidad del docente para comprender situaciones de enseñanza-aprendizaje, y considera dos dimensiones: darse cuenta de y, darse cuenta para. El trabajo de Jacobs et al. (2010) se orienta a la toma de decisiones por parte del profesor como respuesta a las estrategias verbales o escritas utilizadas por los estudiantes. Los autores señalan que los maestros deben ser capaces de *reconocer* tales estrategias, *interpretar* sus entendimientos y utilizarlos para *decidir* cómo responder.

Por otra parte, Callejo y Zapatera (2018) reconocen la generalización de patrones como un proceso y proponen estadios por los que los estudiantes transitan en él. El primero es el reconocimiento de términos cercanos de la sucesión; el segundo, el reconocimiento de una relación funcional y el tercero, la identificación de la relación inversa.

## 3. Metodología

Se diseñaron actividades basadas en los estadios del proceso de generalización de patrones propuestas por Callejo y Zapatera (2011, 2018), para propiciar la transición de los estudiantes de un estadio a otro. Primero se implementaron actividades de generalización lineal, donde se proporcionaron escenarios para que los estudiantes pudieran observar una diferencia constante y consiguieran realizar el proceso directo de la generalización (cercana y lejana), así como la generalización en los dos sentidos (directo e inverso). En las siguientes actividades debían coordinar las estructuras espacial y numérica de una determinada secuencia. Y, por último, se les solicitó expresar verbal y simbólicamente la regla general de un patrón mediante una función, a partir de la posición de una figura y el número de elementos.

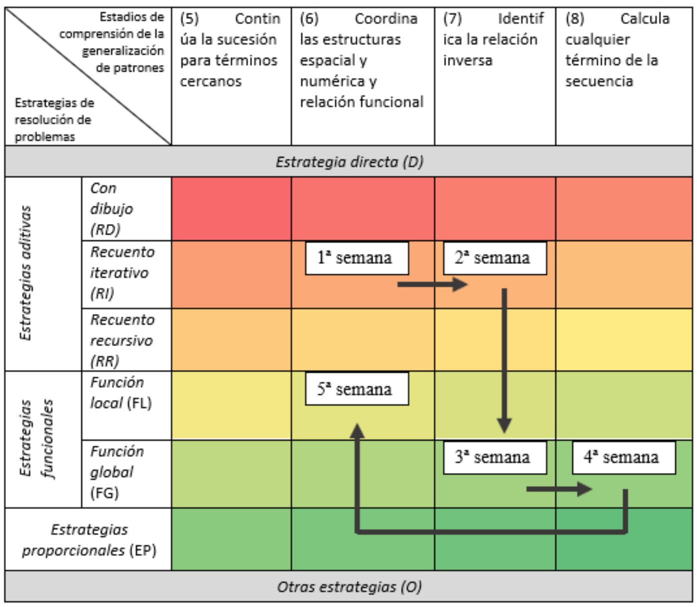
Se recuperaron los elementos de la mirada profesional (Jacobs et al., 2010) para que el profesor reconociera e interpretara, a partir de estas actividades, las estrategias empleadas por cada estudiante, para promover en ellos la generalización de patrones numéricos de la siguiente manera.

- El profesor reconoció las estrategias utilizadas por los estudiantes con apoyo de una rúbrica diseñada con los estadios de comprensión de generalización de patrones, y con las estrategias de resolución de problemas del mismo tema.
- El profesor interpretó las estrategias de los estudiantes, a partir de la identificación de los elementos matemáticamente significativos, lo que le permitió situar el desarrollo matemático de cada estudiante en una escala progresiva de estadios de la comprensión de generalización de patrones con apoyo a la rúbrica diseñada.
- El profesor propuso una acción al estudiante por cada participación donde se reconoció un objeto matemáticamente significativo, acorde a una rúbrica de acciones diseñada de los estadios de comprensión de la generalización de patrones para que transitara al siguiente nivel conforme se iba avanzando en la resolución de las actividades.

## 4. Resultados

Se presenta el análisis del trabajo de la estudiante Priscila (figura 1), es posible ver que el profesor reconoció tres tipos de estrategias ejecutadas por Priscila durante las actividades, la Aditiva iterativa y las Estrategias función local y Global. También interpretó que la estudiante transitó por los estadios de reconocimiento de una relación funcional y de identificación de la relación inversa. El profesor decidió optar por las acciones: sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia; describir la relación inversa y sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia para ayudar a la estudiante a transitar entre los estadios.

**Figura 1.** Desarrollo de la comprensión de la generalización de patrones de un estudiante




## 5. Conclusiones

Así como en la educación presencial, la intervención del profesor fue esencial en esta experiencia de educación a distancia para garantizar que los estudiantes modificaran sus estrategias para mejora el proceso de generalización de patrones. También se constató que la configuración del escenario de la educación a distancia fue fundamental para llevar a cabo estas acciones, pues las dificultades en el proceso de comunicación pueden alterar significativamente los resultados.

## 6. Referencias bibliográficas


Callejo de la Vega, M. L., y Zapatera Llinares, A. (2011). *Nivel de éxito y flexibilidad en el uso de estrategias resolviendo problemas de generalización de pautas lineales.* En Marín, Margarita; Fernández, Gabriel; Blanco, Lorenzo J.; Palarea, María Mercedes

(Eds.), Investigación en Educación Matemática XV (pp. 599–610). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. https://tinyurl.com/284qclvx

Callejo de la Vega, M. L., y Zapatera Llinares, A. (2018). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones: caracterización de perfiles. *Revista Complutense de Educación*, vol. 29 (2018), n. 4. https://doi.org/10.5209/RCED.55070

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., y Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for research in mathematics education*, 41(2), 169–202. https://tinyurl.com/2ymecql6

Mason, J. (2002). Researching your own practice: The discipline of noticing. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203471876

Sherin, M., Jacobs, V. R. y Philipp, R. A. (Eds.) (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge. https://tinyurl.com/2d8tcfdc

## RELATOS SOBRE UNA TAREA DE MODELACIÓN CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Autor: Guillermo Ramírez Montes.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: guillermo.ramirez_m@ucr.ac.cr

Palabras Clave: sistemas de ecuaciones lineales, modelación matemática, flujo vehicular, reflexiones.

**Resumen:**

Se presentan resultados de una de las tareas de modelación matemática implementada como parte de un proyecto de investigación. El proyecto visa analizar la influencia de tareas de modelado matemático en el aprendizaje del estudiantado en un curso de álgebra lineal de la Universidad de Costa Rica, en particular analizar cómo las tareas fomentan la aplicabilidad de los conceptos del álgebra lineal en contextos extra matemáticos y el desarrollo de competencias asociadas al proceso de modelación. En este estudio se considera una de las tareas implementadas, en un contexto local costarricense de flujo vehicular, donde se promueve el trabajo con sistemas de ecuaciones lineales. Se sigue una metodología de investigación cualitativa e interpretativa. El análisis se centra en las consideraciones que tomaron las personas participantes para trabajar la tarea, previo a construir su modelo matemático, y en las reflexiones que mencionan tras haber trabajado la tarea de modelación.

### 1. Introducción

El álgebra lineal constituye una de las herramientas fundamentales que se requieren en cursos avanzados de carreras con gran peso en matemática, pero al mismo su enseñanza se ha visto opacada por contextos intramatemáticos que, en vez de ayudarle al estudiantado a librarse de la abstracción asociada a los conceptos, generan dificultades para la comprensión y adaptación de los conceptos en otros contextos (Cárcamo, Gómez & Fortuny, 2017). En el caso de los sistemas de ecuaciones lineales (SEL), su aplicabilidad es muy amplia, y aun cuando es uno de los tópicos con menos dificultad para el estudiantado en comparación con otros tópicos, su no vinculación con contextos físicos ha hecho evidente el surgimiento de dificultades en el estudiantado, dificultades evidenciadas también en otros tópicos del álgebra lineal (Costa & Rossignoli, 2017).

Una alternativa para atender la problemática anterior lo constituyen los ambientes educativos de modelación matemática, proponiendo tareas que fomentan el uso de conceptos, procedimientos y diversos tipos de competencia matemática en la solución de situaciones reales (Borromeo Ferri, 2018). Con la mente puesta en cursos de servicio de álgebra lineal, ofrecidos por la Universidad de Costa Rica, cuyas metodologías no fomentan la aplicabilidad de los conceptos en contextos reales, se propuso implementar tareas de modelación matemática en el curso MA1004 de álgebra lineal, objetivando responder a las preguntas ¿qué conceptos matemáticos y competencias de modelación movilizan el estudiantado en la resolución de las tareas? ¿qué dificultades evidencian en su trabajo con las tareas? En particular, en este estudio se presentan resultados de los reportes del estudiantado, centrado en responder a la segunda interrogante.

## 2. Marco teórico

La perspectiva teórica adopta para el estudio es la perspectiva educacional de modelación matemática (Kaiser & Sriraman, 2006); y estudios previos desarrollados entorno al aprendizaje de SLE con ambientes de modelación (Possani et al. 2010). El primer elemento considera las tareas de modelación en la clase de Matemática para la introducción y consolidación de aprendizajes y fomento de competencias en contextos reales; el segundo elemento refiere un estudio tomado como referencia para la construcción de la tarea de modelación presentada en este estudio.

## 3. Metodología

El estudio es de naturaleza cualitativa, con descripciones e interpretaciones desarrolladas por el autor sobre las evidencias que presenta el estudiantado, basadas en extractos de los relatos desarrollados por los mismos al finalizar su proceso de modelación. Dicho análisis se realiza considerando decisiones tomadas para construir el modelo matemático necesario para dar respuesta a la tarea, y en reflexiones sobre otros contextos donde podría utilizarse el modelo construido y dificultades evidenciadas por el estudiantado. En este sentido, los instrumentos de recolección fueron las resoluciones escritas de los relatos desarrollados.

Un total de diez estudiantes matriculados en uno de los grupos del curso MA1004, la mayoría de carreras asociadas a Ingenierías, participaron en el estudio de forma voluntaria. La tarea fue trabajada en parejas, durante el segundo semestre del 2021, con la particularidad de que el estudiantado no había trabajado tareas en ambientes de modelación matemática previo a la implementación de la tarea.

En cuanto a la tarea, se presenta una situación de flujo vehicular, donde se desconocen algunos valores de flujos de tránsito asociados a ciertos trayectos de cierta región de la capital de Costa Rica, conforme a la figura 1.

**Figura 1.** Dirección de flujos vehicular en cierta región de CR.

Fuente: diseño propio.

Las flechas rojas indican direcciones reales de flujo vehicular, mientras que las flechas verdes indican direcciones que se podrían establecer en cierto trayecto donde no existe flujo vehicular.

## 4. Resultados

Dentro de las consideraciones tomadas por el estudiantado para plantear el modelo, se evidencian propuestas diferentes, algunas considerando para el trayecto verde una única vía en el sentido sur-norte, otras en el sentido norte-sur, y otras consideran dos sentidos de flujo opuesto. En todas las propuestas se plantea igualdad de flujos de entrada y salida en las intersecciones. Otras consideraciones relatadas refieren el uso de dispositivos de tránsito que no son considerados al final para el planteamiento matemático del modelo. Las consideraciones referidas responden a la libertad de la tarea para hacer suposiciones.

Respecto al uso del modelo creado, los cinco subgrupos de estudiantes refieren propuestas de contextos donde podrían adaptar su modelo creado, lo que evidencia capacidades en el estudiantado para hacer conexiones con otros contextos extramatemáticos cuando se le incentiva trabajar con tareas de modelación.

Finalmente, las dificultades referidas dicen respecto a comprender inicialmente la tarea, trabajar el modelo matemático, saber cómo interpretar los resultados matemáticos obtenidos con el modelo, y la comunicación entre compañeros de trabajo; lo que se explica en la falta de costumbre del estudiantado en trabajar con tareas que promueven la movilización de SEL en contextos reales.

Evidencias más puntuales sobre los relatos del estudiantado serán mostradas y discutidas durante la ponencia.

## 5. Conclusiones

Los resultados sustentan la importancia del relato escrito del estudiantado como insumo que ayudar a complementar las evidencias del trabajo matemático desarrollado en la resolución de una tarea de modelación matemática. Además, el estudio permite reflexionar sobre la importancia de las tareas de modelación para identificar diferentes planteamientos de resolución de una situación problema movilizando conocimientos matemáticos aprendidos, en particular el uso de SEL. Agregado a esto, el considerar los relatos como una fuente rica para identificar dificultades referidas por el estudiantado, las cuales ni siempre son detectadas en su producción matemática, y la capacidad que tiene el estudiantado para hacer conexiones de los conceptos matemáticos con contextos extramatemáticos, aun cuando no estén acostumbrados a este tipo de actividad.

## 6. Referencias bibliográficas

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education*. Picassoplatz, Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Cárcamo, A., Gómez, J., & Fortuny, J. (2017). Mathematical modelling and the learning trajectory: Tools to support the teaching of linear algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(3), 338–352. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1241436

Costa, V. A., & Rossignoli, R. (2017). Enseñanza del álgebra lineal en una facultad de ingeniería: Aspectos metodológicos y didácticos. *Revista Educación en Ingeniería*, *12*(23), 49–55. https://doi.org/10.26507/rei.v12n23.734

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, *38* (3), 302–310. https://doi.org/10.1007/BF02652813

Possani, E., Trigueros, M., Preciado, J., & Lozano, M. D. (2010). Use of models in the teaching of linear algebra. *Linear Algebra and its Applications*, *432*(8), 2125–2140. https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.05.004

# DISEÑO DE UNA TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA EL DOMINIO REAL DE FUNCIONES: RESULTADOS DEL PLAN PILOTO

Autores: Joseph Cano Salazar, Jonathan Espinoza González.

Institución: Universidad Nacional.

Correo: joseph.cano.salazar@est.una.ac.cr, jonathan.espinoza.gonzales@una.cr

Palabras Clave: Pensamiento matemático, trayectorias de aprendizaje, dominio real de funciones.

**Resumen:**

Las trayectorias de aprendizaje son herramientas metodológicas que permiten anticipar procedimientos, estrategias o razonamientos del estudiantado. Esta comunicación presenta el procedimiento utilizado para diseñar una trayectoria de aprendizaje sobre el dominio real de funciones a partir de la implementación del análisis de contenido y cognitivo del análisis didáctico al tema de dominio real. Para validar la trayectoria se aplicó una prueba piloto en la que 22 estudiantes de cuarto año de educación secundaria resolvieron cinco problemas elaborados a partir de la trayectoria. Se presentan los resultados de la trayectoria de aprendizaje vinculada a la representación gráfica de una función y de la tarea correspondiente, que muestran que la trayectoria diseñada permite analizar el pensamiento matemático del estudiantado al resolver tareas de dominio real de funciones a partir de su gráfica, pero que también se deben realizar cambios para mejorar su diseño.

## 1. Introducción

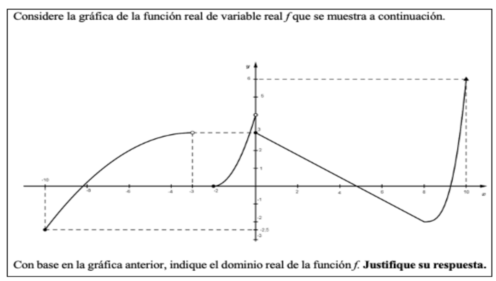
El pensamiento matemático son los procedimientos, explicaciones, escrituras o expresiones verbales que el alumnado manifiesta para responder a una tarea matemática (Cantoral et al., 2005). En particular, las trayectorias de aprendizaje son instrumentos conceptuales que permiten al profesorado analizar el pensamiento matemático del estudiantado. Por otra parte, el dominio real de una función es un tema caracterizado por una enseñanza algebraica y memorística, por un alto grado de dificultad en su aprendizaje y por un bajo nivel de desempeño por parte del estudiantado (MEP, 2020). Debido a esto, se considera importante el diseño de una trayectoria de aprendizaje para el tema de dominio real de funciones.

## 2. Marco conceptual-metodológico

Según Simon (2014), las trayectorias de aprendizaje poseen tres componentes: un objetivo de aprendizaje, un conjunto de tareas de aprendizaje y el proceso de aprendizaje hipotético. Para enriquecer estas componentes se realizó un análisis de contenido y cognitivo al tema de dominio real con base en la propuesta de Gómez (2007). Producto del análisis de contenido se obtuvo la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología para la comprensión del dominio real desde un punto de vista matemático. El análisis cognitivo permitió definir el objetivo de aprendizaje de la trayectoria, así como las capacidades, entendidas como actuaciones que se espera que realice el alumnado al resolver una tarea matemática. Además, posibilitó la identificación de las limitaciones de aprendizaje, que junto con las capacidades definen el camino hipotético de la trayectoria. Finalmente, proporcionó las oportunidades de aprendizaje que son las tareas de la trayectoria y que ofrecen al estudiante la oportunidad de aprender.

En este sentido, el objetivo de la trayectoria de aprendizaje es analizar una función a partir de sus representaciones correspondiente a la habilidad específica 8 del currículo de matemática costarricense para cuarto año de educación secundaria, en la cual se solicita determinar el dominio real de una función. Para esta comunicación se presenta la tarea sobre dominio real a partir de la representación gráfica y el camino de aprendizaje correspondiente (Figura 1).

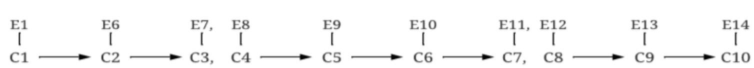
**Figura 1.** Tarea sobre dominio real de una función a partir de la representación gráfica




Fuente: Elaboración propia.

La tarea de la figura 1 se caracteriza por iniciar en un punto que pertenece al gráfico, no está definida en [-3, -2[, presenta un salto en $x=0$ y se extiende hasta el infinito positivo sobre el eje $x$.

**Figura 2.** Camino de aprendizaje sobre dominio real vinculado a la representación gráfica




Fuente: elaboración propia

La figura 2 muestra las capacidades (C) y errores (E) que se supone conlleva la realización de la tarea de la figura 1. Específicamente, se espera que el estudiantado: identifique el tipo de representación (C1), reconozca el sistema de coordenadas cartesianas (C2), ubique las preimágenes sobre el eje *x* (C3) y las imágenes sobre el eje *y* (C4). Luego, reconozca que el dominio es un subconjunto de valores sobre el eje *x* (C5) e identifique si la gráfica se extiende infinitamente hacia el infinito, inicia o termina en un punto, presenta un salto o un intervalo en el que no está definida (C6). Luego, identifica los valores sobre el eje *x* donde se definen los trozos de la función (C7), los reconoce como el conjunto de valores que tienen una imagen (C8) y los escribe utilizando la notación de intervalos (C9), indicando que este último es el dominio real de la función (C10). También, se espera que el estudiantado supere el error de no identificar el tipo de representación (E1), no reconocer el sistema de coordenadas cartesianas (E6), no reconocer el eje de las abscisas (E7) ni el de las ordenadas (E8), considerar el dominio como un subconjunto de números representados en el eje *y* (E9), no identificar que la gráfica se extiende hacia el infinito sobre el eje *x* o si inicia o termina en un valor específico (E10), no identificar los intervalos sobre el eje *x* donde está definida la función (E11), no reconocer esos intervalos como aquellos que tienen una imagen (E12), escribir de forma incorrecta los intervalos (E13) y no indicar el dominio real de la función (E14).

Para validar la trayectoria se realizó una prueba piloto en la que participaron 22 estudiantes de cuarto año de una institución de educación secundaria en Costa Rica, quienes resolvieron las cinco tareas que conforman la trayectoría. Los resultados que se presentan corresponden al análisis realizado a las respuestas de la tarea de la figura 1. Se consideran 17 de las 22 respuestas, esto porque 5 estudiantes no realizaron procedimientos vinculados con el dominio real de la función. El análisis de las respuestas consistió en identificar las capacidades y errores presentes en cada una y posteriormente se compararon con las capacidades y errores supuestos en la trayectoria de aprendizaje. Si las capacidades o errores de las respuestas coinciden con los de la trayectoria, se dice que esta permite analizar el pensamiento matemático del estudiantado.

Al analizar las respuestas se distinguen dos categorías: (1) la trayectoria de aprendizaje permite analizar el pensamiento matemático del estudiantado a partir de su respuesta, sin importar si es correcta o no, y (2) la trayectoria de aprendizaje permite analizar parcialmente el pensamiento matemático del estudiantado a partir de su respuesta, pero genera cambios al diseño original de la trayectoria. Estas se ejemplifican en la figura 3.

**Figura 3.** Respuestas de tres estudiantes a la tarea de la figura 1

| Respuesta correcta que ejemplifica la categoría 1 | Respuesta incorrecta que ejemplifica la categoría 1 | Respuesta que ejemplifica la categoría 2 |
|---|---|---|
| Dominio: De izquierda a derecha, se busca en "x"<br>D= [-10,-3[ ∪ [-2,0[ ∪ ]0,∞[<br>Si el punto en la gráfica está relleno, el parentesis va cerrado. En cambio si esta sin relleno va abierto. | El dominio es en x y es desde que empieza la gráfica hasta que termina<br>[-10, 10[ el paréntesis del menos -10 va cerrado y el 10 va abierto porque está en infinito<br>Dominio = [-10, 10[ | [-10,-3[∪[-2,0[∪]3,10]<br>Lo puse así porque la función según yo es de izquierda a derech en el eje y, la verdad no sé si es de un extremo a otro pero co estaba separado, le puse unión |

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se muestran tres soluciones. A la izquierda, una respuesta correcta en la que se logra identificar como el estudiante, con base en la argumentación que da, sigue el camino de aprendizaje detallado anteriormente. En la parte central se encuentra una respuesta incorrecta, donde se evidencia que el estudiante no logra identificar que la gráfica presenta un intervalo donde la función no está definida (E11), ni que se extiende infinitamente sobre el eje *x* (E10). Por último, a la derecha se muestra una respuesta errónea que plantea un caso particular ya que evidencia la activación de las capacidades C1, C2, C3, C4 y C5, pero la trayectoria no permite analizarla por completo porque activa una capacidad y su respectivo error de forma simultánea en distintos trozos de la función. Por ejemplo, reconoce que el dominio es un subconjunto de valores sobre el eje *x* (C5) en el primer y segundo trozo pero no en el tercero que se extiende al infinito.

## 3. Reflexiones finales

De acuerdo con lo anterior, se verifica en primer lugar, que la trayectoria de aprendizaje permite anticipar, analizar y comprender el pensamiento matemático del estudiantado al resolver tareas de este tipo. Esto porque se logró identificar que el estudiantado siguió el camino hipotético diseñado para esta tarea. Sin embargo, algunas respuestas permiten identificar errores no considerados en la trayectoria de aprendizaje y la necesidad de refinar las capacidades asociadas al camino de aprendizaje hipotético.

## 4. Referencias bibliográficas


Cantoral, R., Farfán R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., y Garza A. (2005). Aspectos preliminares. ¿Qué entendemos por pensamiento matemático? En R., Cantoral, R., Farfán, F., Cordero, J., Alanís, R., Rodríguez, y A., Garza (Eds.), Desarrollo del pensamiento matemático (I ed., pp. 17-24). Trillas.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* [Tesis de doctorado, Universidad de Granada].

Ministerio de Educación Pública. (2020). *Informe nacional 2019. Resultados de las pruebas nacionales de bachillerato de la educación formal.* San José, Costa Rica: Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad.

Simon, M. (2014). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. En S., Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 272-275). Springer.

# ASOCIACIÓN DE LAS EXPECTATIVAS DE EFICACIA Y EL VALOR DE LAS TAREAS CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

Autor: Adolfo Rojas Cruz; Luis Rojas.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: victor.rojascruz@ucr.ac.cr, luismiguel.rojas@ucr.ac.cr

Palabras Clave: Motivación al logro, Valor de las tareas, Rendimiento académico, Expectativas de eficacia.

**Resumen:**

Se analizan las asociaciones de las expectativas de eficacia y el valor de las tareas con el rendimiento académico en estudiantes universitarios de ingeniería y ciencias. Se identifican las principales variables involucradas en la motivación al logro en matemática, estas son las expectativas de eficacia, el valor de las tareas (logro, intrínseco, utilidad y costo) y el rendimiento académico. Se realizaron tres fases previas con respecto a la validez y confiabilidad de los datos. Primero se realizaron 10 entrevistas cognitivas, con lo que se hicieron mejores a la escala, un piloto que en los análisis realizados muestran resultados que aportan a nivel teórico, pues una de las variables del valor de las tareas (valor de utilidad) se elimina para la aplicación, pues esta se encuentra presente en el valor de logro. Por último, se realiza la aplicación de la escala a 431 estudiantes durante el II ciclo 2022 en el curso MA:1001 cálculo I.

## 1. Introducción

El interés en el tema surge a partir del deseo de ahondar en los resultados de documentos como los del quinto informe del estado de la educación del 2015, el cual revela que existe una disparidad importante en la calidad educativa entre colegios públicos, privados y científicos (Fernández y DelValle, 2013).

El sistema de educación de los colegios científicos ofrece una formación académica con un nivel más elevado, en comparación con el promedio nacional (Estado de la Educación Costarricense, 2017); pues sus profesores, para trabajar en este tipo de centros, deben cumplir con una formación matemática y educativa superior a la solicitada en los demás.

En estos centros educativos se enseñan contenidos de más alto nivel que en la mayoría de colegios públicos, en matemática o de otras áreas del conocimiento, que no se exigen en otros centros de educación pública (MEP, 1994).

Por otra parte, los alumnos de centros educativos urbano-marginales presentan alta deserción en los primeros niveles de secundaria y bajos resultados en pruebas estandarizadas, como PISA o los exámenes de bachillerado del último año de secundaria, en colegios públicos (Estado de la Educación Costarricense, 2017).

Que un estudiante obtenga resultados deficientes en una prueba no implica que no posea las habilidades suficientes, dado que involucra más variables, como la motivación, las creencias previas o el entorno en el que se desenvuelve; de este último se desglosan aspectos como la familia, nivel socioeconómico y lugar de procedencia. La motivación influye de manera positiva en el rendimiento académico, entre mayor motivación posea un estudiante en una tarea, se espera que tenga mejores actitudes hacia la materia, que probablemente repercuten en un mejor rendimiento. Por ejemplo, un estudiante que asista al colegio o a la universidad con hambre, pues en su casa no poseen suficientes recursos para solventar sus necesidades fisiológicas, no necesariamente va a tener el mismo rendimiento que otro estudiante que sí pueda solventar sus necesidades básicas (Fonseca, 1991).

## 2. Marco Teórico

Los antecedentes muestran diferentes investigaciones que evidencian las asociaciones de las variables expectativas de eficacia, valores de la tarea en sus cuatro componentes (de logro, de utilidad, intrínseco y de costo) y el rendimiento académico. En cuanto a expectativas de eficacia y rendimiento académico la relación es positiva para todas las investigaciones. Los valores de la tarea, de logro, utilidad e intrínseco la relación es positiva también con el rendimiento académico, por último, para el valor de costo existe una relación negativa.

El logro académico se relaciona con la elección de las tareas de logro, la perseverancia en las tareas, el vigor para llevarlas a cabo y el desempeño en estas. Los teóricos argumentan que el logro, la persistencia y el desempeño de los individuos pueden explicarse por sus creencias sobre qué tan bien les irá en una determinada actividad y hasta qué punto valoran esta actividad.

Para la presente investigación, se consideran las expectativas de eficacia como las creencias que presenta un individuo sobre qué tan bien le irá en una tarea a la que se vayaa enfrentar.

En algunas publicaciones se les llama expectativas de éxito (Eccles y Wigfield, 1992); y en ocasiones se utilizan escalas de autoeficacia o autoconcepto de capacidad. Las asociaciones de expectativa de éxito y los logros en matemática están bien documentados (Simpkins, Davis-Kean, y Eccles, 2006). Estas asociaciones son positivas, fuertes y no varían en el tiempo (Steinmayr y Spinath, 2009).

Los valores de la tarea se definen bajo 4 componentes principales: de logro, de utilidad, intrínseco y de costo, el valor de la tarea en general se asocia a las creencias que posee un estudiante sobre sus posibles logros. Este componente se ha medido y analizado de muchas formas, la que presenta mejor confiabilidad y que se muestra en las investigaciones de los antecedentes, es el uso de escalas para medir sus cuatro componentes (Eccles, 2005).

## 3. Metodología

Este trabajo es una investigación cuantitativa de tipo correlacional, ya que asocia variables sobre la teoría de motivación al logro matemático; expectativas de eficacia y valores de la tarea (intrínseco, creencias propias sobre la matemática, utilidad y de costo) con el rendimiento académico en estudiantes universitarios de un curso de servicio de matemática, de tal forma que permita realizar predicciones sobre el logro matemático y cuantificar las relaciones de estas variables utilizando modelos matemáticos y estadísticos.

El diseño de investigación es ex post facto, lo que indica que es observacional. Se plantea la validación de hipótesis en relación con la motivación al logro matemático y el rendimiento académico para entender la motivación de los estudiantes por estudiar carreras que posean en sus planes de estudios cursos de matemática. Se busca evaluar las asociaciones del rendimiento académico con los factores relacionados a la motivación al logro, expectativas de eficacia y valores de la tarea (intrínseco, creencias propias sobre la matemática, utilidad y de costo. No se tiene control de las variables independientes es decir de las expectativas de eficacia y valores de la tarea (intrínseco, creencias propias sobre la matemática, utilidad y de costo) dado que sus manifestaciones ya han ocurrido (Bisquerra, 1989).

Se quiere encontrar evidencias de que las relaciones esperadas se presentan en los datos a partir de las variables expectativas de eficacia y valores de la tarea (intrínseco, creencias propias sobre la matemática, utilidad y de costo) su consecuencia se refleja con el rendimiento académico, es decir reconstruir los hechos que explican las variables relacionadas a la motivación matemática. Existen dos tipos de investigación ex post facto, una es retrospectiva en la que todo ha ocurrido antes de que llegue el investigador y el prospectivo es cuando todavía no ha ocurrido el desenlace, este último es el que trata la presente investigación, pues primero se estudian las variables mencionadas sobre motivación al logro matemático en estudiantes que estén llevando un curso de cálculo I en la Universidad de Costa Rica y después se recopila información de si estos estudiantes aprobaron o no el curso, es decir ya se está considerando la variable rendimiento académico (León, 1997).

## 4. Resultados de la experiencia

Los resultados de los análisis factoriales arrojan resultados que aportan fundamentos teóricos de la teoría de motivación al logro, en cuanto a las variables que intervienen en los valores de las tareas, además de los modelos de análisis. De los cuatro predictores de la nota, expectativas de eficacia (EE), valor de utilidad (VU), valor intrínseco (VU) y de valor de costo (VC), los coeficientes resultantes son EE .308**, VU -.123, Vi .231**, VC -.216**. Todas las variables predicen la nota, menos valor de utilidad. El modelo explica un 25,7% de la varianza de la nota, tiene buen ajuste CFI=.945; TLI=.936 y RMSEA=,067.

## 5. Reflexiones

Los resultados obtenidos aportan de manera significativa a la teoría de motivación al logro en matemática. Se realizaron procesos de investigación en los que se realizan entrevistas cognitivas, piloto y la aplicación de la escala, que en las investigaciones relacionadas a la motivación al logro en matemática por lo general no se realizan.

Entender la motivación al logro en matemática, ayuda a determinar las mejores estrategias didácticas y metodológicas para que las personas estudiantes logren obtener un mejor rendimiento académico y por ende una mejor compresión de la matemática.

## 6. Referencias bibliográficas

Eccles, J. (2005). Subjective Task Value and the Eccles et al. Model of Achievement Related Choices. Handbook of competence and motivation, 105–12.

Estado de la Educación Costarricense. (2017). Estado de la Educación Costarricense. San José: programa estado de la nación. Obtenido de Estado nación.

Safavian, N. (2019). What Makes Them Persist? Expectancy-Value Beliefs and the Math Participation, Performance, and Preparedness of Hispanic Youth. SAGE Journals, 1-17.

# EXPERIENCIAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA CON BASE EN LABORATORIOS VIRTUALES

Autor: José Trinidad Ulloa Ibarra; Xiomara Natalie Alba Valenzuela; Nidia Dolores Uribe Olivares*.

Institución: Universidad Autónoma de Nayarit, Universidad Autónoma de Nayarit, *CBTis 100.

Correo: jtulloa@uan.edu.mx, xiomara.alba11@hotmail.com, nidy98@hotmail.com

Palabras Clave: modelación, laboratorios virtuales, aprendizaje.

**Resumen:**

Se presenta un avance de investigación basado en la experiencia con el uso de simuladores en plataformas para el estudio de funciones matemáticas en el nivel superior, el objetivo es la modelación de fenómenos físicos, químicos y bilógicos enlazando de esta manera la matemática con esas ciencias. Para ello se propone el cambio urgente de una educación pasiva hacia lo que ella denomina aprendizaje aumentado, lo que significa poner el foco en el aprendizaje autónomo y aprovechar la potencia de la web para formar individuos preparados. Con la interacción del estudiante con la tecnología se propicia él logró de una de las competencias marcadas en los planes y programas.

## 1. Introducción

La modelación matemática se requiere para la interpretación de diferentes fenómenos, en el caso de estudio es necesaria para el estudio de poblaciones y a pesar de estar en un campo rico en vivencias de este tipo, en el aula no hay vinculación de la matemática con esos eventos. Desde hace algún tiempo autores como Arrieta y Díaz, 2014, Ulloa, et al, 2013 entre otros ha puesto en evidencia el problema de la separación del conocimiento en la escuela y el que se ejerce en la práctica profesional con lo que se limita el aprendizaje científico, esta separación provoca divisiones muy marcadas entre el aprendizaje de conceptos, la resolución de problemas reales por lo que  la realización de prácticas de laboratorio es vista como el vínculo entre la escuela y la actividad profesional. Debe recordarse que las actividades en los laboratorios tienen como finalidad el propiciar una interacción directa entre la teoría y la práctica.

Cómo ya se mencionó, la enseñanza de las ciencias se considera compleja y alejada de la vida cotidiana, es por ello por lo que los objetivos del trabajo son diseñar e implementar diseños de aprendizaje en los que se favorezca la conexión de las ciencias y las matemáticas. Entre los objetivos de trabajo se encuentran:

Vincular la enseñanza de las matemáticas con la experimentación y la modelación en laboratorios virtuales de física y química. Incorporar los medios tecnológicos como medio de vinculación. Proponer prácticas de laboratorio que estén vinculadas con los planes de estudio vigentes. Probar, experimentar y evaluar las prácticas de laboratorio.

Con lo anterior se puede plantear la pregunta: ¿El uso de laboratorios virtuales permite vincular actividades de las ciencias las matemáticas?

## 2. Marco teórico

El desarrollo del trabajo toma como sustento a la Teoría Socioepistemológica, la cual desde sus planteamientos caracteriza al discurso Matemático Escolar que afecta a estudiantes y profesores, pues norma sus interacciones con un discurso vertical, que determina qué se debe enseñar, cómo se debe enseñar y qué se tiene que aprender, favoreciendo un único argumento y limitando las experiencias de los profesores y estudiantes (Cantoral, 2013).

Desde la perspectiva utilizada, las prácticas ejercidas en contextos virtuales contienen aspectos que las hacen diferentes en otros contextos, por ello se estableció que las prácticas del estudio de funciones que soporta a la modelación virtual son aquellas que resultan al modificar el contexto de su ejercicio y con ello adquieren características particulares, entre las que destaca que los datos obtenidos con los simuladores en su mayoría conducen a modelos ideales, lo que puede crear en los estudiantes una concepción idónea de los modelos, situación que debe ser aclarada y de ser posible presentar datos de fenómenos reales.

## 3. Metodología

La temática principal de la investigación es la elaboración de diseños de aprendizaje para la implementación de herramientas digitales (plataformas con simuladores) para el estudio de las funciones en el contexto de las ciencias. El trabajo como ya se mencionó anteriormente es una investigación en curso, la población objetivo del mismo son dos grupos de nivel superior, en total 25 estudfiantes, para lo que se utilizarán diseños de aprendizaje cuyos resultados serán evaluados con base a rubricas y la información resultante será procesada con apoyo de Excel.

## 4. Resultados

El propósito de los diseños de aprendizaje es que los estudiantes construyan, usen herramientas matemáticas y tecnológicas, así como argumentos a través del estudio de fenómenos mediante simuladores, resignificando los aspectos lineales y cuadráticos. Durante los diseños se propicia que los estudiantes construyan modelos numéricos, gráficos y algebraicos. Es decir, que usen los datos obtenidos del simulador como primera herramienta para calcular y predecir, y usaran la gráfica como herramienta para visualizar el comportamiento del fenómeno.

Durante la aplicación de los diseños se ha podido apreciar un gran interés de los estudiantes de manipular los simuladores, ya que, no es algo a lo que están acostumbrados en sus clases regulares, por otra parte, se observa gran disposición al trabajo lo que se considera bueno ya que es un tema en el que consideran que necesitan ayuda para una mejor comprensión.

En el análisis de la evidencia recabada encontramos ciertos aspectos que los estudiantes destacan en el uso del simulador, en una primera instancia se les pide que pronostiquen lo que sucederá cuando …., si sus resultados coinciden con lo supuesto y de qué manera, si bien, la mayoría pueden darse una idea de lo sucedido se observa como algunos reconocen que su pronóstico falló después de corroborar en el uso del simulador. Se puede concluir que la utilización del laboratorio virtual específicamente la plataforma Phet permite enlazar conocimientos de la física y la química con las matemáticas, requiriéndose para ello el diseño e implementación de diseños de aprendizaje debidamente estructurados.

## 5. Conclusiones o Reflexiones

El trabajo del docente utilizando aplicaciones multimedia, permiten al grupo observar y promover la participación e interacción grupal, a la vez que motiva al estudiante con herramientas llamativas y actualizadas. En la metodología de aprendizaje práctica-teoría-práctica, la utilización de los recursos didácticos online, constituyen una excelente alternativa, con las cuales el profesor puede introducir su clase de forma motivante para el estudiantado, de modo que lo prepare para la parte teórica.

La investigación es relevante para consolidar resultados y experiencias acorde a las necesidades educativas del grupo de estudiantes que participan. La curiosidad que experimentan los estudiantes por las nuevas tecnologías es un factor para cultivar, y las herramientas en línea proveen un sinfín de posibilidades que pueden facultar al estudiante para aprender de forma autosuficiente, o mediante la práctica y el repaso fuera del salón de clases

## 6. Referencias


Arrieta, J.; Díaz, L. (2014). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2015) 8(1):1948

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento. Barcelona: Gedisa.

Ulloa. J., Arrieta, J. y Espino, A. (2013). El modelo logístico y su deconstrucción. En R. Flores (Ed). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26, 715-722. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

# LA ORGANIZACIÓN DIDÁCTICA EN EL PROCESO DE ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA

Autor: Profesor Johan Castro Hernández

Institución: Magíster en Educación

Correo: Johan.ipecista@gmail.com

Palabras Clave: Alfabetización Matemática, Organización Didáctica, Matemática y Realidad.

**Resumen:**

Se presentan los avances de un artículo de reflexión sobre la organización didáctica en un proceso de Alfabetización Matemática, visto como un proceso social y educativo que forma al ciudadano para comprender su realidad, al mismo tiempo que transforma el acto educativo en humano, democrático y liberador, donde las experiencias consideran los intereses y realidades de los estudiantes, además, los objetivos de nación haciendo vivir la relación Matemática y Realidad. Se hace necesaria la discusión por el desafío que representa transitar los distintos ambientes de aprendizaje sugeridos por Skovsmose (2000) y los contextos reales necesarios para la Alfabetización Matemática planteados en Castro Hernández (2021). En la construcción de un modelo de organización didáctica se delimitan fronteras entre ejercicio, problema e investigación, así como también entre semirealidad y realidad. Se reconstruye el cuadro organizativo propuesto por Skovsmose (2000), ubicando los contextos cotidianos-culturales, sociales-laborales-productivos, científicos-tecnológicos y ejercicio de ciudadanía.

Un punto de partida es lo propuesto en Skovsmose (2000) llamado ambientes de aprendizaje, que nacen al combinar los posibles tipos de referencia, a saber, Matemática pura, semirealidad y situaciones de la vida real, con las formas de organización de las actividades de los estudiantes: el paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación. Tomaremos de dicha obra el siguiente cuadro:

**Tabla 1**

*Ambientes de Aprendizaje*

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">Formas de Organización de las Actividades de los Estudiantes</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Paradigma del Ejercicio</td><td>Escenarios de Investigación</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tipos de Referencia</td><td>Matemáticas Puras</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Semirealidad</td><td></td><td></td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Situaciones de la Vida Real | | |
| *Nota:* Tomado de Skovsmose (2000) | | | |

Skovsmose (2000) y Ponte (2004) nos invitan a encontrar la combinación para transitar estos posibles ambientes de aprendizaje. Ahora bien, los contextos reales necesarios para la Alfabetización Matemática sugeridos en Castro Hernández (2021) son: (1) la cotidianidad, (2) lo laboral y productivo, (3) lo científico y tecnológico, y (4) el ejercicio de la ciudadanía. Esto nos permitirá definir una nueva matriz explicitando estos contextos, ampliando lo que Skovsmose (2000) menciona como Situaciones de la Vida Real.

Sobre la componente formas de organización de las actividades de los estudiantes, dentro de las actividades pertinentes se consideran los ejercicios matemáticos, los problemas matemáticos escolares y las investigaciones. Es preciso discutir qué entendemos por problema matemático escolar y por ejercicio de matemática, además, en qué categoría se integran las actividades de modelación matemática que tienen tanta pertinencia en el proceso de Alfabetización Matemática.

La organización didáctica de los tipos de actividades con respecto a los contextos y las fuentes de información se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 2**

*La Organización Didáctica del Proceso de Alfabetización Matemática*

| Aplicado para: | | Fuente de Información | | Tipo de Actividad | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Planificación ( ) | Análisis de Actividad ( ) | Desde el Contexto | Documentada | | | Investigaciones |
| Recolector de la Información | Estudiantes y Docente | 1 | 2 | | Problemas | |
| | Docente | 3 | 4 | Ejercicios | | |
| Contextos | | Matemático | | | | |
| | | Semireal | | | | |
| | Reales | Cotidianidad | | | | |
| | | Laboral-Productivo | | | | |
| | | Científico-Tecnológico | | | | |
| | | Ejercicio de la Ciudadanía | | | | |

*Nota:* Tabla realizada por el autor

Este cuadro explora todas las combinaciones posibles de lo descrito anteriormente. Se empleará para exhibir la planificación didáctica de las actividades y para analizar cada una de ellas mostrando las posibles transiciones entre tipos de actividad y contextos, lo cual deberá indicarse en los recuadros superiores izquierdos. En el primer caso se completan las casillas en blanco indicando con los números 1, 2, 3 o 4 cuál será la fuente de la información con la descripción de la actividad. Para el segundo caso es necesario indicar si se espera que desde una casilla se transite a otras, por ejemplo, si de una actividad de resolución de problemas en contexto real se conducirá a la resolución de ejercicios en contexto matemático.

Ahora bien, sobre este marco sugerimos construir las experiencias de Alfabetización Matemática, reconociendo la importancia de todas y que es una tarea permanente del docente encontrar la mejor combinación según las necesidades del grupo de estudiantes y los niveles de convicción sobre la necesidad del proceso de Alfabetización Matemática. Cabe mencionar que este tipo de proceso no significa abandonar o minimizar la ejercitación, al contrario, es necesario reivindicarla por su pertinencia. No es posible alfabetizar matemáticamente destinando el tiempo a una única actividad ni trabajar en un único contexto.

## Bibliografía


Castro Hernández, J. (2020). Los Intereses de los Estudiantes en un Proceso Democrático de Alfabetización Matemática. *Paulo Freire. Revista De Pedagogía Crítica*, (23), 108-134.

Castro Hernández, J. (2021). La Generación del Conocimiento: Matemática y Realidad. En Experiencias de Alfabetización Matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 11(2),* 219-249.

Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In J. Giménez, L. Santos, & J. P. Ponte (Eds.), La actividad matemática en el aula (pp. 25-34). Barcelona: Graó.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *Revista EMA* (6)1, p3-26.

# LA VARIACIÓN EN LAS MATEMÁTICAS DEL BACHILLERATO, EN MODALIDAD REMOTA

Autor: David Silva Bautista

Institución: Universidad Industrial de Santander

Correo: david@cudeoriente.edu.mx

Palabras Clave: Teoría de la variación, modalidad remota, características críticas.

**Resumen:**

El diseño de actividades que conduzcan a resultados de aprendizaje previstos es un problema en la práctica docente. La teoría de la variación fungió como rector pedagógico para diseñar y analizar tareas de aprendizaje, sobre las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas del tipo ***ax+by=c***. Este tema se implementó en modalidad remota con estudiantes de bachillerato, para que pudieran experimentar el "hacer matemáticas" con base en variaciones. Implicó realizar contrastes y variaciones elegidos cuidadosamente con la intención de proponer un aplicar modo particular de hacer y producir conocimiento. Los resultados obtenidos mostraron que patrones de variación (contraste, separación, generalización y fusión) permitó que los estudiantes lograrán focalizar su atención en los aspectos y características críticas del objeto de aprendizaje matemático.

## 1. Introducción

La enseñanza con variación presenta un gran potencial para enseñar matemáticas, creando oportunidades para los alumnos al desarrollar una compresión profunda de estas. De acuerdo con los resultados de matemáticas de los estudiantes mexicanos en la prueba Planea (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes, 2017) en matemáticas nivel bachillerato, podemos destacar lo siguiente:

> *"En Matemáticas, 6 de cada 10 estudiantes se ubica en el nivel I (66 %); casi 2 de cada 10 se ubican en el nivel II (23%); en el nivel III, sólo 8 de cada 100 estudiantes (8%); en el nivel IV, casi 3 estudiantes de cada 100 (2.5%)"*.

La mayoría de los estudiantes mexicanos de bachillerato evaluados presentan deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas y en particular del álgebra, en la resolución de problemas que requieren el uso de ecuaciones. En este caso ecuaciones de primer grado con dos incógnitas (también llamadas ecuaciones diofánticas lineales (EDL)) del tipo $ax+by=c$ con $a$, $b$ y $c$ pertenecientes a Z. En este documento de discusión se presenta la variación como eje rector pedagógico en el diseño e implementación de tareas de aprendizaje.

## 2. teoría de la variación

La Teoría de la Variación de Marton (2015) está enfocada en las condiciones necesarias para aprender, que están relacionadas con el contenido, su elección y secuenciación. Marton y Booth (1997) consideran que adquirir un conocimiento es encontrar nuevas formas de vivir una experiencia relacionada con ese conocimiento. Destacan que una persona ha aprendido un concepto o proceso cuando es capaz de enfocar, de forma simultánea y consciente, aquellos aspectos de ese concepto o proceso que son esenciales a él, dentro de un contexto dado. Mencionan que el aprendizaje es una función del discernimiento, entendido como distinguir, mediante el intelecto, una cosa de otra o varias cosas entre sí, a través de la observación de lo que varía entre ellas. El objeto de aprendizaje es un término especial en la Teoría de la Variación. No es lo mismo que "objetivos de aprendizaje". Los objetivos de aprendizaje apuntan al final del proceso de aprendizaje, los resultados del aprendizaje y están predeterminados. Por el contrario, el objeto de aprendizaje apunta al principio y no al final del proceso de aprendizaje. Parece tener vida propia porque es dinámico y puede cambiar durante el curso del proceso de aprendizaje.

Los aspectos críticos del objeto de aprendizaje (aquello que se aprenderá) son aquellos que permiten verlo como debe ser visto para ser aprendido de forma adecuada al contexto (Marton, Runesson, & Tsui, 2004). Häggström (2008), menciona que la persona que discierna más aspectos críticos de un objeto y más relaciones entre ellos, podrá hacer uso de ese objeto de mejores formas, comparado con quien haya discernido menos aspectos críticos. Lo (2012) señala que los estudiantes no pueden discernir de forma natural los aspectos críticos, requieren que el profesor les provea las oportunidades de hacerlo, mediante la elección y organización del contenido. Los aspectos críticos toman valores (no necesariamente numéricos) que varían, llamados características críticas. Por ejemplo, para un polinomio que se va a factorizar, el número de términos (dos, tres, cuatro, ...) es un aspecto crítico. Aspectos y características críticas son inseparables y, por tanto, se disciernen de forma simultánea.

## 3. Metodología

Esta investigación es un estudio exploratorio que analizamos desde una perspectiva cualitativa-descriptiva. Se llevó a cabo a través de la conjunción de la teoría de la variación (Marton, 2015) y de la metodología del experimento de enseñanza (Cobb et al. 2003) que fue parte del estudio, diseño e implementación de las actividades propuestas de enseñanza-aprendizaje. En ese sentido, en un primer momento la investigación se enfocó en el estudio, análisis y diseño de un conjunto de tareas, es decir tareas de aprendizaje que requieren agrupar aspectos críticos (dimensiones de variación) del objeto de apendizaje (resolución de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas en números enteros) que, a su vez, toman valores (no necesariamente numéricos) que varían, llamados características críticas. En un segundo momento el trabajo se concentró en la implementación del conjunto de tareas con los estudiantes, en este caso presentamos una de ellas.

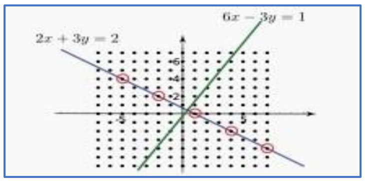
Esta investigación se llevó a cabo con un grupo de 44 estudiantes (entre 15 y 17 años) conformados en parejas de la Escuela preparatoria Oficial (EPO 171) de la zona oriente del Estado de México en agosto-septiembre del 2022. Algunas de las actividades que se trabajaron con los estudiantes fueron realizadas por medios informáticos (fueron enviadas a través de sus correos electrónicos personales) de manera asincrónica, otras fueron realizadas de manera presencial (en las instalaciones de la escuela) y unas más se elaboraron directamente en sus domicilios. El objeto de aprendizaje (matemático) principal en esta investigación fue la búsqueda de las soluciones enteras de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas del tipo $ax+by=c$, donde $a$ y $b$ son números enteros diferentes de cero y $c$ un número entero cualquiera, para llegar a contestar las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo son los coeficientes en una **ecuación de primer grado** con dos incógnitas?
2. ¿Cuándo una ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene solución entera?
3. En caso de tener solución, ¿cómo encontrarla? (Solución particular)

Esta estructura elegida apoya la facilitación del conocimiento matemático y pedagógico de los alumnos de bachillerato, ofrece la oportunidad de experimentar matemáticas desafiantes (etapa de trabajo individual), promueve la capacidad para reflexionar sobre sus experiencias de aprendizaje y enseñanza, así como sobre su crecimiento personal (etapa de discusión reflexiva). Como parte del andamiaje en este estudio y debido a la secuela de la pandemia por COVID-19 se aprovechó la tecnología a favor del aprendizaje, fuera de una educación convencional (presencial), a partir del uso que los jóvenes le dan al video tutorial (en youtube). En la tabla que se presenta a continuación se muestra un bosquejo detallado de las diferentes componentes del diseño de una de las tareas del conjunto de tareas de aprendizaje.

**Tabla 1. Bosquejo general del diseño de la tarea de aprendizaje**

| **Actividades de enseñanza-aprendizaje** | **Patrones de Variación** | **Materiales y recursos didácticos** |
|---|---|---|
| -Identificar los coeficientes $a$, $b$ y $c$ de las ecuaciones propuestas.<br><br>-Encontrar el M.C.D de (a, b)<br><br>-Dividir el M.C.D de (a, b) entre $c$<br><br>-Encontrar las soluciones ($x_o$, $y_o$) en números enteros de las ecuaciones diofánticas utilizando la representación gráfica meidante la aplicación de Goegebra, formulando sus conjeturas y probandolas.<br><br>-Constestar las preguntas planteadas<br><br>-Determinar cuándo una ecuación de primer grado con | **Aspecto crítico**<br>Tiene sol. **vs** No tiene sol.<br><br>**Características críticas**<br>Ec. diofántica general y del tipo Id. de Bezout<br>2 ecuaciones lineales<br>a) $2x + 3y = 2$<br>b) $6x – 3y = 1$<br><br>La ecuación diofántica ax+by=c tiene solución si y sólo si d\|c, donde d = M.C.D. (a, b).<br><br>**Contraste**<br>Variación en los coeficientes $a$ y $c$.<br>Variación en el signo de operación (+/-).<br>Variación en la representación; de simbólica a gráfica.<br><br>**Separación** | Hojas de trabajo<br><br>Computadora<br><br>Calculadora<br><br>Geogebra<br><br>YouTube |

| | | |
|---|---|---|
| dos incógnitas tiene solución entera.<br><br>-Encontrar una solución particular.<br><br>-Encontrar otras soluciones enteras de las ecuaciones asignadas.<br><br><br> | Variación en la localización de puntos en el plano cartesiano ($x_o$, $y_o$).<br><br>**Generalización**<br>Localización de puntos en el plano cartesiano ($x_o$, $y_o$), como solución entera de las ecuaciones.<br><br>**Fusión**<br>Variación en el M.C.D de (a, b)<br>Variación del cociente entre c\| M.C.D (a, b) para determinar si tiene o no soluciones enteras. | |

Fuente. Elaboración propia

## 4. Análisis y discusión de resultados

Este diseño permitió a los estudiantes observar la relación entre cantidades y gráficos, y admitir diferentes puntos de vista y representaciones del concepto matemático (Heid, 1995; Yerushalmy & Chazan, 2008). La variación en la representación ayudó en la operatoria a realizar, focalizando su atención en la ubicación de los puntos ($x_o$, $y_o$) como posible solución entera de las ecuaciones en sí mismas, sin que los cálculos los dispersarán.

En general, la idea, con respecto a la dinámica de trabajo a seguir en este estudio dada las secuelas de la pandemia por COVID-19, fue dejar a los jóvenes estudiantes experimentar, permitirles descubrir por ellos mismos, y ver qué encontraban de interesante en las tareas que se les proponían mientras se trataba, tanto como fuera posible, de que expresaran lo que aprendían y discernían de dichas tareas, solo con la guía de los video tutoriales propuestos. De manera concreta podemos decir que los resultados más importantes encontrados en la observación empírica de este trabajo de investigación son:

Los estudiantes llegan y transitan el bachillerato con un bajo nivel acerca del entendimiento de la estructura de las ecuaciones y con un sentido estructural poco desarrollado; los estudiantes tienen como concepción primaria que las ecuaciones sólo tienen una solución; en los estudiantes prevalece lo aritmético antes que lo algebraico y lo simbólico antes que lo gráfico.

## 5. Conclusiones

La variación, como medio, puede ser una forma poderosa de ayudar a los estudiantes a desarrollar el pensamiento matemático, independientemente de cómo el contenido y el problema sean "variados" por el profesor. Además, también muestra que, para llevar a cabo mejor la enseñanza del álgebra con variación, las lecciones deben estar bien estructuradas y la variación debe ser elegida cuidadosamente. Este trabajo ha demostrado que la teoría de la variación es compatible con muchos principios de enseñanza que se promueven comúnmente. El uso de la Teoría de la Variación como principio rector del diseño pedagógico asegura que los docentes empleen una estrategia de enseñanza eficaz y tareas que se centren en el objeto de aprendizaje y sus aspectos críticos.

## 6. Referencias

Cobb, Paul, Yackel, Ema, & Wood, Terry. (1993). Learning mathematics: Multiple perspectives theoretical orientation. In T. Wood, P. Cobb, E. Yackel, & D. Dillon (Eds.), *Rethinking e1ementar.vschool mathematics: Insights and issues. Journal for Research in Mathematics Education Monograph Series*. Number 6 pp. 21-32. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Häggström, J. (2008). Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn? (Doctoral thesis). University of Gothenburg, Göteborg, Sweden. Recuperado de https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/17286

Lo, M. L. (2012). *Variation theory and the improvement of teaching and learning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Marton, F., Runesson, U. and Tsui, A.B.M. (2004). The space of learning. In F. Marton & A.B.M. Tsui (Eds), *Classroom Discourse and the Space of Learning* (pp.3-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, INC, Publishers.

INEE (2017). *La educación obligatoria en México. Informe 2017*. México: INEE.

Marton, F. (2015). *Necessary conditions of learning*. New York, NY: Routledge.

# FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: EL CASO DE NICARAGUA

Autores: Laureana Adalila Molina Membreño; Célfida del Rosario López Sánchez; Martha María Arcia Ramírez; William Milton Carvajal Herradora; Orlando Ruiz; Anastacio Benito González Funes; Hilario Ernesto Gallo Cajina.

Institución: Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León.

Correo: lilam@ct.unanleon.edu.ni, celfida.lopez@fh.unanleon.edu.ni, arciamartha@ac.unanleon.edu.ni, william.carvajal@ct.unanleon.edu.ni, orlando.ruiz13@fh.unanleon.edu.ni, anastacio.gonzalez@fh.unanleon.edu.ni, ernesto.gallo@fh.unanleon.edu.ni

Palabras Clave: Formación de profesores, Didáctica, Matemática Educativa, Transformación curricular.

**Resumen:**

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León, en 1984 inicia la carrera Licenciatura en Matemática Educativa, Facultad Ciencias de la Educación y Humanidades, para formar profesionales de docencia en educación media, por demanda social y laboral del país. Los procesos de transformación curricular mantenidos desde 1997, permitió evolucionar y ajustarse a las nuevas tendencias de la educación superior. La Licenciatura en Ciencias de la Educación Mención Matemática, en 2006, logró transitar de un modelo curricular por objetivo al basado en competencias y organizado por créditos académicos. La carrera Matemática Educativa y Computación está vigente desde 2011.El objetivo es, analizar la evolución histórica de la formación de profesionales en Ciencias de la Educación con mención en Matemática en la UNAN-León. Se Utilizó el enfoque cualitativo; se revisaron estatutos, reglamentos y leyes de la universidad y de autoevaluación (2015), se identificaron; avances que esta carrera ha desarrollado en diseño e implementación del currículo.

## 1. Introducción.

La Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León (UNAN-León), en 1984, inicia la formación de docentes para la Educación Media y Técnica en el área de Matemática en dos modalidades: nocturno y sabatino, contribuyendo con la disminución del empirismo en la Educación Media, en la región de Occidente del país y para brindar a la sociedad, personal capacitado en el área de Matemática e incidir en el mejoramiento de la calidad del proceso enseñanza - aprendizaje de las matemáticas. En 1989, se crearon las carreras de Física-Matemática, entrando en liquidación la de Matemática en el nocturno. En 1995, se oferta la carrera de Física-Matemática en el turno vespertino y cierra en el nocturno. En 1997, por presentarse un bajo ingreso de estudiantes en el turno vespertino, se toma de nuevo la decisión de no abrir un nuevo ciclo de la carrera. En los años 1993 y 1998 ante la demanda de formación en esta especialidad, se abren cursos de profesionalización, en la modalidad sabatina para maestros en servicio en el subsistema de Educación Media, con carácter terminal. En el marco de la Reforma Universitaria, se realizó un estudio, sobre la pertinencia, para ello, se consulta con funcionarios del Ministerio de Educación, directores de institutos, escuelas técnicas y graduados de la especialidad en el ejercicio, en relación con el desempeño de los docentes de Matemática, lo que ha llevado al replanteamiento de la Carrera de Matemática a Matemática Educativa y Computación (MEC), para estar en correspondencia con las necesidades laborales y sociales del país (Colectivo del Dpto. MEC2, 2018). Desde 1984, se han realizado diferentes planes de estudio para la formación de profesores de enseñanza de las Matemáticas en educación media y carreras técnicas. Se hicieron esfuerzos en el 2008, realizando rediseños curriculares del Plan de Estudios de la carrera de Matemática Educativa y Computación, este proceso originó el plan curricular 2011, vigente, basado en el modelo por competencia y el sistema de crédito. ¿Cómo evoluciona la formación de Profesores de Matemática Educativa de la UNAN-León como respuesta a las demandas sociales y educativas de Nicaragua? Para dar respuesta a esta pregunta, se ha planteado realizar esta investigación, que tiene como objetivo, analizar la evolución histórica de la formación de profesionales en Ciencias de la Educación con mención en Matemática Educativa y Computación en la UNAN-León.

## 2. Marco teórico.

La educación nicaragüense se fundamenta en la Constitución Política de Nicaragua, Ley de Autonomía Universitaria y su reforma (Ley 89), Ley General de Educación (Ley 582) y Ley Creadora del Sistema Nacional para el Aseguramiento de la Calidad de la Educación y Reguladora del Consejo Nacional de Evaluación y Acreditación, y su reforma y adiciones (Ley 704 y 1087), Ley 1088, ley de Reconocimiento de Títulos y Grados Académicos de la Educación Superior y Técnico Superior. Después que en Nicaragua pasó por un proceso de auto evaluación voluntario, se aprobaron dos leyes importantes antes mencionadas: Ley 582 en 2006 y Ley 704 en el 2011, ambas leyes apuntan al mejoramiento de la calidad de la educación. En este sentido el estado nicaragüense ha venido trabajando para garantizar la calidad del proceso enseñanza y aprendizaje, que sea pertinente a las necesidades de la sociedad, mediante la formación académica, técnica, científica y tecnológica de la población (Diputados de la Asamblea Nacional, 2021, 14 octubre). La UNAN-León, se rige por la Ley 89 de Autonomía de las Instituciones de Educación Superior, su reforma del año 90 y los Estatutos de 1992 y en su Marco referencial, establece, la evaluación de los aprendizajes como un proceso permanente, continuo y participativo de reflexión y análisis crítico, a partir del cual se conoce, comprende y valora el desarrollo curricular. Los resultados orientan la toma de decisiones oportunas para la mejora de la calidad, por lo cual, todos los procesos que se desarrollan en la Universidad se enfocan en la mejora y transformación curricular, que tienen sus fundamentos en la legislación que regulan la educación de nuestro país y en la normativa interna de la institución (VRA-UNAN, 2012).

## 3. Metodología.

Se utilizó el enfoque cualitativo, utilizando la técnica de revisión documental. La información recopilada es de fuente secundaria, los documentos proporcionados por la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, otros documentos institucionales encontrados en físico y en la página web de la Universidad y Gaceta oficial de Nicaragua, específicamente los documentos de la carrera de Matemática para la formación de docentes de Matemática para la Educación Media y Técnica. Se revisaron, estatutos, reglamentos y leyes, sobre esta carrera, en los distintos planes de estudios y modalidades. Macro Programación de la carrera de Matemática y Computación. Estatuto de la UNAN- León e Informe de autoevaluación Institucional. Reforma al Marco Referencial para el Diseño Curricular por competencias. Se estructuró de forma narrativa, cronológica, se organizaron algunos resultados encontrados en forma de tabla descriptiva.

**4. Resultados, avances o resultados de la experiencia**:

Resultados de los diferentes procesos enfocados en la mejora del diseño e implementación del currículo, en el año 2008 la Carrera en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, se rediseñó, dando origen a Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Matemática Educativa y Computación, tomando en cuenta, las tendencias de la Educación del siglo XXI y las necesidades en la formación de docentes de Matemática y Computación, todo esto en coherencia con la profesionalización pedagógica en competencias computacionales, que el Ministerio de Educación, Escuelas técnicas y los docentes graduados de Física-Matemática demandaban.

En 2010, la Vicerrectoría Académica realizó nuevamente una evaluación de la ejecución del currículo y la pertinencia del mismo, terminado el proceso de evaluación. Es así como, en 2011, se elaboraron los documentos que proporcionaron la base legal y que servirían de guía para desarrollar la nueva reforma curricular, entre ellos: la "Reforma al Marco Referencial para el Diseño Curricular por Competencias 2011", la "Reforma parcial al Estatuto de la UNAN-León" y "La Reforma al Reglamento de Sistema del Créditos Académicos".

De acuerdo con el macroprogamación 2020, sustenta que: los cambios curriculares en Educación Superior han permitido integrar elementos nuevos en cuanto a contenido, metodologías de enseñanza y aprendizaje, estrategias de evaluación del aprendizaje; así como, las nuevas filosofías educativas, elementos para mejorar la gerencia del currículo y la evaluación de los resultados obtenidos al final del proceso de formación.

**5. Conclusiones o reflexiones:**

En la actualidad, la revisión y mejora del currículo en Matemática Educativa, el apoyo institucional en el plan de nación, la vocación y el esfuerzo docente, han contribuido a la disminución del empirismo en la Educación Media en Nicaragua, brindan a la sociedad de personal capacitado en dicha área, e inciden en la mejora de la calidad del proceso enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.

Siendo parte fundamental de la Misión de la UNAN-León "...contribuir a la transformación y desarrollo de la sociedad, mediante la generación y transferencia de conocimientos y la formación integral de profesionales de calidad en un contexto de procesos de integración y unidad regional a nivel centroamericano...", en base al ODS 04, Educación de calidad, de la Agenda 2030, y considerando como ejes transversales en el rediseño curricular el emprendimiento, el liderazgo, la cultura de paz, la interculturalidad, el cuido por el medio ambiente, la tecnología, la innovación y la inclusividad.

Resulta incipiente la motivación e influjo hacia los núcleos familiares y en la sociedad, de la relevancia de la Matemática, a tal grado que la evidencia tradicional de Matemática como carrera de baja demanda es una constante, siendo un arraigo cultural retrógrado en nuestras comunidades.

## 6. Referencias Bibliográficas


Colectivo de Matemática Educativa-UNAN-León., Colectivo- Dpto. de Matemática. (2018). Informe de Autoevaluación de la carrera de Matemática Educativa. León.

Colectivo del Departamento de Matemática Educativa. (2018). Macro Programación de la Carrera de Matemática Educativa y Computación. León.

Diputados de la Asamblea Nacional. (2021,14 de octubre.). Ley 1088, ley de Reconocimiento de Títulos y Grados Académicos de la Educación Superior y Técnico Superior. La Gaceta, Nicaragua: G27/10/202.

Diputados de la Asamblea Nacional. (2006, 22 de marzo). Ley 582, Ley General de Educación. Managua: Gaceta de Nicaragua.

Diputados de la Asamblea Nacional. (2021, 14 octubre). Ley 704, ley Creadora del Sistema Nacional para el Aseguramiento de la Calidad de la Educación y Reguladora del Consejo Nacional de Evaluación y Acreditación, y su reforma y adición 1087. Managua: Gaceta de Nicaragua.

UNAN-León. (2021). Informe de Autoevaluación Institucional de la UNAN-León. León, Nicaragua.

UNAN-León. (2022). Reseña Histórica – Fundación de la Universidad de León, Nicaragua – UNAN León. Obtenido de Noticias-UNAN-León.: https://noticias.unanleon.edu.ni/historia/

VRA-UNAN, L. (2012). Reforma al Marco Referencial para el Diseño Curricular por Competencias 2011. León, Nicaragua.

# DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA 10ª CLASSE NO LICEU VILINGA HUAMBO-ANGOLA

Autores: Agostinho Cristóvão Diogo; Elisabeth H. S. Katende; Pedro Satumbo Martinho.

Instituição: Instituto Superior Politécnico da Caála

Correspondência: Email.cristovaodiogo2017@gmail.com,

Email.cristovaodiogo2017@gmail.com, Email.cristovaodiogo2017@gmail.com

Palavras-chave: Dificuldade de aprendizagem; matemática; Ensino.

Resumo:

A presente pesquisa tem como objectivo identificar as dificuldades da aprendizagem da matemática nos estudantes da 10ª classe do Liceu Vilinga. Coletaram-se os dados por meio de questionários aplicados e entrevista. Na presente pesquisa abordaram-se aspectos sobre dificuldades de aprendizagem da Matemática, a importância da Matemática para a compreensão das demais disciplinas, relevância e aplicabilidade dos conceitos matemáticos na vida quotidiana dos estudantes, actuação e relação professor-aluno no contexto geral do ensino da Matemática. Os indicadores apontam que existe urgência em mudar a visão de que a Matemática é uma disciplina difícil e somente aqueles estudantes providos de conhecimentos elevados conseguem entendê-la. O tipo de pesquisa é de natureza descritiva com métodos de abordagem mista, qualitativaquantitativa. Os resultados se obtiveram a partir do diagnóstico feito no estudo exploratório, com aplicação de instrumento de recolha de dados; o resultado mostra que o processo de ensinoaprendizagem da Matemática não é satisfatório.

## 1. Introdução

A educação contemporânea exige cada vez mais que a escola esteja em constante busca por um processo de ensino-aprendizagem que tenha impacto na vida dos educandos e de toda a comunidade estudantil. Porém, para que ocorra uma mudança verdadeiramente significativa é necessário que a escola mensure resultados qualitativos e não somente quantitativos, como tem ocorrido nas diversas instituições educativas.

Os agentes educativos estão seguros em seguir vários modelos de trabalho para conduzir melhor o conhecimento matemático e a interdisciplinaridade dos conhecimentos. Temos a tarefa de ensinar os estudantes a analisar, separar e a relacionar os conhecimentos que vêm de outras áreas do saber; De facto, se nós ensinarmos aos nossos estudantes nestes três dominios da actividade cognitiva com outros conhecimentos, vai permitir entender melhor o objecto de estudo.

## 2. Situação problematica

A realidade actual das Escolas do Huambo, passa por várias mudanças no estudante. A contextualização dos conteúdos matemáticos não permite a compreensão e o desenvolvimento do raciocínio lógico do estudante e não serve de motivação para o seu aprendizado.

## 3. Justificativa

O ensino da Matemática tem sido alvo de mudanças recentes, devido à reconhecida importância que os processos matemáticos assumem na sociedade e à valorização da capacidade do uso prático do dia-a-dia.

Se observa desde muito cedo nas classes iniciais ou seja, no subsistima do ensino primário, que a maior parte dos estudantes não nutre sentimentos de amizade com a matemática; outrossim, apesar de se ter a matematica como disciplina dificil, existem óptimos professores de matemática capazes de despertar o gosto ou interese na aprendizadagem da mesma. Por isso que se determina o seguinte problema cientifico: como melhorar o processo de ensino aprendizagem de Matemmatica dos estudantes do Liceu Vilinga Huambo Angola. Para sustenatar o problema em causa elaborou se o seguinte objectivo: identificar as dificuldades da aprendizagem da matemática nos estudantes da 10ª classe do Liceu Vilinga Huambo Angola.

## 4. Marco teórico

Na perspectiva de Durkheim (2013, p. 53), a educação é tida como a acção exercida pelas gerações adultas sobre aquelas que ainda não estão maduras para a vida social. Tem por objectivo suscitar e desenvolver na criança um certo número de estádios físicos, intelectuais e morais, que lhe exigem na sociedade política no seu conjunto e meio ao qual se destina particularmente.

Na Matemática, o processo ensino-aprendizagem é aquele que parte de uma questão problematizadora para desencadear o diálogo, no qual o professor transmite o que sabe, aproveitando os conhecimentos prévios e as experiências anteriores do estudante. Assim, ambos chegam a uma síntese que elucida, explica ou resolve a situaçãoproblema que desencadeou adiscussão, que ficará bem resolvida se tiver uma explicação prévia. (Drouet, 1995).

## 5. Metodología

Na presente pesquisa se optou por uma abordagem descritiva de natureza mista qualitativaquantitativa e quanto aos procedimentos técnicos é de investigação-acção. Segundo Paulo e Lemus (2018, p. 61), na investigação-acção participam pesquisadores e pessoas prejudicadas pelos problemas sociais". O estudo foi feito no Liceu Comandante Vilinga, aos estudantes do período noturno e cujo universo do estudo é constituído pelos estudantes das turmas 10.17 a 10.20 que corresponde 199 estudantes matriculados, com critério de amostragem simples ao acaso.

## 6. Conclusões

Os dados coletados permitiram diagnosticar o estado actual do processo de ensinoaprendizagem da Matemática dos estudantes da 10ª classe do Liceu Comandante Vilinga do período noturno e, em função dos resultados obtidos permitiu-nos olhar para os indicadores e elaborarmos estratégias didácticas, para minimizar as dificuldades de aprendizagem da matemática.

## 7. Referências bibliográficas


Carraher, T., & Carraher, D. S. (1995). Na vida dez, na: escola zero. São Paulo: Cortez.

Catejon, M., & Rosa, R. (2017). Olhares sobre o ensino da matemática. Uberaba-MG: IFTM: educação básica.

Drouet, C. R. (1995 ). Distúrbios da aprendizagem. São Paulo: Ática. Francisco, S., & SILVA, A. (19 de Julho de 2022). O planejamento pedagógico em matemática: uma análise da criação à execução. Revista Encantar - Educação Cultura e Sociedade. Fonte: revistas.uneb.br: https://revistas.uneb.br/index.php/encantar/article/view/8152 Freire, P. (1994). Aprendendo com a própria história. Rio de Janeiro: ed. Paz e Terra.

Linhares, B., & Reis, L. (21 de Julho de 2022). Metodologia ativa do ensino da matemática na educação infantil. Faculdade FACIMP/Wyden. Fonte: www.pesquisaemfoco.periodikos.com.br: http://www.pesquisaemfoco.periodikos.com.br/article/5e63b3280e8825c20bdc2af6

Moran, J. (20 de Julho de 2022). Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. Fonte: www2.eca.usp.br: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/

Silva, R., & Pires, L. (2020). Metodologias ativas de aprendizagem: construção do conhecimento. VIII Congresso nacional de educação.Educação como Re(existência): mudanças, conscientizações e conhecimentos. Fonte: editorarealize.com.br: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA16_ID 5081_13082020210651.pdf. Acesso em 20 de Julho de 2022

# TAREAS FENOMENOLÓGICAS EN DIDÁCTICA DE LAS FUNCIONES: UNA EXPERIENCIA DE FORMACIÓN INICIAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Autor: Luis Fabián Gutiérrez-Fallas

Institución: Universidad de Costa Rica

Correo: luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr

Palabras Clave: Formación inicial en Educación Matemática; Enseñanza y aprendizaje de las Funciones; Fenomenología Didáctica; Análisis Fenomenológico; Tareas Matemáticas.

**Resumen:**

Esta ponencia tiene el propósito de presentar elementos teóricos de la fenomenología didáctica, análisis fenomenológico y tareas matemáticas, así como la movilización de estos elementos en la práctica de futuras personas docentes en Matemática. La experiencia se llevó a cabo en un curso de tercer año de formación inicial en Educación Matemática. Los resultados de la experiencia muestran las producciones de las personas en formación en cuanto al diseño de tareas fenomenológicas para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos asociados al tema de Funciones. Se sistematizan los principios de diseño de tareas fenomenológicas en la didáctica de las Funciones.

## Introducción

El currículo en Matemática se puede visualizar desde cuatro enfoques (Lupiañez, 2013), enfoque instrumental o tecnológico, enfoque estructural o técnico, enfoque funcional y enfoque integrado. Con respecto al enfoque funcional, pruebas internacionales como PISA y directrices educativas internacionales, fomentan el uso de este enfoque para la enseñanza de la Matemática; donde se espera que el estudiante sea capaz de utilizar el conocimiento matemático para solucionar problemas en diferentes situaciones o contextos. Pero ¿cómo identificar, organizar y potencializar el uso de estas situaciones o contextos? Esta ponencia tiene el objetivo de reconocer y movilizar los principios de la fenomenología didáctica en el diseño de tareas matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje de Funciones desde un enfoque funcional.

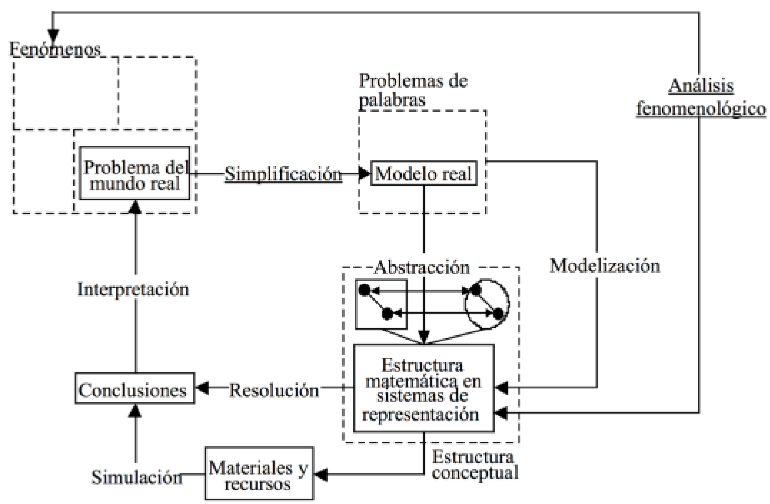
## Fenomenología didáctica

La fenomenología hace referencia a un campo disciplinar de la filosofía que se enfoca en el estudio de los fenómenos (Gómez & Cañadas, 2011). Sin embargo, estas ideas pasan a formar parte de la Didáctica de la Matemática con las propuestas de Hans Freudenthal quien, influenciado por diversos filósofos como Husserl y, a partir de la idea de que "las matemáticas son un instrumento cognitivo para organizar, estructurar y matematizar partes de la realidad" (Rico, 1995, p. 21). La fenomenología didáctica hace referencia a "un camino para mostrar al profesor los lugares por donde el aprendiz debe caminar en el proceso de aprendizaje humano" (Rico, 1995, pp. 21-22). Es decir, se enfoca en la aplicación de la fenomenología para favorecer el aprendizaje de contenidos matemáticos, de forma que los alumnos puedan desarrollar ciertas habilidades y conocimientos, por medio de la resolución de tareas matemáticas vinculadas con fenómenos específicos.

## Análisis Fenomenológico

En cuanto al análisis fenomenológico, es un proceso que "consiste en describir cuáles son los fenómenos para los que (el concepto o la estructura matemática) es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos" (Gómez & Cañadas, 2011, pp. 79-80). En Gómez (2007) se presenta este proceso como el ciclo del análisis fenomenológico (Figura 1).

**Figura 1.** Ciclo del análisis fenomenológico




Fuente: Gómez (2007, pág.  88)

## Tareas matemáticas

Ponte (2005) realiza una clasificación de las tareas matemáticas a partir del grado de desafío matemático y la estructura que esta posee, de forma que se tienen cuatro categorías principales: problemas, ejercicios, investigaciones y exploraciones. En esta experiencia se propuso el diseño de tareas tipo problema y exploración desde la fenomenología didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las Funciones.

Los problemas hacen referencia a aquellas tareas matemáticas en las que se desafía a los alumnos y sus capacidades matemáticas en un grado muy alto. Sin embargo, la resolución de este tipo de tareas es cerrada, es decir, se presenta de manera explícita o clara los datos que el estudiante puede aplicar en su resolución y, al mismo tiempo, se debe obtener una respuesta específica. Además, se espera que, por medio de la resolución de este tipo de tareas, los alumnos desarrollen un aprendizaje significativo. Mientras que las tareas matemáticas de exploración son abiertas y de desafío reducido, debido a que presentan ciertas indeterminaciones ya sea en los datos con los que cuenta el estudiante o en la respuesta que se espera que brinde, pues dependiendo de la argumentación que el alumno realice, puede existir más de una solución adecuada (Ponte, 2005).

**Metodología de la experiencia**

La experiencia se llevó a cabo en un curso de tercer año de formación inicial en Educación Matemática, donde participaron 12 futuras personas docentes en Matemática.

La experiencia se basó en tres fases: (i) aproximación teórica a los principios de la fenomenología didáctica y las tareas matemáticas, (ii) movilización de la teoría en la práctica docente desde el diseño de tareas matemáticas fenomenológicas, (iii) reflexión colectiva sobre la relevancia de la temática en la didáctica de las Funciones.

Los resultados se obtuvieron desde el análisis de las producciones de las personas participantes, específicamente las tareas diseñadas, y las reflexiones que tuvieron lugar en la puesta en común de su trabajo práctico.

**Principales resultados**

Dentro de los principales resultados se pueden describir:

- Dificultades asociadas a la comprensión de análisis fenomenológico por parte de las futuras personas docentes en Matemática.
- Movilización del ciclo del análisis fenomenológico en el diseño de tareas matemáticas.
- Caracterización de tareas fenomenológicas para la promoción del aprendizaje de las Funciones.
- Ejemplos particulares en las funciones: lineal, cuadrática y exponencial.
- Implicaciones de la experiencia en la formación inicial en Educación Matemática.

**Reflexiones**

Se destaca la importancia de presentar una propuesta de formación inicial en Educación Matemática que le permita a la futura persona profesional repensar y reflexionar sobre su futura práctica docente y las vías para potencializar su quehacer en cuanto al diseño de tareas que promuevan la enseñanza y el aprendizaje de Funciones desde un enfoque funcional.

Cuando las futuras personas docentes tienen acceso a este tipo de experiencias, se espera que vayan ampliando y complejizando la base de conocimientos para tomar decisiones fundadas respecto de lo que adoptarán y adaptarán de las propuestas teórico-prácticas, en este caso asociadas con la fenomenología en la didáctica de las Funciones.

Considero que las futuras personas docentes participantes potencializaron la movilización de elementos del ciclo de análisis fenomenológico en el diseño de tareas matemáticas para abordar contenidos asociados al tema de Funciones.

## Referencias


Gómez, P. & Cañadas, M. (2011). La fenomenología en la formación de profesores de matemáticas. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 2, 78-89.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.

Lupiañez, J. (2013). El Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. Lupiañez, y M. Molina, *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 81-102). Granada: Comares S.L.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. En GTI (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. En L. Rico, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (págs. 61-94). Horsori.

Rico, L. (1995). *Conocimiento Numérico y Formación del Profesorado.*

# EXPERIENCIA DE GENERALIZACIÓN CON ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS. CONTRASTE CON ESTUDIANTES DE PRIMARIA Y SECUNDARIA

Autor: Jason Ureña.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: jason.urenaalpizar@ucr.ac.cr

Palabras Clave: enfoque funcional, estrategias, generalización, pensamiento algebraico, universidad.

**Resumen:**

El presente trabajo, desde una postura exploratoria, se orienta a describir una experiencia de generalización con dos parejas de estudiantes universitarios de primer año. A ellos se les propone una tarea de generalización en la que subyace una relación funcional. Entre los resultados destaca que al igual que estudiantes de primaria y secundaria que han generalizado en la misma tarea, la estrategia que ha permitido generalizar ha sido la funcional. A su vez, se identifica dificultad para generalizar una relación funcional coherente con la situación. Se percibe una tendencia a tratar de determinar con rapidez una relación funcional simbólica restringiendo el proceso de razonamiento inductivo. Los resultados también coinciden en que, a pesar del componente visual de la tarea, este ha sido poco explorado.

## 1. Introducción

Históricamente la formación algebraica ha estado restringida a la escuela secundaria donde es introducida o a la universidad, donde esta es movilizada a nivel de preparación profesional. Sin embargo, recientemente la investigación ha prestado atención, de una forma más integrada, al pensamiento algebraico y su desarrollo, interpretándose el álgebra como un hilo que recorre el currículo escolar. Esto ha dado pie al nacimiento y fortalecimiento de ramas curriculares y de estudio como el *early algebra*. Destacan como componentes esenciales del pensamiento algebraico la generalización, su representación, el sentido de variabilidad y el establecimiento de relaciones entre variables (Radford, 2018). La literatura revela que incluso estudiantes de primaria y preescolar, con instrucción, son capaces de reconocer variables y su interdependencia, progresar en el uso de representaciones, así como generalizar diversas relaciones funcionales (Blanton et al., 2015). De igual forma revela en primaria y secundaria múltiples abordajes o estrategias, no necesariamente adecuados, al resolver tareas de generalización (Stacey, 1989; Ureña et al., 2022).

Entre distintos modos de abordaje del pensamiento algebraico, sobresale el enfoque funcional. Este comprende la generalización y representación de relaciones funcionales, así como el razonamiento con estas (Blanton et al., 2011). Este trabajo se centra en dicho enfoque partiendo de la generalización como esencia del pensamiento algebraico (Kaput, 2008). Con una intención exploratoria y como experiencia de aprendizaje, surge en este trabajo la intención de orientar la mirada también hacia estudiantes universitarios, quienes han cursado una larga formación algebraica escolar, para describir cómo abordan una tarea funcional de generalización. La misma también ha sido resuelta por otros estudiantes de primaria y secundaria, permitiendo así establecer contrastes y enriquecer los resultados obtenidos.

Desde variadas concepciones, generalizar implica reconocer una regularidad, generar nuevos casos en los que aplica y su representación (Pólya, 1989; Radford, 2018). Desde el enfoque funcional se entiende generalizar como reconocer y representar la regularidad subyacente en una tarea que involucra el establecimiento de una relación entre cantidades. Las estrategias, por otro lado, refieren a los procedimientos que permiten dar solución a un problema, obtener conclusiones a partir de un cuerpo de conceptos y establecer relaciones (Rico, 1997).

## 2. Metodología

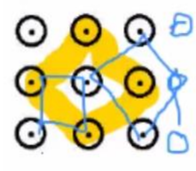
Participaron voluntariamente 2 parejas de estudiantes de primer año universitario de carreras afines a la Educación Matemática. Su participación se llevó a cabo en el marco de una escuela de verano centrada en la promoción del pensamiento algebraico. A los estudiantes se le propuso una tarea de generalización previamente validada en otros estudios (Ureña et al., 2022). Esta se caracteriza por promover la generalización de relaciones funcionales, la argumentación e implicar el uso de representaciones variadas. La tarea parte de que cada día se siembra de forma paralela y equidistante una hilera de 3 semillas de patatas sobre una cuadrícula. Se solicita determinar y justificar la cantidad de cuadrados que pueden formarse cada día considerando las semillas sembradas como vértices. La tarea sigue una estructura inductiva, partiendo de casos específicos al general, se interroga para los casos 3, 4, 100 y $n$ días. Además, acepta diferentes estrategias de resolución. El enunciado de la tarea involucró tanto la representación verbal como la pictórica de la situación. La relación funcional que relaciona el número de días con la cantidad de cuadrados que se forma es y=4x-6 (cada día se forman 4 cuadrados, excepto el primer y segundo día que se forman menos). Se analizó la respuesta de cada pareja, indistintamente de si eran correctas o no. Se analizaron las estrategias empleadas (e.g., operatorias, conteo, proporcionalidad y funcional) y si permitían generalizar.

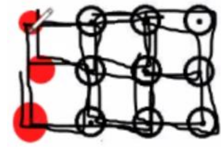
## 3. Resultados y discusión

Los resultados que se presentan surgen de un análisis preliminar de los datos, en forma de avance de investigación.

Llama la atención que sólo una de las dos parejas (P1) identificó el total de cuadrados que se puede formar, la otra (P2) reconoció sólo los cuadrados que se apoyan sobre una base y que se vinculan a la relación funcional $y = 3n - 4$ (similar a los reportado por Ureña et al. (2022) en primaria), Figura 1. Al centrar el foco en el modo de abordaje, el resultado más sobresaliente es que ambas parejas, al igual que los estudiantes que generalizaron en primaria o secundaria (en la misma tarea), lo hicieron mediante la estrategia funcional. A través de esta establecen relaciones entre el número de día y la cantidad de cuadrados que se forman. Sin embargo, contrasta que se inclinan por tratar de generalizar desde el caso 3 sin haber trabajado con todos los casos propuestos.

**Figura 1.** Cuadrados reconocidos por cada pareja





a. Cuadrados reconocidos por P1 b. Cuadrados reconocidos por P2

Fuente: producciones de los estudiantes

Para el caso 4 generalizan verbalmente que se forman 3 (P2) o 4 cuadrados (P2) más (según los cuadrados que identificaron). A pesar de la identificación de la regularidad, en los casos 100 y $n$ ambas parejas enfrentan dificultades al tratar generar simbólicamente una relación funcional coherente con los datos numéricos de los casos previos. P2, por ejemplo, toma como base los 5 cuadrados que reconoció se forman en 3 días y la regularidad de "cada día se forman 3 más" para plantear, sin éxito, la relación $y = 5 + 3n$. Tras un proceso de ajuste de funciones las dos parejas acaban separando los cuadrados por tamaño (grandes, pequeños o los que P1 llamó "diagonales" para referir a los que se apoyan sobre el vértice como muestra Figura 1) para así determinar una relación funcional para cada tipo que al final suman y simplifican. Este fue uno de los modos de abordaje común empleado por alumnos de primaria o secundaria. A modo de ejemplo, P2 reconoce, al realizar relaciones numéricas en las respuestas previas, que los cuadrados pequeños están representados simbólicamente por $2n - 2$ y los grandes por $n - 2$, para finalmente hacer la suma $2n - 2 + n - 2 = 3n - 4$ que sí representa de forma general el total de cuadrados identificados. Es interesante que los estudiantes de primaria y secundaria que generalizaron no revelaron una tendencia de ajustar fórmulas para que coincidieran con las respuestas. Por el contrario, derivaron una amplia cantidad de relaciones funcionales que podían generar, entre estas: $3(n - 4) + 8$ o $(n - 2) \cdot 3 + 2$. Por otro lado, también llama la atención que sólo una de las dos parejas (P1) generó más casos para probar la regularidad reconocida, cuando un docente sugirió probar, a pesar de que los estudiantes universitarios tenían conocimiento de inducción matemática. Coincide la falta de prueba y la exploración de más casos con hallazgos reconocidos en la literatura con estudiantes menores (e.g., Stacey, 1989; Ureña et al., 2022)

## 4. Conclusiones

Este trabajo, resalta la estrategia funcional para generalizar reforzando la investigación desarrollada en otros niveles educativos. Esta ha sido clave en un contexto funcional de generalización. Llama la atención de que a pesar del nivel formativo de los estudiantes se siguen determinando dificultades para generalizar. Es interesante la tendencia a responder con una generalización simbólica sin explorar toda la tarea o explorar más a profundidad un proceso inductivo desde el que se podrían extraer la generalización e ir más allá de sólo la obtención de una respuesta. Esto puede ser atribuible a un modelo formativo del que se ha sido parte. Luego, al igual que en otros estudios, a pesar del componente visual de la tarea esta información es utilizada de forma limitada. Lo anterior revela una necesidad de exponer a los estudiantes durante su formación matemática a diferentes contextos de generalización y que articulen diversos conocimientos, habilidades y procesos matemáticos. De acuerdo con resultados reportados en los primeros años escolares, desde esta exploración universitaria, se pretende también dar fuerza al planteamiento del *early algebra* para el desarrollo y fortalecimiento de habilidades algebraicas que serán fundamentales para una comprensión con sentido del álgebra y la matemática en general.

## 5. Referencias

Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. y Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in 6-Year-Olds' thinking about generalizing functional relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(5), 511-558.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates.

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds* (pp. 3-25). Springer.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, *20*(2), 147-164.

Ureña, J., Ramírez, R., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2022). Generalization strategies and representations used by final-year elementary school students. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, DOI: https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2058429

**UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD**

Autor: Miguel Cerón Villegas.

Institución: Instituto Politécnico Nacional – Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Ciencias Sociales y Administrativas.

Correo: matematicas.ipn.upiicsa@gmail.com

Palabras Clave: Probabilidad, evento aleatorio, distribución de frecuencias, distribución de probabilidad.

**Resumen:**

El propósito de esta secuencia didáctica es analizar y documentar cómo el uso de tecnologías digitales ofrece oportunidades para que los estudiantes comprendan y exploren el comportamiento de un evento aleatorio y de esta forma puedan comprender el concepto de función de distribución de probabilidad, esto se logran cuando los participantes realizan actividades que involucren la recolección de datos de eventos reales, proponiendo resultados individuales y haciendo uso de un modelo dinámico hecho en GeoGebra que simula un evento estocástico.

## 1. Introducción:

La propuesta pedagógica se centra en analizar y documentar cómo el uso sistemático y coordinado de las tecnologías digitales en un ambiente de resolución de problemas, permiten a los estudiantes obtener datos reales, graficar, explorar, interpretar e inferir resultados. Se busca que los alumnos registren sus ideas en la comprensión de un evento aleatorio (recolectar, graficar, analizar e interpretar la información obtenida). Además, se busca que los participantes registren sus conclusiones y le den sentido a las mismas a partir de la obtención de los resultados obtenidos.

Con dicha secuencia se busca responder a la pregunta: ¿de qué manera la simulación de un experimento aleatorio con el uso de un modelo dinámico hecho en GeoGebra y gráficas hechas en Excel influye en el desarrollo de la comprensión del concepto de función de distribución de probabilidad en estudiantes a nivel de bachillerato?

## 2. Marco teórico:

El estudio de la probabilidad y la estadística en todos los niveles educativos está adquiriendo más atención, ya que proporciona a los estudiantes herramientas, ideas y disposiciones para representar, explorar e interpretar la información sobre eventos que se produce y difunde cotidianamente.

El proporcionar argumentos basados en evidencia y evaluar críticamente las afirmaciones o conclusiones a partir de analizar datos, son habilidades importantes que todos los ciudadanos deberían construir. Como una respuesta a la necesidad de mejorar la capacidad de los estudiantes para pensar estadísticamente, la alfabetización estadística y el razonamiento forman parte de los currículos escolares y universitarios de muchos países. Como consecuencia, la educación estadística emerge como un campo de investigación y de desarrollo curricular (Ben-Zvi & Bakar, 2016).

Gran parte de la investigación sobre distribuciones de probabilidad surgió debido al consenso en la comunidad de educación estadística, de que su estudio sustenta una red de ideas estadísticas fundamentales, tales como variabilidad, muestreo e inferencia. Reading y Shaughnessy (2004), se enfocaron en investigar cómo los estudiantes razonan acerca de la distribución de probabilidad. Además, Chance, delMas y Garfield (2004) afirman que el conocimiento de la distribución de la probabilidad y la comprensión de los histogramas son requisitos previos necesarios para el aprendizaje y la comprensión de las distribuciones de frecuencias. Estos son algunos motivos por los que los resultados de la investigación en estadística proporcionan un lugar preponderante a la comprensión de las distribuciones, incluso en las formas más simples, debido a que su comprensión es mucho más compleja y difícil de lo que muchos profesores de estadística creen.

## 3. Metodología:

En relación con las tareas matemáticas, son el medio por el cual los estudiantes más que seguir y aplicar un conjunto de procedimientos, tienen la oportunidad de involucrarse en un proceso de cuestionamiento, de búsqueda de relaciones y de reflexión conceptual. Para lograr este objetivo, los estudiantes deben utilizar el conocimiento previo y las habilidades adquiridas que les permitan discutir los problemas, representarlos de diferentes formas para que puedan explorarlos, formular relaciones y conjeturas, engancharse en la búsqueda de diversos argumentos para sustentarlas y comunicar los resultados.

La intención de la actividad del lanzamiento de un par de dados, es hacer que los alumnos reflexionaran sobre el hecho de que las intuiciones que se tienen al realizar un experimento aleatorio no siempre son correctas, y se buscó que con el uso coordinado de las herramientas digitales lograran la comprensión del comportamiento de la suma de las caras de los dados (evento aleatorio), por parte de los participantes.

Los participantes de la actividad, generan y registran los datos mediante el lanzamiento de un par de dados y tienen que sumar las caras superiores, además usaron una aplicación autónoma que simulaba el experimento (modelo dinámico construido en GeoGebra). El profesor se encarga de recolectar los datos de todos los participantes en tablas de frecuencias, los cuales se comparten con todo el grupo, para que después también de forma grupal sean analizados mediante gráficos. Además, se busca que los alumnos, guiados con una serie de preguntas encuentren la relación que existe entre la distribución de frecuencias y la distribución de probabilidad de la suma de las caras de los dados.

## 4. Resultados de la experiencia:

Una vez que los participantes de la actividad comparten sus resultados y estos son graficados contestan la pregunta, ¿consideras que la forma cómo pensaste los números que se obtienen al inventar 20 veces un par de dados legales es totalmente correcta? La intención de esta pregunta era hacer reflexionar a los participantes con respecto a lo que su forma de inventar los valores de los dados, haciendo una comparación entre los datos inventados y los simulados. La mayoría de los estudiantes reportan que a la hora de inventar los valores de los datos no pensaron en los pares que forman los dados, solo pensaron en la suma de las caras y que solo inventaron los números conforme se les ocurría. Este pensamiento evidencia que los participantes valoraron las probabilidades de cada valor de la suma de forma equiprobable.

En la última parte de la actividad, los participantes deben mover varias veces el deslizador que modifica el número de simulaciones hasta n = 1000 en el modelo dinámico construido en GeoGebra, para que nuevamente observaran su comportamiento y después se dieran a la tarea de investigar en internet los conceptos de distribución de probabilidad y finalmente contestaran preguntas como: si el número de simulaciones en la aplicación en Geogebra fuese por ejemplo n = 1000, ¿cuántas veces crees que se vayan a obtener el número 7? En ese momento es muy importante la participación del docente, el cual les solicita de manera verbal a los participantes que digan los valores que obtuvieron en voz alta y las respuestas son todas diferentes, surgiendo la pregunta ¿por qué sucede esto? Los alumnos argumentan a que la aplicación simula el lanzamiento de los dados y que si se arroja un par de dados las respuestas los resultados de las caras son diferentes en cada lanzamiento. Esta es una conclusión importante ya que los estudiantes observan que la aplicación en GeoGebra simula el evento, el cual se realiza en condiciones similares, pero no iguales, ya que, si esto sucediera, entonces no sería un evento aleatorio.

Finalmente, el profesor les sugiere a los participantes que nuevamente tomen los dados con una mano cada uno y los muevan ambos de forma ordenada. De esta forma determinan las 36 parejas de números al lanzar ambos dados (espacio muestral). Y después de que los alumnos indaguen en internet la definición de distribución de probabilidad, entonces, ya podrán determinar, precisamente la distribución de probabilidad, que se obtiene al lanzar un par de dados legales y distinguibles.

Al llevar a cabo esta secuencia didáctica se registraron las ideas de los alumnos en la comprensión de un evento aleatorio y las habilidades estadísticas (recolectar, graficar, analizar e interpretar la información obtenida), para llegar a la comprensión del de distribución de probabilidad.

Los alumnos al inventar los valores siguieron la heurística de la representatividad, ya que fueron alternando los números, además de colocar todos los posibles valores de la suma al menos una vez. También se observa el sesgo de equiprobabilidad, debido a que solo obedecieron a su intuición al pensar en números y dejaron de lado, de dónde se obtienen esos números, viéndose afectado de esta forma la frecuencia de los valores obtenidos.

También se observa que el deslizador del modelo dinámico hecho en GeoGebra fue el potenciador de las ideas mostradas por los participantes, dando la facilidad de cambiar el tamaño de las simulaciones y de esta forma mostrar los comportamientos de las frecuencias al variar el número de las simulaciones. De esta forma los alumnos pudieron realizar la conjetura de que un experimento aleatorio, si se realiza muchas veces, este tiende a seguir un comportamiento en sus frecuencias, para cada valor asignado en este caso a la suma de las caras de los dados. Y, además, se puede conjeturar que el internet es una herramienta útil para buscar información de conceptos estadísticos, pero es pertinente mencionar que los alumnos deben de estar conscientes y preparados para ser críticos con la información encontrada en la red.

## 5. Referencias:


Ben-Zvi, D. & Bakar K. (2016). International Perspectives on the Teaching and Learning of Statistics. En D. Ben-Zvi & K. Makar (Eds), *The Teaching and Learning of Statistics International Perspectives* (pp. 1 – 12). Switzerland: Springer.

Cerón Villegas, M. (2017). *El estudio de los conceptos de distribución de probabilidad y regresión lineal con el uso de tecnologías digitales con estudiantes de bachillerato*. [Tesis de maestría, CINVESTAV – CDMX Zacatenco]. Repositorio institucional CINVESTAV.

Chance, B. L., delMas, R., & Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 295–323). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 201–226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

# ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN UN AULA INCLUSIVA DE SECUNDARIA CON ALUMNOS CON DISCAPACIDAD VISUAL

Autores: Martín Heriberto del Río Castrellón; Carolina Carrillo García.

Institución: Universidad Autónoma de Zacatecas "Francisco García Salinas".

Correo: martin_delrio@live.com.mx, ccarrillo@uaz.edu.mx

Palabras Clave: Estrategias didácticas, discapacidad visual, conocimiento matemático, formación de profesores.

**Resumen:**

Mediante el análisis de literatura especializada, se observó falta de conocimiento y la necesidad de estrategias de los profesores de educación regular para la atención de estudiantes con discapacidad en general y en específico con los de discapacidad visual. Por ello, esta investigación tiene como objetivo identificar las estrategias didácticas que utiliza el profesor de matemáticas en un aula inclusiva para desarrollar el conocimiento matemático y enfrentar las barreras para el aprendizaje y la participación (BAP) en estudiantes con discapacidad visual (EDV). A través de la etnografía educativa se observará en dos escuelas Telesecundarias de diferente contexto.

La legislación vigente en México hace patente el derecho primordial de la educación para todos. Con la publicación del Plan y programas de educación básica 2017. Aprendizajes clave para la educación integral (SEP, 2018) se consolida el paso de la integración de estudiantes con necesidades educativas especiales al reconocimiento de la diversidad y a la inclusión educativa, sustentada en tres principios: la adaptación de las escuelas a las necesidades de los alumnos; la igualdad de condiciones de atención de los alumnos y el reconocimiento de las diferencias en las capacidades de los alumnos.

La educación especial sigue atendiendo a las Niñas, Niños y Adolescentes (NNA) que presentan una o múltiples discapacidades, a los que presentan BAP y a los alumnos sobresalientes. Esta atención generalmente es proporcionada en los Centros de Atención Múltiple (CAM) y en las escuelas regulares con la ayuda de la Unidad de Servicios de Apoyo a la Escuela Regular (USAER).

Mediante la revisión inicial de literatura, dirigida a la educación especial en general y a la discapacidad visual y el desarrollo del pensamiento matemático en específico, encontramos que el conocimiento que tienen los profesores de matemáticas de educación regular para atender a los NNA con discapacidad es insuficiente (Moreno, Cordero y Salabarria, 2021). Además, se reconoce que el docente desempeña una función primordial como responsable de presentar actividades que favorezcan la inclusión educativa y para eso proponen brindar oportunidades de formación y aprendizaje profesional para que los profesores sean agentes de cambio, preparados para enseñar a todos sus alumnos (Salas, 2011; González y Triana, 2018; UNESCO, 2020).

La problemática enfrentada reside en que los profesores no fuimos preparados para atender de manera idónea a los alumnos que presentan alguna discapacidad. Asimismo, una de las dificultades que enfrentan los estudiantes con discapacidad visual en la clase de matemáticas se relaciona con el acceso a la información presentada por el profesor, ya que la didáctica implementada tradicionalmente suele privilegiar los canales de percepción visual (Carrillo, López, Hernández y García, 2021). Considerando que cuando se atiende a EDV se deben implementar estrategias didácticas haciendo ajustes razonables para convertir el aula en inclusiva, el objetivo de esta investigación es identificar las estrategias utilizadas por el profesor para desarrollar el conocimiento matemático y que permiten enfrentar las BAP en EDV en un aula inclusiva de secundaria.

El marco referencial que sustenta la investigación se conforma con elementos que integran la discapacidad visual desde tres perspectivas distintas: la médica, la institucional, emanada de la Secretaría de Educación Pública (SEP) como institución rectora de la educación básica en nuestro país y la legislativa. En la médica se señalan definiciones y niveles de discapacidad visual, así como enfermedades que pueden ocasionar la pérdida de la vista. En la legislativa analizamos las leyes que han sido promulgadas en favor de los derechos de las personas con discapacidad en general y discapacidad visual en específico, iniciando con los acuerdos en el ámbito internacional donde México ha sido Estado Parte; en el ámbito nacional, destacamos la Constitución Política que nos rige y las Leyes que de ella emanan; así también, a nivel estatal analizamos la legislatura local. En la perspectiva institucional analizamos el paso de la integración a la inclusión educativa regida por la SEP a través de las reformas educativas implementadas en los últimos 20 años; incluimos la definición y clasificación BAP que enfrentan los EDV, así como el diseño universal de aprendizaje (DUA) y los ajustes razonables como alternativas para atender la diversidad en un aula inclusiva; y las estrategias didácticas, siendo éste nuestro objeto de estudio.

Como resultados iniciales de la investigación contamos con datos estadísticos de los alumnos con discapacidad inscritos en educación básica en el Sistema Educativo Nacional y de Zacatecas, tipo de discapacidad, su distribución por niveles, modalidades y servicio de educación especial proporcionado. Por otro lado, encontramos que varios investigadores han implementado estrategias didácticas para desarrollar el pensamiento matemático y enfrentar las BAP. Algunos utilizando materiales concretos (Jiménez et al., 2013; Correa y Pulido, 2014; León, Martini y Moreno, 2018) y otros recursos tecnológicos (Arriola y Aceves, 2010). Algunos alternando la educación inclusiva y la educación especial (Soto y Gómez, 1987); otros apoyándose en instructores especializados en tratar a las personas con discapacidad y lectura y escritura en Braille (Correa y Pulido, 2014). Otras estrategias empleadas han sido las impresiones en Braille y en relieve (León, Martini y Moreno, 2018) y los programas audibles de expresiones algebraicas como Jaws, alternadas con MathML, MathType y MathPlayer (Arriola y Aceves, 2010). Estos aspectos se reportarán en el evento.

Se pretende observar la práctica de profesor de matemáticas en aulas inclusivas, hemos contactado a dos instituciones educativas del sector público que imparten educación secundaria, en la modalidad de Telesecundaria y de contextos distintos. Se continúa con el establecimiento de la metodología de investigación y el diseño de entrevistas semiestructuradas y guías de observación como instrumentos para la recolección de datos.

**Referencias bibliográficas**


Arriola, C., y Aceves, J. F. (2010). Herramienta auditiva para acceder expresiones matemáticas digitales. *Científica*, *14*(3),137-144. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61415697005

Carrillo, C., López, J.I., Hernández, I., y García, R.M. (2021). Barreras en el aprendizaje de las matemáticas de personas con discapacidad visual: el caso de un estudiante de ingeniería de software. *Revista Areté, 15*(29), 22-35.

Correa, Y. P., y Pulido, E. J. (2014). Adaptación e implementación de recursos didácticos para la enseñanza de ecuaciones de primer y segundo grado a niños con discapacidad visual en un aula inclusiva. *Revista Científica*, *2*, 510–514. https://doi.org/10.14483/23448350.7714

González, Y., y Triana, D.A. (2018). Actitudes de los docentes frente a la inclusión de estudiantes con necesidades educativas especiales. *Educación y Educadores*, 21(2), 200-218. DOI: 10.5294/edu.2018.21.2.2 https://www.redalyc.org/journal/834/83460719002/html/

Jiménez, R.A., Barreto, D., y Funeme, F.F. (2013). Propuesta de un material didáctico para la enseñanza aprendizaje de polinomios para población con limitación visual. *Revista Científica. Edición especial.* ISSN 0124 2253 https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7712/9522

León, L., Martini, L. C., y Moreno, C. (2016). Tools for teachin mathematical functions and geometric figures to tactile visualization a Braille printer for visual impairment people. *Systemics, cybernetics and informatics*, *14*(2), 7-10. http://www.iiisci.org/Journal/PDV/sci/pdfs/EB158ZO16.pdf

Moreno, B., Cordero, L.J., y Salabarria, M.C. (2021). La preparación del docente para la inclusión educativa. Manual de actividades y orientaciones metodológicas. *MENDIVE*, *19*(2), 609-626. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-76962021000200609

Salas, R. (2011). La formación de los profesores para atender a la diversidad. *Padres y maestros*. 338, 10-14. https://revistas.comillas.edu/index.php/padresymaestros/article/view/433

SEP (2018). Plan y programas de educación básica 2017. Aprendizajes clave para la educación integral. Disponible en: https://www.gob.mx/sep/

Soto, F. y Gómez, B. (1987). Los números en color en la educación matemática del niño ciego. *Enseñanza de las ciencias,* *5*(2), 111-117. http://funes.uniandes.edu.co/21828/1/Soto1987Los.pdf

UNESCO (2020). Enseñanza inclusiva: preparar a todos los docentes para enseñar a todos los alumnos. *Documento de política 43.* https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374447_spa

# ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA INTRODUCIR EL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN TERCER GRADO DE PRIMARIA EN MÉXICO

Autores: Valery Thania Meneses López; Aarón Reyes Rodríguez.

Institución: Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.

Correo: me318205@uaeh.edu.mx, aaronr@uaeh.edu.mx

Palabras Clave: Estrategias didácticas, fracción, primaria, docentes en servicio.

**Resumen:**

Se identifican y caracterizan las estrategias didácticas utilizadas por docentes en servicio para introducir, por primera vez, a estudiantes de tercer grado de primaria, el concepto de fracción. Las estrategias didácticas se caracterizaron con base en las diferentes formas de conceptualizar a las fracciones propuestas por Lamon, así como elementos de la teoría de las representaciones semióticas de Duval. La investigación es cualitativa, basada en un estudio de casos. Se entrevistó a dos profesoras que imparten tercer grado de primaria; una de ellas en una institución pública y la otra en una institución privada. Las escuelas se ubican en una zona rural y urbana respectivamente. Las entrevistas se transcribieron y con base en las transcripciones se identificaron las estrategias didácticas. Las estrategias didácticas empleadas se basan esencialmente en la interpretación parte-todo de las fracciones y que las representaciones utilizadas se enfocan en la partición de unidades simples, sin considerar unidades compuestas.

## 1. Introducción

El concepto de fracción es uno de los más importantes en la matemática, además de que la habilidad para operar con fracciones es fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas avanzadas (Namkung et al., 2019). A pesar de la importancia del concepto de fracción, existen diversas dificultades de comprensión. Lamon (2022) analiza algunos factores que complican el aprendizaje de fracciones, como las diferentes interpretaciones de una fracción, el concepto de unidad, entre otras. Además, Lamon explica que la terminología y la propia naturaleza de la palabra fracción posee diversos significados dependiendo del contexto en que se utiliza, y que el concepto de número racional frecuentemente es usado como sinónimo de fracción.

Es importante conocer cómo son las primeras aproximaciones que los estudiantes tienen respecto del concepto de fracción, a partir de las estrategias didácticas que los docentes utilizan para enseñar este importante concepto. También es importante distinguir los aspectos procedimental y conceptual en las estrategias, que en muchas ocasiones son el reflejo de los conocimientos y el entendimiento de cada profesor, de su formación profesional, de los materiales que utiliza y los objetivos de aprendizaje establecidos en el plan de estudios de educación básica.

## 2. Marco teórico

En este apartado se describen los elementos del marco de investigación que fueron de utilidad para caracterizar las estrategias didácticas utilizadas por las docentes para introducir por primera vez el concepto de fracción a estudiantes de tercer grado de primaria.

### 2.1 Diferentes interpretaciones de una fracción

De acuerdo con Lamon (2020) una fracción se puede interpretar de cuatro diferentes formas: (i) Parte-todo, (ii) cociente, (iii) operador y (iv) medida (Tabla 1).

**Tabla 1.** Las cuatro diferentes interpretaciones de una fracción.

| Interpretación | Descripción |
| --- | --- |
| Parte-todo | Asigna la división en partes iguales de la unidad, ya sea de área, o longitud y toma las partes solicitadas |
| Cociente | Se aprecia como el resultado de una división |
| Operador | Consiste en tomar a la fracción como función, que determina si reduce y amplía, contrae, expande o multiplica y divide. |
| Medida | Suele ser la medida asignada a algún intervalo o región, dependiendo de un modelo unidimensional (distancia de un punto de la recta al cero) o bidimensional (determinada área). |

Fuente: Elaboración propia con base en Lamon (2020).

### 2.2 Teoría de las representaciones semióticas

El otro componente del marco teórico es la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006), en la que se establece que la comprensión de los conceptos matemáticos depende de las diferentes relaciones que un estudiante pueda establecer entre las diferentes representaciones de un objeto matemático, así como las transformaciones que sea capaz de efectuar dentro de un mismo registro y entre diferentes *registros de representación* (Duval, 1995). Para Duval (2016), la meta de la enseñanza de las matemáticas en primaria y secundaria es "contribuir al desarrollo general de las capacidades de razonamiento, análisis y visualización de los estudiantes" (p. 63). Además, considera que las representaciones semióticas constituyen el único medio de acceso a los objetos matemáticos.

Algunos de los diferentes registros de representación de objetos matemáticos son el numérico, el tabular, el gráfico, el verbal, el icónico, entre otros. Las transformaciones entre las representaciones de un mismo registro se denominan *tratamiento*, mientras que las transformaciones entre diferentes registros de representación se denominan *conversión* (Duval, 2006).

## 3. Metodología

La metodología de esta investigación es cualitativa y exploratoria, basada en un estudio de casos. En la investigación participaron dos profesoras que imparten en tercer grado de primaria. Las participantes fueron voluntarias y conocidas de uno de los investigadores. La maestra A desempeña su labor docente en una escuela privada ubicada en una zona urbana, mientras que la profesora B imparte clases en una escuela pública ubicada en una comunidad rural del estado de Hidalgo, México.

La información se recolectó mediante entrevistas semi-estructuradas, las cuales se grabaron en audio, con la autorización previa de las entrevistadas. Se enfatizó que su identidad se protegería mediante la asignación de un seudónimo y la omisión de cualquier información que permitiera su posible identificación.

Las entrevistas se transcribieron, y con base en esas transcripciones se identificaron las estrategias didácticas utilizadas por las docentes para enseñar por primera vez el concepto de fracción. Las estrategias se organizaron en una tabla, a partir de la cual tales estrategias se caracterizaron con base en la interpretación de fracción utilizada, las representaciones semióticas empleadas, así como las operaciones de tratamiento y conversión que se pusieron en práctica.

## 4. Resultados

Con base a la investigación se encontró que las estrategias didácticas empleadas se basan esencialmente en la interpretación parte-todo de las fracciones y que las representaciones utilizadas se enfocan en la partición de unidades simples, sin considerar unidades compuestas, además de que las clases se encuentran acotadas por el contenido de los libros de texto con los que las profesoras imparten el curso de matemáticas de tercer grado.

## 5. Referencias bibliográficas

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131.

Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval y A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Lamon, S. (2020). Fractions as part–whole comparisons. En S. Lamon (Eds.), *Teaching fractions and ratios for understanding* (pp. 153-170). New York: Routledge Taylor & Francis group.

Namkung, J. M., Fuch, L. S., & Koziol, N. (2018). Does initial learning about the meaning of fractions present similar challenges for students with and without adequate whole-number skill? *Learning and Individual Differences, 61*, 151-167. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.11.018

# EXPERIÊNCIA NO ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO EM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO EM TEMPOS DE PANDEMIA

Autores: Camila Fernandes Beserra de Oliveira; Regina da Silva Pina Neves; Sarah Isidorio Rosa.

Instituição: Universidade de Brasília (UnB).

Correspondência: camisfernandesoliveira@gmail.com, reginapina@mat.unb.br, sarahrosa963@gmail.com

Palavras-chave: Educação Financeira. Ensino Médio. Lesson Study.

**Resumo:**

Neste trabalho relatamos uma experiência vivenciada com estudantes do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Brasília, no contexto do Projeto Conexões em apoio à Disciplina de Estágio Curricular Supervisionado em Matemática II, do Departamento de Matemática, da Universidade de Brasília em 2021. Os licenciandos vivenciaram o Lesson Study no planejamento, no desenvolvimento e na avaliação de uma aula que promovesse, entre os estudantes, processos de cálculo de números reais, focando em taxas e índices de natureza socioeconômica. Os licenciandos e a professora orientadora reuniram-se para estudo, planejamento, execução e avaliação da aula, que abordou conceitos como porcentagem, juros e equações do 1º grau e foi ministrada remotamente aos estudantes do Ensino Médio. Essa experiência revelou a importância da educação financeira para que os estudantes aprendam a realizar planejamentos financeiros, evidenciando a robustez da matemática enquanto ferramenta de compreensão de um mundo em transformação. Já as etapas do Lesson Study nos mostraram a relevância de abordagens colaborativas e reflexivas na formação dos professores.

## 1. Introdução

A tecnologia tem uma grande importância em nossas vidas e ela é uma aliada na educação. Isso ficou ainda mais visível no período da pandemia do Covid-19, pois tivemos que adaptar nossas aulas presenciais para o ensino remoto. Nesse cenário, desenvolvemos uma oficina com alunos do Ensino Médio abordando o tema de Matemática Financeira, atentos aos desafios impostos pelo ensino remoto, entre eles o de incentivar a participação dos alunos. Neste trabalho, relatamos as etapas de planejamento e desenvolvimento, além de destacar aprendizagens relativas à prática docente construídas ao longo dessa vivência por licenciandos e formadores de professores.

## 2. Referencial teórico

O conceito de "tarefa" no ensino da Matemática, embasado na transmissão de conhecimento pelo professor, é de pouca utilidade. Em um ensino da Matemática que considera o papel ativo dos alunos, problematizar tal conceito é de suma importância.

Ponte (2014) recomenda que é indispensável a diversificação porque cada tipo de tarefa proporciona um papel específico na aprendizagem. De acordo com esse autor, tarefas fechadas são primordiais para o desenvolvimento da prática de relacionar, de forma precisa, a informação dada; e as tarefas abertas auxiliam os alunos a desenvolver a capacidade de lidar com situações complexas, compreendendo-as matematicamente. De outra forma, as tarefas com um nível de desafio reduzido contribuem para o sucesso dos alunos e viabilizam a sua autoconfiança, ao mesmo tempo que as tarefas mais desafiantes permitem experiências matemáticas mais significativas. Ponte, Quaresma, Mata-Pereira e Baptista (2015) ressaltam que os alunos se mostram capazes de construir um entendimento fora do ambiente escolar e que a aprendizagem da Matemática deve ir além de uma simples memorização de dados, regras e procedimentos e, para isso, é importante reconhecer o raciocínio matemático na sala de aula.

De acordo com alguns estudos, a aprendizagem que se baseia em jogos não é apenas um ato de produzir jogos para os alunos jogarem, mas sim o ato de proporcionar atividades de aprendizagem interativas que possam transmitir conceitos gradativamente e instruir os alunos no caminho do objetivo final. Segundo Anastasiadis (2018), a aprendizagem fundamentada em jogos pode ser considerada um mecanismo de ensino que possibilita aos alunos explorar diferentes etapas dos jogos como uma maneira de aprendizagem para auxiliá-los a desenvolver um conjunto de habilidades ou alcançar resultados de aprendizagem específicos.

## 3. Metodologia

A professora orientadora nos informou que a nossa atividade seria para alunos do 1º ano do Ensino Médio, o que norteou nossa escolha para o tema Matemática Financeira. Devido à pandemia do Covid-19, a atividade seria realizada de forma remota, pelo Zoom, com a duração de 2 horas. O planejamento da atividade deu-se com base no Lesson Study, que utiliza as etapas de: estudo, preparação, observação da aula, e reflexão, assim como defendido por Pina Neves e Fiorentini (2021). O Lesson Study é um processo de investigação que dá suporte para professores experimentarem, observarem e aprimorarem seu ensino, no qual a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos são o foco. Para a definição da tarefa matemática, foi escolhido o modelo de oficina, inspirado no roteiro de Oficina de Estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo (Gontijo, 2018).

Em nosso planejamento, a atividade de aquecimento/aproximação com a tarefa intitula-se “Quase um Shark Tank” e teve como inspiração o programa “Shark Tank”. Em nossa atividade, a turma foi dividida em dois grupos e cada um seria uma empresa. Cada empresa sorteava duas cartas, sendo uma com a função “receita” e a outra com a função “custo”. Com os dados de ambas as cartas, os alunos deveriam calcular a função “lucro”. Ao final, a empresa que tivesse o maior lucro, ganharia o investimento dos “tubarões”. Depois disso, introduzimos os conceitos de Inflação, Deflação, Depreciação e o significado da sigla IPCA. Perguntávamos aos alunos se eles conheciam algum desses termos e a partir de suas contribuições e trocas, a definição formal de cada uma delas ia sendo apresentada.

Para a etapa do problema investigativo, foi feito um jogo de tabuleiro chamado “Economia Animal”, em que cada uma das equipes jogava o dado na sua vez e andava o número respectivo de casas no tabuleiro. Quando caísse em uma casa com perguntas, a equipe deveria respondê-la corretamente para avançar no tabuleiro, As perguntas eram sobre “função custo”, “função receita”, “função lucro”, dentre outros termos. O jogo foi feito no site Genially, e as perguntas foram criadas pelos integrantes do grupo.

Na formalização de conceitos e definições, o foco escolhido foi a função do 1° grau. Uma apresentação no Prezi foi utilizada para auxiliar na explicação sobre o que é uma função, sua definição, representação gráfica, diferença entre função crescente e decrescente e expor alguns exemplos de função do 1° grau. Para finalizar a oficina, planejamos fazer um mural utilizando o site Scrumbrl, com as opiniões dos alunos sobre as atividades realizadas. Utilizamos os objetivos do Currículo em Movimento do DF “MAT01FG – Investigar os processos de cálculo de números reais, com foco nas taxas e nos índices de natureza socioeconômica (Índice de Desenvolvimento Humano, taxas de inflação, entre outros), para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos” e “MAT11FG - Estruturar, gráfica e algebricamente, situações-problema por meio de funções polinomiais de 1º e 2º graus, para a construção de modelos, visando a resolução de problemas em contextos diversos, com ou sem o apoio de tecnologias digitais”, sendo que neste último focamos nas funções do 1º grau.

## 4. Resultados e reflexões

Recebemos duas turmas, sendo uma de 1º ano do Ensino Médio, acompanhada pelo professor Vilmondes, e outra composta por alunos com altas habilidades, de séries diversas, acompanhada pelo professor Marlon. Esta última foi uma surpresa, pois eles não cursavam o Ensino Médio. No aquecimento “Quase um Shark Tank”, percebemos que alguns alunos apresentavam dificuldades para resolver as funções, e o professor Marlon nos informou que eles ainda não tinham estudado esse conteúdo. Nesse momento, tivemos que nos reorganizar rapidamente, a fim de conseguirmos explicar a atividade de forma que todos conseguissem entendê-la para serem capazes de participar dela.

Prosseguimos com o tabuleiro “Economia Animal” e os alunos participaram de forma ativa, enviando suas dúvidas pelo chat ou falando ao microfone. Infelizmente, a última pergunta do tabuleiro e a parte da formalização do conteúdo foram feitas de forma bem acelerada, pois o tempo estava se esgotando. Ao final da oficina, os alunos deram seus *feedbacks*, os quais foram positivos. Muitos gostaram do jeito como foi abordado o conteúdo de matemática e o fato de ele ter sido apresentado de forma contextualizada.

Após a realização da oficina, os professores Vilmondes e Marlon deram seus *feedbacks* sobre a atividade. O ponto que ambos ressaltaram foi a questão do tempo, pois nossa atividade não aconteceu totalmente conforme planejada. E também fomos parabenizados pela dinâmica e por ter conseguido a participação ativa dos alunos durante a oficina. Como última etapa do Lesson Study, somos levados a refletir no que poderíamos mudar, caso tivéssemos outra oportunidade de realizar a oficina. Chegamos à conclusão de que colocamos muitas atividades para serem realizadas pelos alunos, o que demandaria mais tempo para sua realização.

Experiências como essa que vivenciamos são muito importantes na formação inicial do futuro professor, principalmente no momento do ensino remoto, pois nos mostram desafios que devem ser superados. Aprendemos bastante na parte do planejamento, até mesmo devido ao método escolhido, que foi o Lesson Study. Outro ponto que nos ensinou muito foi o fato de haver alunos participando da atividade que não tinham estudado um dos conteúdos matemáticos que era pré-requisito, no caso "funções do primeiro grau". Em suma, essa experiência nos foi valiosa, uma vez que os aprendizados adquiridos serão aplicados em nosso dia a dia em sala de aula.

## 5. Referências


Anastasiadis, T., Lampropoulos, G., & Siakas, K. (2018). Digital game-based learning and serious games in education. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering*, *4*(12), 139-144.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação.

Distrito Federal. (2018). *Currículo em Movimento do Distrito Federal – Ensino Fundamental: Anos Iniciais – Anos Finais*. 2. ed. Brasília: Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal.

Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2015). Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante*, *24*(2), 111-134.

Ponte, J. P. da. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. da Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 13-30). Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.

Pina Neves, R. da S., & Fiorentini, D. (2021). Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de Lesson Study. *Perspectivas da Educação Matemática*, *14*(34), 1-30. http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676

# CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS, PEDAGÓGICOS Y CONTENIDO DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN. ESTUDIANTES EN PRIMEROS NIVELES

Autores: Yerlin Chacón-Camacho, Wilbert Vargas-Delgado, Yuri Morales-López, Adriana Breda*, Vicenç Font*.

Institución: Universidad Nacional, Universitat de Barcelona*.

Correo: yerlin.chacon.camacho@est.una.ac.cr, wilbert.vargas.delgado@est.una.ac.cr, ymorales@una.cr, adriana.breda@ub.edu, vfont@ub.edu

Palabras Clave: Educación Matemática, Formación de Profesores, TPACK, Funciones.

**Resumen:**

Este trabajo tiene como objetivo presentar los resultados de una investigación sobre los conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido que evidencian los profesores de matemática en segundo nivel de formación inicial de la Universidad Nacional desde el modelo TPACK, en el tema de funciones. La investigación tiene un enfoque cualitativo con una postura hermenéutica interpretativa. Se utilizó una muestra de 27 profesores en formación que se encontraban matriculados en cursos vinculados con los tres dominios base del modelo TPACK. Los resultados muestran que los participantes poseen un dominio instrumental sobre los conocimientos base del modelo. Se concluye que, aunque los participantes ya han experimentado en cursos relacionados con estos conocimientos no hay suficiente evidencia de que sus saberes les permitan integrar las tecnologías como recurso didáctico dentro de la enseñanza de la función cuadrática.

## 1. Introducción.

La implementación de las Tecnologías de las Información y Comunicación (TIC) dentro de las clases de matemática debe ser inteligente, relevante y pertinente. Por lo que investigar sobre la posible integración tecnológica que realizan los docentes durante su formación es de suma importancia, ya que se parte de la premisa de que, aun cuando un docente posea un amplio conocimiento en tecnologías, esto no lo faculta para lograr una integración correcta de las TIC dentro de los espacios de enseñanza. Es relevante para nosotros analizar si la formación de los docentes de matemática en la Universidad Nacional (UNA) en Costa Rica está generando en los profesores de matemática en formación las capacidades para la eficiente integración de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y en particular, conocer qué ocurre en las etapas tempranas de esta formación.

De esta manera, surge el interés de realizar un estudio sobre cuáles son los conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido que evidencian los profesores de matemática en formación inicial de la Universidad Nacional ante tareas del área de matemática en el tema de función cuadrática desde el estudio del modelo TPACK.

## 2. Marco teórico

El marco de referencia que se utilizó en este trabajo fue el TPACK. El modelo considera como bases o dominios principales al conocimiento pedagógico (PK), conocimiento de contenido (CK) y al conocimiento tecnológico (TK), pero además contempla las relaciones o interacciones que existen entre ellos; de acuerdo con Mishra & Koehler (2006), "nuestro modelo de integración de tecnología en la enseñanza y el aprendizaje sostiene que desarrollar un buen contenido requiere un entretejido cuidadoso de las tres fuentes clave de conocimiento: tecnología, pedagogía y contenido" (p. 1029). Estas relaciones dan origen al conocimiento tecnológico pedagógico (TPK), conocimiento pedagógico de contenido (PCK) y conocimiento tecnológico de contenido (TCK), de donde finalmente se obtiene el conocimiento tecnológico pedagógico del contenido (TPACK). A continuación, se describen estos dominios.

*Conocimiento de contenido (CK)*: Este es el conocimiento que se debe tener sobre los temas, conceptos y teorías (Mishra & Koehler, 2006).

*Conocimiento pedagógico (PK)*: Este es el conocimiento sobre los procesos y prácticas necesarios para una adecuada enseñanza y aprendizaje. (Mishra & Koehler, 2006).

*Conocimiento tecnológico (TK)*: Este conocimiento se refiere a las habilidades para operar tecnologías en el proceso de enseñanza, desde las más comunes hasta las tecnologías digitales (Mishra & Koehler, 2006).

*Conocimiento tecnológico pedagógico (TPK)*: Este conocimiento surge al realizar las actividades pedagógicas utilizando herramientas tecnológicas (Mishra & Koehler, 2006).

*Conocimiento pedagógico de contenido (PCK)*: Según Mishra & Koehler (2006), el "PCK se ocupa de la representación y formulación de conceptos, técnicas pedagógicas, conocimiento de lo que hace que los conceptos sean difíciles o fáciles de aprender, conocimiento de los conocimientos previos de los estudiantes y teorías de la epistemología" (p. 1027). Este conocimiento coincide con el PCK de Shulman (1986, 1987)

*Conocimiento tecnológico de contenido (TCK)*: Según Mishra & Koehler (2006), este conocimiento es el que permite utilizar la tecnología para representar los contenidos, engloba saber cómo utilizar la tecnología de manera que mejore la comprensión sobre la materia, además favorece y facilita las diferentes representaciones del contenido.

*Conocimiento tecnológico pedagógico de contenido (TPACK)*: Para Mishra & Koehler (2006), el conocimiento TPACK es una forma de saber que surge de todas las relaciones anteriores y que tienen más alcance que los tres conocimientos básicos.

## 3. Metodología

El estudio tiene como finalidad caracterizar los conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido que muestran los profesores de matemática en formación inicial de la UNA en una etapa temprana de formación, por esta razón se enmarca en el paradigma naturalista. Se contó con la participación de 27 estudiantes matriculados en el curso, MAC404 Recursos Informáticos del plan de estudios de la carrera Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática BLEM (2017). Estos sujetos son denominados Profesores de Matemática en Formación Inicial (PMFI).

Se construyeron 3 instrumentos. El primero *Cuestionario Diagnóstico* se creó con el fin de indagar sobre el conocimiento tecnológico y pedagógico que evidencian los PMFI y para conocer acerca de sus datos generales; está constituido por 17 preguntas donde algunas son adaptadas de los instrumentos utilizados por Schmidt et al. (2009), Kirikçilar & Yildiz (2018) y Arévalo-Duarte et al. (2019). El segundo instrumento *Asignación de Tareas Matemáticas*, se construyó gracias a la indagación teórica realizada y está compuesto por diferentes tareas matemáticas acerca de la función cuadrática que permiten evidenciar los conocimientos TPACK de los PMFI. En el tercer instrumento *Reflexión sobre el análisis de instrucciones*, a cada PMFI se le asignó reflexionar sobre la actividad que planteó uno de sus compañeros en el instrumento de Asignación de Tareas Matemáticas y generar un comentario con ideas o posiciones justificadas para mejorar la calidad de la actividad, a través de la socialización en un foro realizado en la plataforma Moodle. La etapa vinculada al tercer instrumento se encuentra ligada con el conocimiento TPACK.

## 4. Resultados

Según el análisis realizado se determinó que pocos PMFI logran integrar de manera eficaz matemática, tecnología y pedagogía en la planificación de una actividad. Sin embargo, aquellos que alcanzaron cierto nivel de integración entre los tres conocimientos (tres participantes) dirigen correctamente las instrucciones, puntualizando en detalles del manejo del software y en un adecuado abordaje del contenido matemático, este último coherente con el contexto. La mayoría de los participantes aún no han desarrollado un nivel adecuado de reflexión crítica sobre la integración de los conocimientos del modelo TPACK, pues los comentarios fueron superficiales y carentes de justificación.

## 5. Conclusiones

La principal conclusión de este trabajo es que aun cuando los estudiantes ya han tenido contacto con cursos relacionados con pedagogía general, uso de recursos tecnológicos y han estudiado el contenido matemático no se puede asegurar que sus conocimientos les permitan tener una visión completa sobre la integración de tecnologías como recurso didáctico en la enseñanza de las funciones.

**Reconocimientos**: Esta presentación se realizó en el contexto de 1) el proyecto PID2021-127104NB-I00; 2) el programa de doctorado "Didàctica de les Ciències, les Llengües, les Arts i les Humanitats" de la Universitat de Barcelona, España, y 3) el Programa de Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad Nacional, Costa Rica.

## 6. Referencias bibliográficas

Arévalo-Duarte, M. A., García-García, M. Á., & Hernández-Suárez, C. A. (2019). Competencias TIC de los docentes de matemáticas en el marco del modelo TPACK. *Civilizar, 19*(36), 1-27. https://doi.org/10.22518/usergioa/jour/ccsh/2019.1/a07

Kirikçilar, R., & Yildiz, A. (2018). Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) Craft: Utilization of the TPACK When Designing the GeoGebra Activities. *Acta Didactica Napocensia, 11*(1), 101-116. https://doi.org/10.24193/adn.11.1.8

Mishra, P., & Koehler, J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge, *Teachers college record, 108*(6), 1017-1054. http://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf

Schmidt, D. A., Baran, E., Thompson, A. D., Mishra, P., Koehler, M. J., & Shin, T. S. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK) the development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of research on Technology in Education, 42*(2), 123-149. http://dx.doi.org/10.1080/15391523.2009.10782544

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14. https://doi.org/10.3102%2F0013189X015002004

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-23. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

**JUEGOS DE AZAR Y EL SIGNIFICADO PERSONAL DEL EXPERIMENTO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS**

Autores: Beatriz Adriana Rodríguez González; Judith Alejandra Hernández Sánchez; José Iván López Flores.

Institución: Universidad Autónoma de Zacatecas.

Correo: brodriguez@upz.edu.mx, judith700@hotmail.com, jlopez@uaz.edu.mx

Palabras Clave: Azar, probabilidad, regla de la multiplicación, significados, experimento

**Resumen:**

Los juegos de azar continúan vigentes en la enseñanza de la probabilidad al ser un referente histórico para el aprendizaje de los estudiantes. En el presente avance de investigación, se lleva a cabo una feria universitaria donde los estudiantes plantean juegos de azar para el cálculo de probabilidades. El objetivo es hacer un análisis de los significados personales que los estudiantes atribuyen al experimento. Se plantea un estudio cualitativo-descriptivo a partir de juegos que utilizan como principal herramienta el diagrama de árbol. La motivación de la presente investigación es que el estudiante comprenda la regla de la multiplicación a través del significado de experimento.

## 1. Introducción

Los problemas que surgieron durante el desarrollo histórico de la teoría de la probabilidad son adecuados para analizar los significados en torno a este concepto. Según Batanero (2005), en el caso de la probabilidad, existe una diferencia entre el conjunto de prácticas ligadas a la resolución del campo de problemas y el objeto matemático probabilidad, que ha surgido históricamente y sigue evolucionando como consecuencia de dichas prácticas. Por tal motivo, a lo largo del desarrollo histórico de la probabilidad, diferentes significados han sido asociados al concepto, entre ellos el significado intuitivo, laplaciano, frecuencial, subjetivo y matemático que han sido descritos en Batanero (2005).

Batanero (2005) menciona que una mirada a la historia nos permite tomar conciencia de que los conceptos matemáticos son cambiantes, son fruto del ingenio y la construcción humana para tratar de dar respuesta a situaciones problemáticas y están sujetos a evolución. La autora hace énfasis al proceso que se desarrolla en el aprendizaje de los alumnos, quienes deben construir su conocimiento mediante un proceso gradual a través de errores y esfuerzo. Concluye, que si el profesor que enseña probabilidad no es consciente de esta problemática, no podrá comprender las dificultades de los estudiantes, quienes al igual que los docentes, se encuentran con las mismas paradojas y situaciones contra intuitivas que surgieron durante el desarrollo histórico del cálculo de probabilidades.

En ese desarrollo, Batanero (2015) describe que el significado de aleatoriedad surge a la par de la probabilidad; el cual, no ha sido siempre claro e inequívoco, pues emerge como un objeto multifacético, como se ha mostrado en las diversas interpretaciones a lo largo de la historia. Esta misma autora considera que hasta ahora no se ha encontrado una definición simple que se pueda usar sin ambigüedades para clasificar un evento o proceso dado como aleatorio o no; aunque, hay reflexiones y aproximaciones de estadísticos, filósofos e investigadores en educación matemática.

## 2. Marco Teórico

El modelo expuesto por Godino y Batanero (1998) y Godino (2002) ha servido como referente para identificar los significados asociados al concepto de probabilidad. Entre estos significados se encuentra el intuitivo y clásico donde surge el concepto de experimento.

El referente teórico es el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007; 2019).

## 3. Metodología

En la presente investigación, se pretende analizar las prácticas de una muestra de estudiantes al plantear problemas de probabilidad donde se involucran 2 o más experimentos. El objetivo es hacer un análisis de los significados personales que los estudiantes atribuyen a este concepto.

El instrumento es el diseño de un cuestionario que se aplicará una vez que ponen en práctica los juegos de azar. Éstos, son diseñados por los propios estudiantes y utilizan como herramienta el diagrama de árbol. Cada ramificación del árbol implica un nuevo experimento.

Los sujetos de estudio son 24 estudiantes universitarios que cursan el cuarto cuatrimestre de la licenciatura en negocios internacionales en una universidad mexicana. En este periodo se imparte la materia de probabilidad y estadística.

Se realizará una configuración epistémica asociada a cada uno de los problemas propuestos por los estudiantes (5 problemas).

## 4. Avances de la experiencia

Se pretende identificar los conflictos semióticos que intervienen en la asignación de probabilidades en el diagrama de árbol y que inciden en el significado personal que el estudiante tiene sobre el experimento. Se llevará a cabo un estudio de los argumentos con base al estudio de Hernández et. al (2021). Al momento se tiene el planteamiento de los 5 juegos de azar para su aplicación y la propuesta de la configuración epistémica.

## 5. Referencias bibliográficas


Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, *8*(3), 247-263.

Batanero, C. (2015) Understanding randomness: Challenges for research and teaching. CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Charles University in Prague, Faculty of Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic. pp.34-49. hal-01280506

Godino, J. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. In A. Sierpinska y J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 22*(2.3), 237-284.

Godino, J. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics educa- tion. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2):127-135.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescrip- tive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1):38-43.

Hernández, L., Batanero, C., Gea, M. y Álvarez, A. (2021). Comparación de probabilidades en urnas: un estudio con estudiantes de Educación Primaria. *Uniciencia, 35*(2), 1-18.

# LA EXPERIENCIA EDUCATIVA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN ÉPOCA DE PANDEMIA

Autores: José Del Cid; Iluminada Vigil; Elidia Castillo.

Institución: Universidad Autónoma de Chiriquí – Panamá.

Correo: jose.delcid@unachi.ac.pa, iluminada.vigil@unachi.ac.pa, elidia.castillo@unachi.ac.pa

Palabras Clave: Educación, Pandemia, Programa de Aprendizaje Acelerado, Matemáticas, Enseñanza.

**Resumen:**

La Aparición del virus del SARS CoV-19 y la enfermedad del COVID – 19 a finales del 2019 fueron dos aspectos que modificaron nuestras vidas de una forma insospechada. A Panamá, la enfermedad se presentó el 11 de marzo del 2020 causando una paralización casi total del país como medida de prevención de la propagación de la enfermedad. El Ministerio de Educación de Panamá (MEDUCA), tomo medidas y en julio del mismo año volvió a iniciar el Año Lectivo utilizando una metodología virtual, lo que cambio la realidad de la educación de forma abrupta. El Año 2021, se adopto una metodología similar con menor cantidad de vicisitudes y problemas que el año anterior. En el presente proyecto queremos analizar la repercusión de varios aspectos surgidos en Época de Pandemia y su impacto en el retorno a clases presenciales del Año Lectivo 2022.

## 1. Introducción del Proyecto

La aparición del COVID – 19 y la Pandemia generaron una serie de cambios en la educación panameña, por lo cual queremos analizar su impacto en la educación y como esto ha marcado un hito que ha revolucionado la educación a nivel nacional e internacional. La importancia del proyecto recae en conocer lo que se hizo bien y mal en tiempos de pandemia y como esto ha cambiado la educación hasta ese momento conocida. Como objetivo del proyecto tenemos: "Analizar el impacto de la Educación en tiempo de pandemia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y su impacto en el retorno a clases en el año lectivo 2022". Finalmente, podemos destacar una pregunta: ¿Ha sido la educación virtual un éxito o un fracaso durante los años de Pandemia?

## 2. Marco Teórico del Proyecto

Siendo un proyecto novedoso por la aparición del COVID – 19 nos hemos basado principalmente en aspectos ya existentes en la Educación Panameña previo a la Pandemia, entre los cuales podemos mencionar: El Sistema Educativo Panameño, el Programa de Aprendizaje Acelerado, Sistemas de Evaluación Panameña, Evaluación por Competencias, Fines de la Educación Panameña, Inteligencias Múltiples de Howard Gardner y algunos estudios estadísticos sobre Panamá en Época de Pandemia y los Planes de Respaldo para enfrentarla.

## 3. Metodología del Proyecto

Para realizar este proyecto de innovación nosotros adoptamos una Metodología de Observación Directa donde recurrimos al uso de la recolección de datos utilizando cuatro instrumentos diferentes, tales como las Apuntes de la Observación, una Entrevista a los Docentes, una Encuesta aplicada a Docentes y una Prueba Estandarizada aplicada a algunos estudiantes. Siendo un proceso innovador, las fuentes de información era limitadas. Al momento de realizar nuestra investigación, hemos elegido a un Colegio de la localidad (Colegio Daniel Octavio Crespo de La Concepción – Bugaba, Chiriquí), sus docentes y estudiantes.

## 4. Resultados, Avances o Resultados de la Experiencia del Proyecto

Entre los resultados que hemos encontrado en esta investigación, podemos destacar:

- Los contenidos asimilados durante la Pandemia no fueron significativos, por lo cual al regresar a las clases presenciales fue necesario realizar un fuerte repaso de contenidos previos, antes de poder iniciar con los temarios correspondientes del nivel.
- El uso del currículo priorizado de conocimientos disminuyo tanto la cantidad de contenidos impartidos como la cantidad de contenidos asimilados por el estudiantado. Teniendo un gran impacto en la educación presencial de este año 2022.
- Las herramientas digitales son de gran apoyo tanto para docentes como para estudiantes, no obstante, hay que generar en los docentes la capacidad de trabajar con ellos (una debilidad imperante) y así mismo en los estudiantes.

## 5. Conclusiones o Reflexiones del Proyecto

Después de haber realizado este proyecto podemos inferir lo siguiente:

- Los estudiantes han regresado a las clases presenciales con muchas falencias, no porque el Sistema de Educación Virtual sea un fracaso, sino que por una gran variedad de razones no le prestaron la atención e importancia debida,
- Las fallas de la Educación Virtual recaen en la Falta de la Tecnología y/o Capacitación de su Uso Correcto, la Falta de Recursos Económicos de las Familias, la Ausencia Parcial o Total del Internet/Wi-Fi, el Desconocimiento sobre el Uso de las Plataformas y Herramientas Digitales y el uso del Currículo Priorizado de Conocimientos.

Entre las recomendaciones de la investigación podemos destacar:

- El Sistema Virtual de Educación es una excelente herramienta de trabajo con ventajas y desventajas, pero creemos que puede implementarse mejor en las escuelas y colegios e involucrarse activamente en el Sistema de Educación Regular como complemento y apoyo de los contenidos explicados en las clases presenciales.

- El Sistema de Educación Panameña necesita una reestructuración curricular urgente de contenidos, para adaptarse a una nueva tratando de involucrar nuevas estrategias, instrumentos, técnicas y metodologías en el Proceso de Aprendizaje – Enseñanza. Actualmente, este es superado por la Educación Particular.

## 6. Referencias del Proyecto


Siteal. Perfil del País: Panamá. Mayo 2019. Organización de las Naciones Unidas. Panamá

De León, N. et Gonzalez, E. "EDUCACIÓN EN TIEMPOS DE COVID-19 Análisis para Políticas Educativas en la República de Panamá". Marzo 2020. Panamá.

**EL ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN DE LAS TAREAS DE PATRONES PRESENTES EN LOS LIBROS DE PRIMARIA**

Autores: Helen Bolaños González, Antonio Moreno Verdejo

Institución: Universidad de Granada, Granada, España

Correo: e.hbolanos@go.ugr.es, amverdejo@ugr.es

**Palabras claves:** Tareas, patrones, primaria, libros de texto.

**Resumen:**

El trabajo de investigación se plantea como objetivo describir las tareas de patrones presentes en los libros de texto de cuarto y sexto grado en el contexto costarricense mediante el análisis didáctico, para el presente trabajo solo se considera el análisis de instrucción.

Este es un estudio cualitativo de carácter descriptivo. Se trabaja utilizando un instrumento llamado ficha de la tarea que se elabora a partir de tres indicadores del análisis de instrucción. Para el análisis de datos se seleccionan 88 tareas de patrones. Las tareas responden a ejercicios o problemas, cuya complejidad en su mayoría son tareas de reproducción, se utilizan representaciones verbales, algunas pictóricas, entre otras. Evidenciando deficiencia de tareas desde el planteamiento de proyectos o investigaciones.

En la línea de investigación de pensamiento algebraico, existen varios trabajos realizados en los distintos niveles educativos, en el caso de primaria nos interesa resaltar la temática de patrones en relación con las tareas planteadas en los libros de texto de matemáticas.

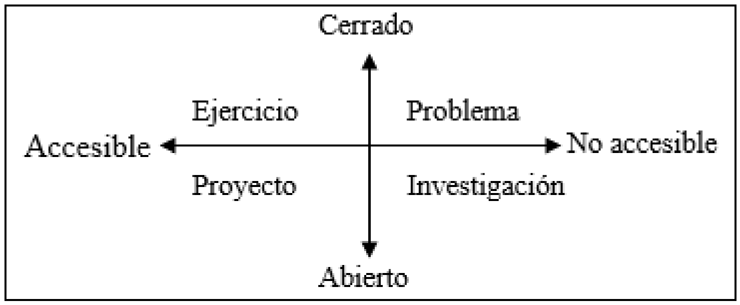
El análisis de las tareas presentes en los libros de texto se considera relevante, ya que este recurso es de uso frecuente de los docentes de primaria y en muchas ocasiones refleja lo que se transmite en el aula a los estudiantes, además es importante resaltar que en el año 2012 se incorpora en el currículo de primaria el tema de relaciones y álgebra (MEP, 2012).

Nuestro estudio se enfoca desde el análisis de instrucción de acuerdo con Rico et al., (2013) el docente selecciona o diseña la tarea que en la instrucción utiliza para el logro de las expectativas de aprendizaje planteadas. Se miran tres indicadores que nos permiten describir la tarea que se presenta en el libro de texto de primaria en el contexto costarricense.

Para conocer el tipo de tareas es de interés identificar según el grado de dificultad o de apertura; por ejemplo, si la tarea representa un ejercicio o una investigación que el alumno debe resolver. Para ello consideramos el aporte de Ramírez y Moreno (2016) que definen cuatro tipos de tarea, estos se clasifican tomando en cuenta dos criterios, el primero es si la tarea se considera fácil o difícil, es decir, si es accesible o no para el estudiante donde dependerá si en ella se reproduce procedimientos ya aprendidos para el estudiante o es necesario aplicar estrategias no conocidas previamente. El otro criterio es si en la tarea se expresa con claridad toda la información requerida para su solución o no, en cuyo caso se espera que el estudiante construya dicha información para lograr resolver la tarea, es decir, si la tarea es cerrada o abierta.

En la siguiente figura se tienen los cuatro casos de tareas según la dificultad y la apertura de los datos o información presente en el planteamiento de la tarea. Tenemos entonces ejercicio, problema, proyecto o investigación.

**Figura 1.** Tareas según el grado de dificultad o de apertura




Fuente: A partir de Ramírez y Moreno (2016).

Por otra parte, se hace alusión a los niveles de complejidad de las tareas en este caso según Ramírez y Moreno (2016) tenemos las tareas de reproducción, conexión y reflexión. A partir del trabajo de estos autores en la siguiente tabla se detalla lo que entenderemos por cada uno de ellos.

**Tabla 1.** Definición de los tres niveles de complejidad de las tareas matemáticas.

| Nivel | Descripción |
|---|---|
| Reproducción | Tareas relativamente familiares al estudiante que requieren la reproducción de conocimientos practicados. |
| Conexión | Tareas no rutinarias donde el estudiante requiere interpretación para establecer relaciones entre distintas representaciones o aspectos para resolver dicha tarea. |
| Reflexión | Tareas con un grado mayor de complejidad, requiere reflexión y competencias más complicadas, se trabaja con más elementos, se exige generalización y explicación o justificación de los resultados. |

Fuente: A partir de Ramírez y Moreno (2016).

Otro aspecto de interés para el análisis de instrucción es la complejidad según el formato de presentación utilizada para la formulación de la tarea, las representaciones que se utilizan en el planteamiento de una tarea como apoyo o representaciones que requieren ser decodificadas para extraer la información son importantes para el estudiante (Ramírez y Moreno, 2016). En las tareas podemos encontrar elementos pictóricos, representación tabular, numérica, verbal (por medio de palabras), simbólica (números, letras y símbolos de las operaciones aritméticas), gráfica (el plano cartesiano) o múltiple (Cañadas et al., 2016).

La presente investigación se enmarca en el paradigma cualitativo, el estudio será de naturaleza descriptiva lo que nos permitirá conocer el tipo de tarea presente en los libros de texto que utilizan los niños de primaria. Se selecciona como objeto de estudio aquellas tareas de patrones presentes en dos editoriales como lo son el Grupo Nación y la Editorial Santillana, las cuales son de frecuente uso por parte de los docentes de primaria.

Los resultados se obtienen al analizar 88 tareas de patrones presentes en los libros de texto. Nuestro primer indicador es con respecto al tipo de tarea según el grado de dificultad y apertura, en este caso se obtiene un porcentaje de 82.95% de las tareas que se consideran ejercicios, y un 17.05% de tareas que son problemas. Es importante resaltar que los libros de texto analizados no presentan tareas de proyectos o investigaciones que se puedan abordar el tema de patrones, es decir, no se evidencio tareas abiertas que permitan al estudiante construir su conocimiento para resolver una tarea.

Además, con respecto al segundo indicador de los niveles de complejidad se obtiene que las tareas analizadas en su mayoría son de reproducción con un 57.95%, de conexión un 26.14% y en una menor cantidad con 15.91% son tareas de reflexión. Se puede evidenciar que según aumenta el nivel de complejidad de las tareas disminuye la cantidad de tareas presente en los libros de texto. Sin embargo, consideramos importante abordar los tres tipos de tarea ya que favorecen distintas competencias matemáticas.

Con respecto al último indicador las representaciones utilizadas en la formulación de la tarea se obtienen que las tareas verbales se presentan en un 50%, seguido de tareas con carácter pictórico con un 20.45%. Por otro lado, las tareas numéricas también se evidencian en un 20.45%, las tareas simbólicas con un 4.55% y finalmente, las tareas múltiples en un 4.55%, estas últimas dos solo se presentaron en el nivel de sexto grado. Es importante aclarar que las tareas de representación múltiple responden a tareas con representación tabular y simbólica, es decir, está presente un criterio o expresión algebraica, pero también se representa por medio de una tabla donde se podría visualizar las variables dependientes e independientes.

Estos resultados forman parte de un trabajo más amplio, sin embargo, este avance de investigación arroja resultados interesantes que el docente de primaria puede considerar para la selección de tareas y escogencia del libro de texto. El docente debe tener criterios desde el análisis didáctico para la toma de decisiones en cuanto a la selección de este tipo de recurso.

## Referencias bibliográficas

Cañadas, M. C., Gómez, P., y Pinzón, A. (2016). *Apuntes sobre análisis de contenido.* Módulo 2 de MAD 5. Documento no publicado. http://funes.uniandes.edu.co/8529/

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programa de estudios. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada.* Matemáticas. Costa Rica. http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf

Ramírez, R. y Moreno, A. (2016). Complejidad y estructura de las tareas escolares. En: Rico, L.; Moreno, A. (coords.). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundarias.* Madrid: Pirámide. p. 201-214.

Rico, L., Lupiáñez, J. L., y Molina, M. (Eds.). (2013). Análisis didáctico en educación matemática. Comares.

# Talleres

# UNA BREVE INTRODUCCIÓN A SCILAB

Autor: César Frederick Ruiz Chávez.

Institución: Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León.

Correo: cesar.chavez@ct.unanleon.edu.ni

## Objetivo del taller

El objetivo a lograr es que las personas participantes puedan utilizar el software SCILAB para resolver los diferentes tipos de polinomios, vectores y matrices, así como dibujar graficas en dos y tres dimensiones.

## Temas a desarrollar

- Tipos básicos de variables
- Polinomios, Vectores y Matrices
- Graficas en dos y tres dimensiones

## Metodología a seguir

Las personas participantes deben tener una computadora que tengan internet para poder descargar e instalar el programa SCILAB.

# ELABORACIÓN DE MATERIALES CON RECURSOS DIGITALES EN APOYO AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Autor: Román Serrano Clemente

Institución: Bachillerato General Oficial Cadete Juan Escutia, SEP

Correo: clemente1008@gmail.com

Palabras Clave: Competencia digital, recursos multimedia, matemáticas lúdicas, matemáticas dinámicas

**Resumen:**

Los sistemas educativos, en las condiciones actuales en donde se converge el aprendizaje a distancia, presencial y autónomo, tienen más que nunca la necesidad de apoyarse en medios tecnológicos y contribuir en la mejora del proceso educativo, por tanto, los materiales y actividades creados a partir de recursos multimedia lo apoyan y facilitan. Su incorporación en el aprendizaje de las Matemáticas resulta de gran apoyo, ya que se favorece la construcción de ambientes de aprendizaje más interesantes, dinámicos, activos y creativos. Existen diversos recursos y plataformas para ese fin, que no solo posibilitan la implementación de materiales en línea sino también imprimibles para ser trabajados en el aula, por tanto, se pretende que los docentes creen sus materiales (prosumidores), desarrollando con ello su creatividad, sus habilidades, capacidades y competencias tecnológicas.

La inclusión de actividades multimedia en el proceso de aprendizaje no es una práctica nueva, sin embargo, dadas las condiciones actuales y los cambios vertiginosos en los modelos de enseñanza (línea, distancia, mixta o híbrida), han hecho que su incorporación en las clases cotidianas haya crecido exponencialmente. El estudiante aprende de diversas maneras y es por ello, que se les debe ofrecer distintas opciones de aprendizaje, recursos y herramientas que apoyen a su aprendizaje individual y que combinen éste con un aprendizaje en grupo, de esa manera, se les permitirá experimentar, discutir, construir, compartir, controlar y apropiarse de su proceso de aprendizaje. Un recurso educativo multimedia es un material compuesto por medios digitales producidos con el de fin de facilitar el desarrollo de las actividades de aprendizaje y tienen como función, según García (2008), informar sobre un tema, ayudar en la adquisición de un conocimiento, reforzar un aprendizaje, remediar una situación desfavorable, favorecer el desarrollo de una determinada competencia y evaluar conocimientos. Del mismo modo, Marqués (1996) indica “que los materiales multimedia deben tener cinco características esenciales: deben tener una finalidad didáctica, utilizar un ordenador, ser interactivos, individualizar el trabajo y ser fáciles de usar” (p. 120).

En Matemáticas, existe el falso mito que el docente solo puede apoyarse de los recursos tradicionales como plumón y pizarrón o a veces elaborar presentaciones e impartir las clases a través de un proyector o en su caso, grabar algún tutorial y compartirlo. Sin embargo, existe un gran número de recursos tecnológicos que pueden apoyar a la elaboración de materiales multimedia que pueden hacer más atractivos la adquisición de conceptos, la práctica de ejercicios, la colaboración en la construcción de temas, etc., convirtiendo al docente, como lo menciona González (2013), en prosumidor (p.89). Es importante que cada recurso o material que se construya tome en cuenta las necesidades, interés y recursos de los estudiantes, además, de que en su construcción debe estar inmersa la creatividad del docente y hacerlos más interesantes y atractivos para los alumnos, por ello, es necesario ofertar una capacitación formal a los profesores para su manejo eficiente y que a su vez desarrollen habilidades y competencias digitales para convertirse en prosumidores de actividades, tal como lo menciona Sarmiento (2007).

El presente taller está orientado a conocer y usar algunas herramientas digitales, y qué, aunque son generales, se pueden emplear para facilitar, fortalecer y hacer más dinámica, didáctica y lúdica la clase de Matemáticas, favoreciendo con ello, la construcción de mejores ambientes de aprendizaje. Se pretende que, como parte de los resultados de las sesiones, los participantes construyan algunos materiales para que puedan usarlos en sus clases actuales ya sea en la modalidad a distancia (línea), presencial y lo más importante, que beneficien el trabajo autónomo.Las herramientas digitales serán de software libre, entre las que destacan, Mobbyt, GoConqr, Jigsaw, WordArt, WordWall, Wheel of names y Spreaker studio.

Se espera que el participante tenga un desarrollo pleno generando ambientes de confianza y desarrollo de habilidades básicas digitales lo que dará como resultado la construcción y elaboración actividades rápidas y de uso a corto plazo como son: **ruletas de nombres y preguntas** (figura 1), que sirven para dar apertura a un conocimiento matemático nuevo, repasar algún tema visto o dar un cierre o retroalimentación de la clase; **imágenes interactivas**, que pueden mostrar relaciones entre el concepto y una parte de la imagen de tal manera que al relacionar ambas, la adquisición del concepto sea más amigable; **rompecabezas** (figura 2), cuyo objetivo es que al armarlo, el estudiante vaya dando cuenta del concepto que se pretende que aprendan; **nubes de palabras**, que servirán para realizar lluvias de ideas o retroalimentación de algún tema matemático identificando palabras clave; **fichas interactivas de conceptos** (figura 3), que funcionan muy bien en forma de cuestionarios, relación de fórmulas matemáticas o símbolos con su significado o uso; **mapas conceptuales y mentales interactivos**, que hacen que el estudiante de manera visual pueda reiterar lo aprendido a partir de la manipulación de elementos emergentes y la relación entre lo simbólico y conceptual sea más evidente; **videojuegos básicos** (figura 4), que siempre resultan ser atractivos para los estudiantes harán que al mismo tiempo que realiza ejercicios, aprende un concepto nuevo, etc., desarrolla destrezas, motivación y habilidades digitales. Todas los recursos y actividades descritas son adaptables cumpliendo otro de los resultados que se pretenden alcanzar que es, el que los participantes puedan incorporarlas de manera efectiva en su planeación, secuencia, guía didáctica o plan de clase, ya que se pueden usar en cualquier momento del desarrollo de ésta.

Materiales multimedia

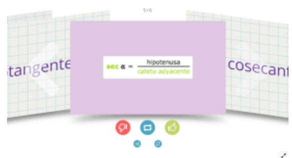
**Figura 1.** Ruleta de nombres y preguntas

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 2**. Rompecabezas

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 3.** Fichas interactivas



Fuente: Elaboración propia

**Figura 4.** Videojuego básico


Fuente: Elaboración propia

Estas creaciones serán el resultado de su participación durante el taller y con ellas se sentarán las bases para profundizar, interactuar y construir otros materiales de utilidad en su práctica cotidiana de clase, a mediano y largo plazo que requieran el desarrollo de competencias digitales más específicas y que puedan adaptarlas a su contexto de trabajo. Para la elaboración de materiales se propone la estrategia de trabajo cooperativo, en donde el ponente orientará y acompañará en el paso a paso la elaboración de los materiales, teniendo la ventaja que, al ser herramientas de uso sencillo y materiales de creación inmediata, se pueden retroalimentar y con ello mejorar las producciones hechas durante las sesiones, por tanto se requiere de un aula con acceso a internet y computadoras  o en caso dado, un lugar con acceso internet ya que los docentes participantes deben llevar su computadora personal. Los materiales creados se pondrán en práctica en las clases cotidianas de los docentes ya que se apoyan en los principios de las estrategias de aprendizaje basada en juegos y trabajo colaborativo, ya sea presencial o a distancia. Del mismo modo, forman puntos clave de las Metodologías de Flipped classroom, gamificación, Microlearning y M - learning, las cuales aportan a la contextualización del conocimiento. Este taller no tiene restricción a algún nivel educativo, ya que pueden construirse materiales para estudiantes de cualquier edad, género y contenido matemático.

**Referencias Bibliográficas.**

García, M., González, G., García, A. (2008). Modalidad de curso semipresencial. Aplicación en la asignatura Procesos tecnológicos. *Ingeniería Mecánica*, *11*(3). 47 – 52. https://www.redalyc.org/pdf/2251/225115162007.pdf

González G. Karolina, Rincón C. Diego A. (2013). El docente-prosumidor y el uso crítico de la web 2.0 en la educación superior. *Sophia*, *9*, 86 – 101. https://www.redalyc.org/pdf/4137/413740750006.pdf

Sarmiento, M. (2007). La enseñanza de las matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente. Universitat Rovira i Virgili. https://www.tdx.cat/handle/10803/8927#page=1

**DIVIDIR SEGMENTOS, CONTAR CONEJOS Y HACER ESPIRALES: FIBONACCI Y GEOGEBRA**

Autor: Dr. Marcos Campos Nava.

Institución: Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Correo: mcampos@uaeh.edu.mx

**Tema a desarrollar y objetivos a lograr:**

El tema que se aborda para este taller es la sucesión de Fibonacci, principalmente desde un enfoque geométrico, por medio de construcciones elaboradas en GeoGebra. Partiendo desde la propuesta de Euclides de dividir un segmento en extrema y media razón, pasando por los números construibles con regla y compás que permitan construir segmentos que midan $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

También se propondrá la construcción de un espiral logarítmico por medio de cuadrados y rectángulos áureos, así como otras construcciones geométricas relacionadas con el número $\varphi$.

El objetivo que persigue este taller es proporcionar a los asistentes ideas para elaborar actividades en el aula, enfocadas principalmente en aspectos geométricos, relacionados a la sucesión de Fibonacci, por medio del uso de herramientas digitales, particularmente un software de geometría dinámica.

**Metodología a seguir en el taller:**

Como ya se ha indicado, por motivos de situación geográfica, este taller se propone en modalidad virtual. La metodología que se propone es que, para interactuar en forma síncrona, los participantes se conecten por medio de alguna plataforma de videollamada con el instructor, la plataforma puede ser la que el comité organizador disponga. Una parte de las sesiones será expositiva, el instructor compartiendo pantalla, irá explicando aspectos relativos al tópico del taller, posteriormente propondrá ejercicios que los asistentes deberán realizar. Los ejercicios y algunas explicaciones deberán ser acompañadas de construcciones elaboradas en GeoGebra, por lo que se solicita que los asistentes, además de tener a su disposición un equipo de cómputo con internet estable, con micrófono y cámara de video funcionales, además tengan de preferencia instalado en sus equipos el Software de licencia libre GeoGebra, disponible ya sea para usar en línea o para descargar e instalar en:

https://www.geogebra.org/?lang=es

# GRAFICACIÓN EN LATEX PARA PRECÁLCULO Y GEOMETRÍA EUCLÍDEA

Autor: Lcdo. Kenner Ordóñez Lacayo.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: kenner.ordonez@ucr.ac.cr

## Tema

En este taller se desarrollarán elementos necesarios para realizar figuras geométricas y gráficas, de dos dimensiones, directamente en el sistema de software LaTeX (The LaTeX Project, 2022).

## Objetivo general

Facilitar a las personas participantes las nociones básicas de graficación con el sistema de software LaTeX, para que obtengan figuras, de dos dimensiones, con resolución adecuada al uso en materiales de cursos, presentaciones, carteles, entre otros.

## Objetivos específicos

1. Brindar herramientas generales para el uso del sistema de software LaTeX, como lo son la modificación del formato del documento y su tamaño y tipo de fuente.
2. Aplicar macros de LaTeX para el trazo de secuencias de figuras geométricas, textos y colores.
3. Aplicar macros de LaTeX para que las figuras resultantes tengan características obtenidas aleatoriamente.
4. Aplicar conjuntos de macros de LaTeX para plotear ejemplos de gráficas de funciones reales de variable real.
5. Aplicar conjuntos de macros de LaTeX que permiten obtener figuras geométricas euclídeas.

## Metodología

Para un mejor provecho del taller se requiere que cada participante cuente con una computadora que tenga preinstalado LaTeX y con conexión a internet para la actualización de paquetes. De ser posible, que la organización facilite un laboratorio con estas características.

Se recomienda que se utilice MikTeX (Schenk, 2022) combinado con TeXstudio, actualizados.

Inicialmente se procederá a verificar que tanto las personas participantes como las computadoras cumplan con los requisitos.

Una vez verificado los requisitos se procederá a realizar una breve introducción del sistema de software LaTeX de forma magistral.

Se continúa presentando las características de macros que permitan resolver situaciones-problemas que les serán planteadas a las personas participantes y que están relacionadas con las temáticas del taller.

Se asignan un tiempo para que cada persona participante realice las asignaciones, en tanto se atienden las consultas que se presentan.

Se presentan algunos de los resultados obtenidos por algunos examinados.

Se promueve el diálogo entre las personas participantes para realizar figuras que los participantes creen que podrían utilizar en los materiales de sus cursos o proyectos.

## Referencias

Schenk, C. (11 de noviembre de 2022). *Welcome to the MiKTeX project page!* MiKTeX. Welcome. https://miktex.org/

The LaTeX Project. (11 de noviembre de 2022). *LaTeX – A document preparation system*. Home. https://www.latex-project.org/

Van der Zander, B.; Sundermeyer, J.; Braun, d. y Hoffmann, T. (11 de noviembre de 2022). *Welcome to TeXstudio*. Home. https://texstudio.org/

# GRAFICACIÓN DE FUNCIONES PARA POTENCIAR EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Autores: Elisa Martínez Azoños; Gerardo Salgado Beltrán.

Institución: Universidad Autónoma de Guerrero.

Correo: 14505497@uagro.mx, 14251@uagro.mx

## Presentación:

En este taller virtual, dirigido a docentes y estudiantes de 11 y 12avo grado, se presentará una alternativa de enseñanza de la graficación de funciones polinomiales y racionales factorizables en los Reales, asumiendo como elementos referenciales las raíces de un polinomio y su multiplicidad, favoreciendo la evolución del pensamiento matemático avanzado. El desarrollo de actividades será dividido en tres momentos que consisten en la presentación de los conceptos a utilizar, explicación e implementación del método de graficación por medio de actividades que el participante deberá desarrollar, por tanto, se recomienda tener a la mano los siguientes materiales: hojas cuadriculadas, regla o escuadra, lápiz y colores.

## Introducción

La graficación de funciones es un tema obligatorio para los estudiantes, desde la Educación Básica Secundaria hasta la Educación Superior, por tanto, se espera que en condiciones escolares los estudiantes desarrollen las habilidades para graficar e interpretar adecuadamente una función. Sin embargo, algunos trabajos han documentado que lo anterior no sucede en poblaciones significativas de estudiantes (Dolores y Salgado, 2009) debido al uso estrategias pedagógicas inadecuadas (Matteucci y Barros, 2013). Por todo esto, este taller se plantea como objetivo presentar una alternativa de enseñanza de la graficación de funciones polinomiales y racionales factorizables en los Reales.

## Desarrollo

En un primer momento, se discutirá la naturaleza de las raíces de un polinomio, así como su multiplicidad, y cómo estos elementos son fundamentales para conocer los intervalos por donde se bosqueja una función polinomial factorizable. En un segundo momento, se implementará el método de graficación basada en las raíces de una función, aplicada a las funciones polinomiales y racionales que consiste primero en hallar las raíces que indican los cortes con el eje x; luego por medio de la multiplicidad de las raíces se indica el comportamiento de la gráfica; con lo anterior, se separan los intervalos entre las raíces para hallar el signo; se ubica la información anterior en el plano cartesiano y, por último, se bosqueja la función. Finalmente, en el tercer momento, se implementará el método explicado anteriormente para ser aplicado a las funciones polinomiales y racionales que se propondrán a los asistentes.

## Conclusión

La graficación de funciones basada en el estudio de las raíces y su multiplicidad es una propuesta novedosa en el terreno de la didáctica de la graficación, a través de esta se busca propiciar el desarrollo del pensamiento matemático avanzado, ya que el individuo que logra interiorizar y generar las habilidades para llevarla a cabo, es capaz visualizar una gráfica antes de construirla a través de los semiplanos por donde se bosqueja y del comportamiento de la misma en torno a sus raíces, estos elementos dan la pauta para llevar a otro nivel la construcción de gráficas en el plano (Dolores y Salgado, 2009; Salgado, 2007). Por tanto, se considera que esta propuesta será de gran utilidad para que profesores del preuniversitario la implementen con sus estudiantes y también será una herramienta para que el estudiante desarrolle un pensamiento variacional en torno a la graficación, lo cual es fundamental para el estudio del cálculo diferencial (Cantoral y Montiel, 2001).

## Referencias bibliográficas


Antero, G. (2011). Una propuesta didáctica para la graficación de funciones lineales y cuadráticas en el nivel medio superior. (Tesis de licenciatura no publicada). Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo de los Bravo, Guerrero, México.

Cantoral, R. (1993). Hacia una didáctica del cálculo basada en la cognición. Publicaciones centroamericanas, 7, 391-410.

Cantoral Uriza, R., & Montiel Espinoza, G. (2001). Funciones: visualización y pensamiento matemático.

Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas, concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 7(3), 195-218.

Dolores, C. (2007). Uso de las gráficas y sus repercusiones en el aprendizaje de la matemática. Comité Latinoamericano de Investigación en Matemática Educativa, 479-484.

Dolores, C., & Salgado, G. (Diciembre de 2009). Elementos para la graficación covariacional. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 72, 63-74. http://www.sinewton.org/numeros

Duval, R. (s.f.). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle, Cali.

Flores, C. D., Pech, E. R. C., Interián, C. A. C., & Solache, C. G. P. (2009). De las descripciones verbales a las representaciones gráficas. El caso de la rapidez de la variación en la enseñanza de la matemática. UNIÓN-REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 5(18).

Matteucci, A., & Barros, V. M. (2013). Diseño de una metodología para la graficación de funciones racionales a través de talleres. (Tesis de Maestría). Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador.

Segovia, A. (1999). Factores que facilitan el aprendizaje de la graficación de funciones algebraicas. (Tesis de Maestría). Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Chihuahua, Chihuahua, México.

Trujillo, M. S., Rosales, R. I., & Ulloa, J. T. (2 de Junio de 2020). Análisis de funciones polinomiales con la utilización de la calculadora científica. MICA, 3(5), 55-66.

## APLICACIÓN DEL MODELO ARGUMENTATIVO DE TOULMIN EN LAS TAREAS DE MATEMÁTICAS

Autora: Norma Miller, Ph. D.

Institución: Universidad Tecnológica de Panamá, Centro Regional de Chiriquí.

Correo: norma.miller@utp.ac.pa

**Objetivo general:** Aplicar el Modelo Argumentativo de Toulmin (MAT) en la resolución de tareas matemáticas, como valor agregado del ejercicio pedagógico.

**Objetivos específicos:**

a. Conocer los elementos que componen del Modelo Argumentativo de Toulmin (MAT)

b. Analizar la estructura de textos argumentativos aplicando el MAT

c. Aplicar el MAT para analizar la estructura de argumentos matemáticos

d. Aplicar el MAT para construir argumentos matemáticos

**Metodología a seguir en el taller**

Al inicio del taller se pedirá a los participantes resolver algunos problemas matemáticos sencillos. Seguidamente se introducirán y explicarán los elementos del Modelo Argumentativo de Toulmin (MAT). Se procederá a explorar cómo se articulan dichos elementos en un texto argumentativo a través del análisis de ejemplos ilustrativos y una práctica. Posteriormente se ilustrará la aplicación del MAT al análisis de argumentos matemáticos breves y sencillos, pensados para un público diverso, y se realizará una práctica de construcción de argumentos matemáticos, identificando los elementos del MAT. Luego se pedirá a los participantes resolver los mismos problemas realizados en la primera jornada del taller, esta vez incorporando el MAT en su argumentación. Para cerrar el taller se realizará una puesta en común entre los participantes sobre el valor agregado del aplicar el MAT en las tareas de matemáticas.

# LABORATORIO DE CUENTOS PARA PROMOVER EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN NIÑOS DE PREESCOLAR.

Autores: Magdalena Rivera Abrajan; Carlos Reséndiz Rodríguez*.

Institución: Universidad Autónoma de Guerrero; Instituto de Educación Básica del Estado de Morelos*.

Correo: mrivera@uagro.mx, resendizrcarlos@gmail.com

Palabras Clave: Laboratorio de Cuentos, Pensamiento Matemático, Educación Preescolar, Desarrollo del Lenguaje.

**Resumen:**

Diseñar estrategias de aprendizaje con una buena dosis de experimentación e imaginación en las prácticas educativas con niños y niñas en edad preescolar, es la concepción que subyace bajo la idea de crear, adaptar y utilizar cuentos infantiles para el aprendizaje de las matemáticas. En este taller se pretende reflexionar, con profesores de preescolar y primeros años de primaria, sobre la experiencia de escribir un cuento corto y, usarlo como estrategia didáctica para desarrollar el lenguaje, el pensamiento geométrico y las habilidades socioemocionales en niños. El sustento teórico se basa en un enfoque constructivista, las ideas de Vigostky sobre pensamiento y lenguaje en el niño, así como una metodología cualitativa.

## DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN NIÑOS EN EDAD PREESCOLAR A TRAVÉS DEL CUENTO

El cuento es un espacio narrativo flexible, aprehensible para el autor y para sus lectores, en nociones de autores escapa a la jaula de las teorías, de los críticos y de los propósitos o consignas cualesquiera que sean estas, es un modo de narrativa libre.

La didáctica es un elemento importantísimo en los procesos de enseñanza aprendizaje (Casasola, 2020), brinda recursos y materiales, y elementos para su diseño o adaptación. El cuento infantil es un elemento poco explorado como estrategia didáctica para promover el desarrollo de conocimientos y habilidades en niños y jóvenes (Jiménez y Gordo, 2014, Sandoval, 2005, p.2, Vygotski, 2003). El juego de fantasía es un elemento central en el desarrollo de los niños de los jóvenes, según Elkonin (1977; citado en: Bodrova y Leong, 2003, p.164) aprenden a usar símbolos de dos formas, la primera, usando objetos con una función simbólica y la segunda, al actuar una representación simbólica de relaciones entre sus modelos a seguir.

Desde esta perspectiva, el uso de cuento es una estrategia de aprendizaje lúdica, por lo que atrae la atención de cualquier persona, sin duda, requiere ser un buen cuento y contarlo es clave para integrar emoción (Cuevas y de Ibarrola, 2013) y cognición mediante el uso del habla, la manipulación de objetos, la actuación de relaciones entre modelos propuestos o adoptados y la fantasía y, lo más importante, le sitúa gradualmente en su ambiente cercano tal y como le es posible conocerlo (Jiménez y Gordo, 2014).

A través de los cuentos infantiles el profesor puede crear un contexto dentro del cual al niño le sea posible desarrollar habilidades visuales y adquirir un vocabulario "matemático" que le ayude a describir objetos cotidianos lo que a su vez le puede facilitar la comprensión matemática de número y de figuras matemáticas.

Argumentamos que la importancia del cuento como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas como disciplina escolar (materia o asignatura) se sustenta en el cruce de la capacidad del desarrollo de la oralidad, de nociones como los colores, el conteo y las figuras geométricas en el niño en edad preescolar y de los dos primeros años de educación primaria, así como en la integración de la emoción y la cognición (Jiménez Y Gordo, 2014; García, Garrido Y Marcos, 2020), sin omitir el desarrollo de la expresión oral, la imaginación y el pensamiento.

La edad preescolar para Vygotsky es más que un concepto cronológico. Al igual que otras edades (por ejemplo, infancia y edad temprana), se define en términos de los cambios sistémicos que tienen lugar en la estructura de los procesos mentales del niño y en términos de sus principales logros de desarrollo (o "neoformaciones" si se traducen literalmente) que emergen como resultado del crecimiento de un niño en una "situación social de desarrollo" única (Vygotsky, 1984; citado en: Bodrova y Leong, 2003, p. 157). En el contexto mexicano, la Ley General de Educación establece a la educación preescolar como parte de la educación básica obligatoria para niños de entre 3 y 6 años de edad y de entre 6 y 7 años para los dos primeros grados de educación primaria. (DOF, 2019).

El taller se manejará como un laboratorio de cuentos, este es un espacio que posibilita la creación de cuentos con propósitos lúdico y didáctico, la propuesta es de carácter constructivista, desde la tradición histórico-cultural de Vygotski y los Post-Vygotskianos Alexei Leont'ev y Daniel Elkonin, quienes profundizaron en el desarrollo de sus ideas (Bodrova y Leong, 2003, pp.164-165).

El propósito de taller es promover la reflexión de los docentes sobre el cuento, sus elementos y llevarlos a crear un cuento corto con una intención didáctica, sin dejar de lado el contexto, lo cotidiano del niño o del joven o de ambos si se lo permiten. La temática está definida, contenidos matemáticos de las, asignaturas o materias correspondientes, así como, las cuestiones a considerar durante su instrumentación, el vehículo es una historia en un tiempo y un espacio, con personajes, dilemas y el desenlace. Un espacio adicional es la narración, incluso como propuesta de acumulación, donde los espectadores tengan la posibilidad de continuar la historia.

**Método**

El taller se trabajará en dos sesiones, en la primera, se analizarán aspectos teóricos básicos del cuento infantil como estrategia didáctica, algunos aspectos de la relación del pensamiento y lenguaje en los estudiantes (Vigostky, 1962; 2003).

Se analizarán cuentos en su estructura narrativa, así como, desde su función didáctica. Se abrirá un espacio de discusión, intercambio de experiencias y recursos que los asistentes, organizados por equipos, se llevarán ideas y materiales (una nota periodística, una anécdota, un dilema o problema por resolver o una idea personal) para crear un bosquejo de cuento que tienda a usarse como recurso didáctico en una estrategia de aprendizaje.

En la segunda sesión, se llevará a cabo el laboratorio de cuentos, donde los diferentes equipos presentarán su propuesta narrativa y mostrarán su enfoque didáctico. Cerraremos el taller con un intercambio de experiencias y sugerencias en un ambiente sociocontructivista.

**Referencias bibliográficas**

Bodrova, E y Leong, D. (2003). Aprendizaje y desarrollo de niños en edad preescolar desde la perspectiva vygotskiana. En *Vygotsky's Educational Theory in Cultural Context* Cambridge University Press 2003, 154-174)

CASASOLA RIVERA, Wilmer. El papel de la didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje universitarios. Comunicación [online]. 2020, vol.29, n.1 [cited 2022-11-15], pp.38-51. Available from: <http://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1659-38202020000100038&lng=en&nrm=iso>. ISSN 1659-3820. http://dx.doi.org/10.18845/rc.v29i1-2020.5258.

Cuevas, J. Y de Ibarrola, M. (2013). Vidas cruzadas. Los estudiantes que trabajan: un análisis de sus aprendizajes. Revista de la educación superior, 42(165), 124-148.

DOF (30 de septiembre, 2019) Decreto por el que se expide la ley general de educación. *Diario Oficial de la federación*. Recuperado de: https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5573858&fecha=30/09/2019

García, D., Garrido, R. Y Marcos, M.A. (2020). El uso de los cuentos y la creatividad para la formación del futuro profesorado de infantil en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 23(1), 161- 174.

Jiménez, M. Y Gordo, A. (2014). El cuento infantil: facilitador de pensamiento desde una experiencia pedagógica. *Praxis y Saberes; Revista de invesgación y pedagogía.* 5 (10). 151-170.

Sandoval, C. (2005). El cuento infantil: Una experiencia de lenguaje integral. *Revista electrónica de la red de investigación educativa*. V(1 y 2).

Vigotsky, L. S. (1962). *Trourg and Language*, MIT press, cambridge, Mass. (trad. Cast.: Pensamiento y lenguaje, La Pléyade, 1977, Buenos Aires.

Vigotsky, L. S. (2003). *La imaginación y el arte en la infancia* (Vol. 87). Ediciones Akal.

# TALLER DE RAZONAMIENTO FUNCIONAL EN EL ANÁLISIS MATEMÁTICO

Autores: Angie Vega Vega; Jazmín Segura Pereira; Kenneth Esquivel Murillo.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: angie.vegavega@ucr.ac.cr, jazmin.segurapereira@ucr.ac.cr, kenneth.esquivelmurillo@ucr.ac.cr

## 1. Tema a desarrollar

El taller se enmarca en el tópico de enseñanza de la matemática y prácticas educativas. Corresponde a una propuesta de formación profesional que pretende tratar el tema de razonamiento funcional en el análisis matemático, el cual es trascendental en los niveles educativos de secundaria y universidad. Ahora bien, como parte del taller, se utilizan diferentes referencias bibliográficas con las cuales se busca proporcionar definiciones de algunos conceptos centrales. En particular, se coloca una definición de razonamiento funcional (Blanton *et al*., 2011), una estrategia para favorecer este razonamiento en el estudiantado (Smith, 2008), una definición de análisis matemático escolar (Cantoral *et al*., 2005), algunos procesos involucrados en este (Tall, 2004) y, finalmente, niveles de comprensión de los conceptos matemáticos desde una perspectiva de las funciones (Tall, 2004). La presencia de estos elementos teóricos busca fundamentar las actividades del taller.

## 2. Objetivos

### 2.1 Objetivo general

Examinar aspectos relacionados con el razonamiento funcional (análisis) a partir de referencias teóricas y por medio de actividades didácticas.

### 2.2 Objetivos específicos:

a. Describir aspectos teóricos asociados con el razonamiento funcional y el análisis matemático.

b. Poner en práctica una estrategia para promover el desarrollo del razonamiento funcional en el estudiantado.

c. Analizar tareas matemáticas desde el punto de vista del razonamiento funcional y el análisis matemático.

## 3. Población meta

El taller se encuentra dirigido a personas estudiantes de carreras de docencia de la matemática, así como profesorado de secundaria y universidad, debido a que la temática que se desarrolla puede ser de utilidad para esta población, pues el tema de funciones es central en estos niveles educativos.

## 4. Metodología

Se proponen dinámicas y secciones teóricas, por medio de las cuales se espera el surgimiento y discusión de conocimientos asociados con el razonamiento funcional y el análisis, para que, posteriormente, estos puedan ser puestos en práctica por las personas participantes del taller. Por ejemplo, para la creación de tareas matemáticas, el análisis de resoluciones por parte del estudiantado o el planeamiento de sus lecciones.

En relación con los materiales necesarios para participar en el taller corresponden a:

- Lápiz o lapicero
- Cuaderno
- Dispositivo con internet

Por otra parte, a continuación, se presenta una tabla con el planteamiento metodológico y las diferentes actividades que componen el taller:

**Tabla 1.** Descripción de las actividades a desarrollar en el taller.

| **Sesión 1 (90 minutos)** | |
|---|---|
| **Nombre de la actividad** | **Breve descripción** |
| *Actividad 1: Introducción del taller* *(10 minutos)* | Se da la bienvenida al taller y se presentan las personas implementadoras y participantes. Además, se comparte la agenda y objetivos del taller. |
| *Actividad 2: Pensamiento veloz* *(15 minutos)* | Se propone una actividad basada en campos semánticos, en la cual las personas participantes deben pensar de manera rápida sobre palabras que estén incluidas dentro de cada uno. Lo anterior, enmarcado en la temática de razonamiento funcional en el análisis matemático. |
| *Actividad 3: Elementos teóricos - razonamiento funcional* *(15 minutos)* | Se presenta la definición de razonamiento funcional y una estrategia para promover su desarrollo en el estudiantado según Smith (2008). Para esto, se realizará una explicación magistral en la que se incluye a las personas participantes por medio de preguntas. Asimismo, es importante destacar que en este episodio se deben tomar apuntes. |
| *Actividad 4: ¡Busquemos relaciones funcionales!* *(45 minutos)* | Se divide el grupo en varias secciones (el número depende de la cantidad de personas participantes). A unas de estas se les asigna un rol de persona docente en el que deberán identificar una relación funcional en el entorno cercano y proponer un esbozo de tarea matemática acorde con los elementos teóricos de la sección anterior. Los restantes equipos del grupo asumen un rol de persona estudiante y resuelven una tarea matemática de |

| | |
|---|---|
| | exploración propuesta por los implementadores del taller. Finalmente, se realiza una discusión colectiva en torno a la experiencia, contrastando los puntos de vista, ventajas y desventajas de la estrategia propuesta por Smith (2008). |
| *Actividad 5: Cierre sesión 1*<br><br>*(5 minutos)* | Se agradece a las personas asistentes por la participación en las distintas actividades del taller y se les invita a la siguiente sesión. |
| **Sesión 2 (90 minutos)** | |
| **Nombre de la actividad** | **Breve descripción** |
| *Actividad 1: Bienvenida sesión 2*<br><br>*(5 minutos)* | Se da la bienvenida a la sesión y se presenta la agenda con las diversas actividades que se llevarán a cabo. |
| *Actividad 2: Repaso de lo estudiado en la sesión anterior*<br><br>*(10 minutos)* | Se propone un breve repaso de lo hecho en la sesión anterior. Para esto, se harán preguntas a las personas participantes con el objetivo de que sean ellas las que mencionan lo realizado. Luego, a modo de síntesis, se estructura lo dicho por el público. Finalmente, se pregunta si hay alguna duda o interrogante en relación con esto. |
| *Actividad 2: Elementos teóricos - análisis matemático*<br><br>*(25 minutos)* | Se presentan procesos asociados con el análisis matemático y los niveles de comprensión de conceptos matemáticos propuestos por Tall (2004). Para esto, se realizará una explicación magistral en la que se incluye a las personas participantes por medio de preguntas. Asimismo, es importante destacar que en este episodio se deben tomar apuntes. |
| *Actividad 3: Análisis de resoluciones*<br><br>*(40 minutos)* | Se divide al grupo en varios subgrupos (el número depende de la cantidad de personas participantes). A unos subgrupos se les comparte la resolución $r_1$ de una tarea matemática y a los restantes la resolución $r_2$, para las cuales se asume que dos personas estudiantes distintas son las autoras. Es importante destacar que la temática de la tarea corresponde a análisis matemático. Posteriormente, los subgrupos deben examinar la resolución e identificar los procesos y el nivel de comprensión evidenciado por la persona resolutora. Finalmente, se realiza una discusión colectiva sobre los elementos analizados por cada subgrupo y se comparten las distintas opiniones en relación con esto. |
| *Actividad 4: Cierre del taller* | Se hace una síntesis de las actividades desarrolladas a lo largo de las dos sesiones del taller, se les solicita retroalimentación sobre la implementación y se les agradece por la participación. |

| | |
|---|---|
| *(10 minutos)* | |

Fuente: Elaboración propia.

**4. Referencias**


Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in Grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís,J., Rodríguez, R. & Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático.* Editorial Trillas.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. Kaput, D. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Nueva York, NY: Routledge.

Tall, D. (2004). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.

## “ESTÁN ENTRE NOSOTROS” ESTUDIO DE LAS CÓNICAS MEDIANTE EL ENFOQUE CON RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Autor: Julio Santos Chávez.

Institución: MathEdu y Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Correo: blsantosch@gmail.com

### Tema a desarrollar

El estudio de las cónicas y los lugares geométricos se ha relegado exclusivamente al área de la geometría analítica; sin embargo, con el apoyo de tecnologías digitales (como un software de geometría analítica) se favorece el desarrollo de habilidades de razonamiento en alumnos y la búsqueda de sentido de estos temas. Por ejemplo, los lugares geométricos se llegan a emplear como heurísticas para la resolución de problemas de construcción; lo cual se aprovecha como oportunidades para el desarrollo de nuevos hábitos de razonamiento y la búsqueda de sentido de los lugares geométricos (incluso sin aplicar estrategias analíticas) en los estudiantes.

### Metodología

Se presentará una secuencia de problemas, los cuales serán resueltos dentro del horario del taller. Los participantes deberán tener GeoGebra Clásico 5 en sus equipos de cómputo o la app “Geometría” (aplicación de GeoGebra para el teléfono celular). Es importante que los asistentes participen con sus soluciones, comentarios y dudas para la mejora sustancial del trabajo. Los asistentes se les ofrecerá un pequeño manual con los problemas que se resolverán en el taller. Se recomienda que la transmisión sea a través de la plataforma de Zoom, para que los asistentes puedan escribir en la pantalla del presentador, y viceversa.

### Descripción del taller

Los problemas de geometría generalmente vienen acompañados de una figura o una descripción de ella. A partir de la figura se comienzan a realizar trazos auxiliares para hallar la incógnita del problema. ¿Pero hasta qué punto se debe confiar en la figura o en las condiciones del problema? ¿Será que las condiciones del problema serán correctas para la construcción de la figura del problema? Es decir, que los problemas geométricos invitan a generar nuevos problemas, al menos en principio es: ¿Cómo construyo la figura?

Es así, que al construir la figura de un problema de geometría permite generar nuevos tipos de problemas, e incluso permite hallar la solución del problema dado de una manera más sencilla. Al intentar construir la figura o esquema del problema, permite al resolutor del problema involucrar diferentes conceptos geométricos, al mismo tiempo que desarrolla nuevos hábitos de razonamiento y da sentido a los objetos matemáticos. Ahora bien, al construir las representaciones geométricas de un problema mediante un software de geometría dinámica, en lugar de regla y compas (al estilo de la Grecia clásica), es decir, al poder generar segmentos de longitud de un número real cualquiera, aumentan las posibilidades de visualización y construcción de los objetos geométricos. Es decir, ya no es impedimento el solo

Ahora bien, al construir las representaciones geométricas de un problema mediante un software de geometría dinámica, en lugar de regla y compas (al estilo de la Grecia clásica), es decir, al poder generar segmentos de longitud de un número real cualquiera, aumentan las posibilidades de visualización y construcción de los objetos geométricos. Es decir, ya no es impedimento el solo centrar las construcciones geométricas a números construibles. Es así, que problemas como la duplicación del cubo, la trisección del ángulo y la cuadratura del círculo ya se pueden resolver mediante operaciones con un conjunto de números más amplio, como es el de los números reales, y esto con el uso de un sistema de geometría dinámica.

Según la herramienta en disposición, se logrará realizar ciertas tareas, ya sea que brinde una ventaja o una desventaja con respecto de otra. Por ejemplo, en la época de la Grecia antigua se median los objetos mediante cuerdas con nudos; a partir de esta idea, los geómetras griegos pensaban en solo segmentos conmensurables, es decir, que se podrían representar como números racionales; por lo cual, hubo una gran crisis en la matemática, cuando Hipaso de Metaponto descubre el primer número irracional en una diagonal del pentágono: $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Es decir, que a través de las herramientas que se empleen para hacer matemáticas se obtendrán las bases para poder generar nuevas formas de ver o crear matemática. Ahora con el paso de los años, se tienen nuevas herramientas matemáticas como la lógica, para poder respaldar cierta conjetura y no ocurra lo mismo que con el número: $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Es por esto que, surge la pregunta ¿Qué nueva matemática se podrá generar con el ayuda de herramientas tales como tecnologías digitales, en particular con un software de geometría dinámica?

Por otro lado, Polya (1945) y Shoenfeld (1945) mencionan que para resolver problemas existen estrategias transferibles denominadas heurísticas; se dice que son transferibles, pues incluso aunque se trate de problemas de diferentes áreas de la matemática, se pueden emplear; por ejemplo: relajar las condiciones del problema; dividir el problema en problemas más sencillos; casos particulares; etc. Así, Polya (1945) describe un diccionario de heurísticas, por su parte Schoenfeld (1945) muestra ejemplos de cómo se emplean ciertas heurísticas. Es por ello, que este trabajo tiene por objetivo, sumar al trabajo de Polya y Schoenfeld al mostrar una nueva heurística: El Análisis de Lugares Geométricos.

La recta, la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola son lugares geométricos generalmente son estudiados desde la perspectiva de la geometría analítica. Sin embargo, en el caso de la parábola, la elipse y la hipérbola las podemos encontrar al resolver problemas de construcción desde una perspectiva de movimiento de las diferentes configuraciones geométricas posibles. Es decir, que las cónicas están "entre nosotros" y por muchos años solo se ha rezagado su enseñanza en el área de la geometría analítica. Parecieran temas complicados para los estudiantes, y no es un error pensar en ello, pues todo un arsenal de manipulaciones algebraicas opaca la riqueza de las cónicas como heurísticas para resolver problemas; y, no solo las cónicas, sino los lugares geométricos.

Sin más, a continuación, se muestra un ejemplo:

Sean dos semicircunferencias tan engentes entre sí, dentro de un triángulo equilátero:

***¿Cuánto mide el ángulo marcado?***

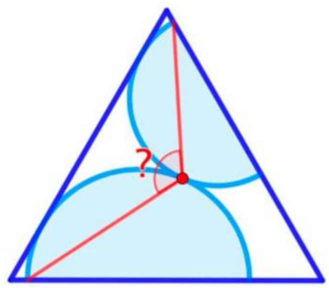



*Figura 1. ¿Cuánto mide el ángulo marcado?*

Resulta común comenzar a hacer trazos en la figura original, o crear un borrador de la figura en una hoja de papel; pero la pregunta es: ¿Cómo se puede estar seguro de que esta construcción es posible? ¿Cómo podemos construir la figura? Una estrategia para construir la figura es comenzar por girar la figura dada, y al analizar casos particulares definir una construcción solida de la construcción valida de la figura, basta analizar la siguiente figura. Para ver el proceso completo de resolución, por parte de César Pérez Carrizales y Julio Santos Chávez, se invita a revisar el siguiente video:

https://www.youtube.com/watch?v=AzUC5YKdC0k&t=5s

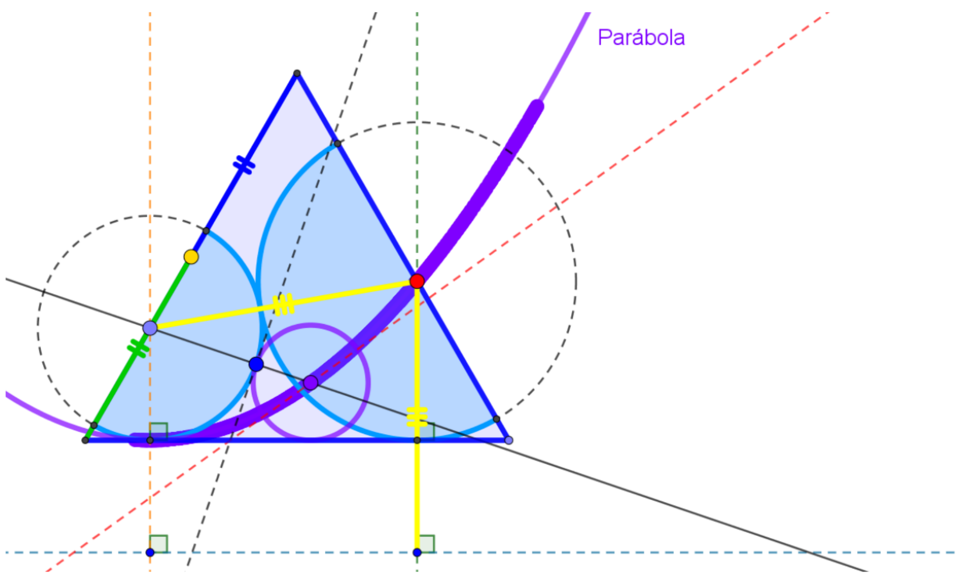



*Figura 2. Se define una circunferencia tangente (morada) a la semicircunferencia de la izquierda y a la base del triángulo; y el lugar geométrico de todos los centros posibles es una parábola. El centro de la semicircunferencia que soluciona el problema de construcción es la la intersección de la parábola con un lado del triángulo.*

## Conclusión y descripción del taller

Se pretende mostrar durante el taller una secuencia de problemas y estrategias para abordar en el aula el estudio de las cónicas desde un enfoque de la geometría sintética y el uso de un software de geometría dinámica; sin caer en el uso de ecuaciones, o métodos analíticos. Si bien hay problemas que se ven sencillos, pero que esconden el secreto de las cónicas. Las cónicas están entre nosotros y cobran relevancia para abordar conceptos como la mediatriz, la bisectriz, la potencia de un punto, y tangencias, que en cursos tradicionales son relegados a solo memorizar su definición en lugar de darles sentido mediante la resolución de problemas.

Incluso, durante el proceso problematización de un concepto, como la distancia de un punto a una recta, nos permite determinar una hipérbola; las cónicas están inmersas en problemas geométricos sencillos y de la comprensión de estudiantes de secundaria o incluso primaria. Por lo que el autor del taller pretende ofrecer una secuencia de problemas que marque el inicio de una mejora en el currículo de la enseñanza de la matemática.

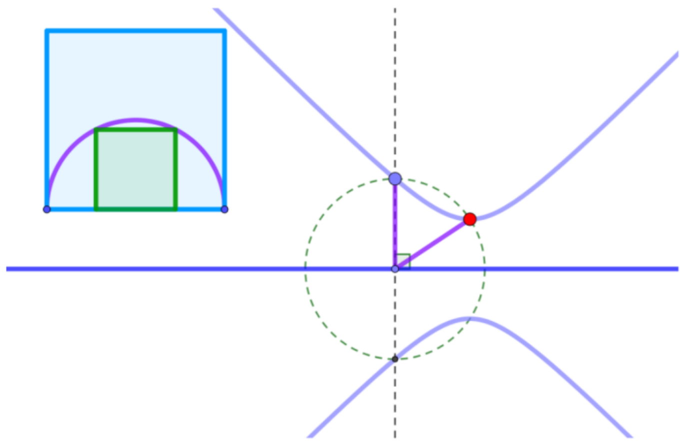


*Figura 3. Las cónicas "están entre nosotros".*

Como conclusión, un futuro de investigación es analizar cómo con estas herramientas los estudiantes pueden enfrentarse a problemas geométricos, y cómo cambiar el currículo de la matemática. Pues si bien, aprender matemáticas no es memorizar, sino razonar y dar sentido a los objetos matemáticos. Cabe mencionar que el autor, junto con César Pérez Carrizales continúan en la investigación y promoción de estas actividades con resolución de problemas; se invita al público en general a sumarse a esta labor educativa.

**Referencias**

Kilpatrick, J. (2016). Reformulating: Approaching Mathematical Problem Solving as Inquiry. En P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.), Posing and Solving Mathematical Problems. (pp. 69-82). Switzerland: Springer.

Ortega, I., & Ortega del Rincón, T. (2004). Los diez problemas de Apolonio. Suma.

Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton: Princeton University Press.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.

# LESSON STUDY: UMA CONSTRUÇÃO PRÁTICA DO PROFISSIONAL QUE ENSINA MATEMÁTICA

Autores: Regina da Silva Pina Neves Andreia Julio de Oliveira Rocha.

Instituição: Universidade de Brasilia.

Correspondência: stercas_10@yahoo.es, gabrielfranco374@gmail.com

Palavras-chave: Lesson Study, Professor, Planejamento, Cooperação

**Resumo:**

Essa oficina tem o objetivo: contribuir para o desenvolvimento do Profissional que Ensina Matemática (PEM) com uma prática reflexiva e colaborativa e ainda discutir as etapas necessárias de um ciclo de Lesson Study (LS) ou Estudos de aula. Os participantes terão a oportunidade de compreender as diferentes etapas do LS. Os diálogos ocorreram durante as etapas estabelecidas na oficina. desse modo os participantes poderão compreender os princípios fundamentais dessa metodologia com uma elaboração cooperativa de um planejamento de aula. A oficina visa construir com os participantes de forma cooperativa sugestões de encaminhamentos para o trabalho com a LS, com foco na formação profissional do professor de Matemática. que dizem respeito ao ambiente de sala de aula. Um ponto importante a destacar, quando se trabalhar com o LS, é a comunicação e a colaboração. Isso porque o trabalho colaborativo no LS, objetiva impactar positivamente o processo de ensino e aprendizagem do professor de Matemática e, consequentemente, de seus estudantes.

**Objetivo:** contribuir para o desenvolvimento do Profissional que Ensina Matemática (PEM) com uma prática reflexiva e colaborativa.

**Materiais:** celular, computador.

**Metodologia**

A oficina será desenvolvida em 3 momentos, onde cada participante poderá realizar a inserção de suas percepções e entendimentos sobre a aprendizagem do conteúdo de números inteiros. A oficina perpassará por cada uma das etapas obrigatórias em ciclo do Lesson Study (LS).

Figura 1. Etapas da oficina


Fonte: Traduzida e adaptada de Isoda, Arcavi e Lorca (2007, p. 27).

**No 1º momento: (**10 min.)

Neste momento será apresentado aos participantes un breve relato sobre o Lesson Study (LS), e sobre a conteúdo de números inteiros a ser discutido em nossa oficina. Este momento será norteado por conceitos que norteiam a LS: origem, Atividade, tarefa, colaboração, Neriage, Matome.

**No 2º momento:** (60 min)

Este momento será dividido em 3 (três) etapas quais sejam:

- Planejamento; Implementação; Avaliação dos resultados.

✓ Para cada uma das etapas será apresentada questões disparadoras e ainda 4 (quatro) possíveis respostas para essas questões que serão norteadas pela a LS. As questões disparadoras foram elaboradas, conforme referenciais como Isoda, Arcavi e Lorca (2007), Ponte (1988), Fioritini (2019), entre outros.
✓ As questões disparadoras serão apresentados com a utilização da ferramenta Padlet.
✓ Os participantes poderão “escolher” aquela que em sua compreensão se adequa melhor a resposta em uma votação utilizando a ferramenta: Google forms
✓ O quadro de “escolhas”, será construido conforme cada uma das etapas.

**3º momento: 20 (min)**

✓ Será a apresentado o quadro completo com as “escolhas” dos participantes. Neste momento os mediadoras irão realizar um diálogo sobre esas escolhas, no intuito de aprofundar as discussões utilizaremos para esse momento o jogo “O que sei sobre Lesson Study?

**Materiais:** celular, computador.

Referenciais:

Isoda, m., Arcavi, A; Lorca, A. M. (2007). El Estudio de Clases Japonés en matemáticas: **Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global.** 3. ed. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Fiorentini, D., (2019). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? Em Auténtica (Ed.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. (pp. 40-46).

Nacarato, A. M., (2005). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:** investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo, Musa Editora.

Ponte, J. P., (2021). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. *Em:* PONTE, J. P. (ed.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática (researchgate.net).

Ponte, J. P.; brocardo, J.; Oliveira, H. (2016). O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática**. Bolema**, v. 30, n. 56, p. 868-891. Rocha, A.; (2022) – Lesson Study: contribuições para a formação de professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental – Tese Doutorado.

## TALLER SOBRE LA PROMOCIÓN DEL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN SECUNDARIA MEDIANTE EL MODELO DE VAN HIELE

Autores: Yuniza Jiménez Vargas; Marco Madrigal Sánchez; Hillary Navarro Ramírez; Tirza Smith Rocha.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: yeilyn.jimenez@ucr.ac.cr, marco.madrigalsanchez@ucr.ac.cr, hillary.navarro@ucr.ac.cr, tirza.smith@ucr.ac.cr

### Descripción general

Se espera llevar a cabo un taller presencial, centrado en el razonamiento geométrico y su promoción en secundaria, a través de elementos teóricos del modelo de Van Hiele. La actividad está diseñada para personas docentes de matemática en secundaria y será implementada por estudiantes de licenciatura de la carrera Educación Matemática.

### Objetivos

A continuación se presentan los objetivos que se pretende que las personas participantes alcancen al finalizar el taller, como resultado de las actividades a desarrollar.

*General*

Conocer teorías y estrategias ligadas con la promoción del razonamiento geométrico en estudiantes de primaria y secundaria, por medio de tareas matemáticas.

*Específicos:*

- Identificar elementos que promueven el razonamiento geométrico en distintas tareas matemáticas.
- Identificar distintos niveles de razonamiento geométrico según el modelo Van Hiele en la resolución de una tarea matemática.
- Plantear un esquema de clase en la cual se promueva el razonamiento geométrico por medio de las fases de instrucción del modelo de Van Hiele.

### Elementos teóricos

Se consideran las siguientes dos temáticas como referentes teóricos para el taller:

*Razonamiento Geométrico*

De acuerdo con Proenza y Leyva (2008), el razonamiento geométrico es un proceso que supone lo siguiente:

- Explorar conscientemente el espacio comparando los elementos observados.
- Establecer relaciones entre esos elementos.

- Expresar de forma verbal y escrita las acciones realizadas y las propiedades que se obtienen a partir de la observación.

*Modelo Van Hiele*

El modelo de Van Hiele es uno de los predominantes en la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Está compuesto por dos partes, la primera permite identificar distintos niveles de razonamiento en las personas estudiantes y la segunda brinda fases instruccionales que las personas docentes pueden seguir para impulsar al estudiantado a aumentar en los niveles de razonamiento. Se espera, durante el taller, abordar brevemente estos dos elementos de manera teórica y práctica, con base en autores como Fouz y Donosti (2013), Sarasua, Ruiz y Arrieta (2013), Vargas y Gamboa (2013) y Venegas (2015).

## Metodología

Dentro de las actividades planificadas, se procurará que la audiencia no reciba una presentación ostensiva de teoría, sino que pueda explorar sus concepciones y, posteriormente, hacer un contraste entre estas y el marco presentado. Además, se tienen planeadas actividades que permitirán identificar elementos que promueven el razonamiento geométrico en distintas tareas matemáticas, identificar distintos niveles de razonamiento según el modelo Van Hiele en la resolución de varias tareas matemáticas y plantear secuencias de clases, compuestas por tareas matemáticas, mediante las cuales se promueva este tipo de razonamiento. Los detalles con respecto a las actividades que se llevarán a cabo, se pueden observar en el anexo 1.

En cuanto a materiales y recursos, se requiere que las personas participantes porten un lápiz o lapicero y un cuaderno de apuntes. Todos los demás materiales (fichas de trabajo, resúmenes, fósforos, etc.) serán provistos por las personas facilitadoras.

## Anexos

*Anexo 1. Descripción de las actividades*

https://drive.google.com/file/d/1NSdWDOkxHXBKTOL5Ud_KvDLWx23FtNSR/view?usp=share_link

## Referencias

Fouz, F. & Donosti, B. (2013). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf

Shauri, K. (2016, Octubre). Taller de Geometría. Medium. https://medium.com/@kyra1781_98139/taller-de-geometr%C3%ADa-942925570bc

Labra, J.A. & Venegas C.M. (2022). desarrollo del razonamiento geométrico de estudiantes de enseñanza media cuando abordan el concepto de homotecia. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 25(1), 93 - 120.

Proenza, Y. y Leyva, L. (2008). Aprendizaje desarrollador en la matemática: estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios. Revista Iberoamericana De Educación, 48(1), 1-7. https://doi.org/10.35362/rie4812249

Samper, C., Leguizamón, C. & Camargo, L. (2001). Razonamiento en Geometría. REVISTA EMA, 6(2), 141-158. https://core.ac.uk/download/pdf/12341599.pdf

Sarasua, J., Ruiz, J. & Arrieta, M. (2013). Prevalencia de los niveles de razonamiento geométrico a lo largo de diferentes etapas educativas. Revista de Psicodidáctica, 18(2), 313-329.

Vargas, G. & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 27(1), 74-94. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4945319.pdf

Venegas, M. (2015). Niveles de razonamiento geométrico de van hiele al resolver problemas geométricos: un estudio con alumnos de 13 a 16 años en Cantabria. https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6837/VenegasPerezIrene.pdf

# ¡POTENCIANDO EL RAZONAMIENTO! DEL RAZONAMIENTO NUMÉRICO AL ALGEBRAICO

Autores: Andrey Alpízar Acuña; Nicole Barquero Suárez; Ariana Desanti Sandoval; Pamela Jiménez Cabezas.

Institución: Universidad de Costa Rica.

Correo: andrey.alpizaracuna@ucr.ac.cr, nicole.barquero@ucr.ac.cr, ariana.desanti@ucr.ac.cr, pamela.jimenezcabezas@ucr.ac.cr.

## Introducción

Como parte del proceso de construcción de los conocimientos en el ámbito de la Matemática, las personas suelen hacer uso de distintos tipos de razonamiento y, generalmente estos están relacionados con la rama que se está estudiando de esta disciplina. De esta manera, se tiene que el desarrollo del razonamiento matemático es esencial en el proceso de aprendizaje y enseñanza de la matemática. En particular, el razonamiento numérico y el algebraico son de gran importancia para el cumplimiento de este objetivo, por lo que las personas docentes deben saber cómo potenciarlo. Por esta razón, se pretende llevar a cabo un taller presencial dirigido a personas docentes de primaria y secundaria, así como también a personas en formación. En este, se abordarán los principales elementos que caracterizan a los dos razonamientos mencionados, a través del análisis de tareas matemáticas y sus soluciones en diversos contextos escolares.

## Temáticas del Taller

Pensamiento algebraico. Primeros años en el aprendizaje de la matemática. Representación en enseñanza y aprendizaje de la matemática.

## Objetivos

General: Analizar los principales elementos que caracterizan al razonamiento numérico y algebraico.

Específicos:

a) Reconocer elementos que promueven el razonamiento numérico y algebraico en tareas matemáticas.
b) Identificar la presencia del razonamiento numérico y algebraico en la resolución de tareas matemáticas seleccionadas.

## Marco Teórico

- **Razonamiento Numérico**

Como es bien sabido, dentro del proceso de construcción de los conocimientos en el ámbito de la matemática, la persona estudiante debe desarrollar y movilizar distintos tipos de razonamiento que le permitan comprender a profundidad y emplear los conocimientos propios de cada una de las áreas de esta disciplina. Uno de estos tipos de razonamientos y quizá uno que se encuentra presente en todas las áreas de la Matemática es el razonamiento numérico.

En relación con este tipo de razonamiento, Ortiz y González (2003) lo definen como “un razonamiento en el que intervienen procesos mentales, lógicos, aritméticos o algebraicos, implícitos en la realización de inferencias o generalizaciones inductivas en series numéricas, así como los conceptos y propiedades del número que se utilizan en dichos procesos” (p.150). Como se puede apreciar, relacionan este concepto con los procesos cognitivos que las personas movilizan al manipular y operar con números. Asimismo, es importante destacar que autores como Godino et al. (2009) destacan que como parte de este tipo de razonamiento se desarrollan capacidades relacionadas con el cálculo mental flexible y el razonamiento cuantitativo.

En síntesis, Godino et al. (2009) argumentan que este razonamiento matemático se refiere a “la comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones junto con la capacidad para usar esta comprensión de manera flexible para emitir juicios matemáticos y desarrollar estrategias para resolver problemas complejos”. (p. 178).

- **Razonamiento Algebraico**

Este tipo de razonamiento ha sido ampliamente estudiado por diversos investigadores, tanto en el área de primaria como secundaria. Sin embargo, autores como Godino et al (2012) mencionan que tener claridad sobre la naturaleza del razonamiento algebraico es un tanto complejo, pero imperativo a nivel educativo. Para este taller se considerará el razonamiento o pensamiento algebraico como aquel que “implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas” (Godino y Font, 2003, p. 774). De esta manera, conforme se desarrolla el razonamiento algebraico, así se desarrollará también el uso del lenguaje y simbolismo matemático, los cuales son elementos importantes para apoyar y comunicar este pensamiento. Así mismo, Godino y Font (2003) explican que este razonamiento “está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central” (p. 774).

Bajo esta misma línea de ideas, se resalta entonces la importancia de los procesos de generalización y representación como parte del razonamiento algebraico. Al respecto, diversos investigadores afirman que el simbolismo algebraico no es la única forma en la que las personas estudiantes representan este razonamiento, pues también puede adoptar la forma de lenguaje natural o gestual. Así mismo, cuando se habla de cantidades indeterminadas asociadas al pensamiento algebraico, estas pueden ser representadas por símbolos alfanuméricos, pero también pueden ser expresados mediante los sistemas semióticos mencionados (Ureña et al, 2019, p.23). En este sentido, los procesos de generalización y representación serán considerados cómo elementos esenciales para el desarrollo del razonamiento algebraico.

## Minuta de Trabajo

| Sesión | Actividad | Tiempo | Breve descripción |
|---|---|---|---|
| 1 | Bienvenida y presentación del taller | 10 min | Se da la bienvenida a las personas participantes, se presentan los objetivos del taller y la agenda con los tiempos de cada parte.<br>ESPACIO PARA QUE SE PRESENTEN |
| | Actividad diagnóstica | 15 min | Se realizará un juego llamado "Cultura Chupistica", en el cual, se dará una categoría relacionada con los razonamientos a estudiar y cada participante debe decir una palabra que se asocie a esta. |
| | Elementos teóricos del razonamiento numérico | 35 min | En esta parte se expondrán los elementos teóricos que aborden el razonamiento numérico, con el objetivo de comprender más a profundidad lo que implica este razonamiento. Para esto se hará uso de una clase en Quizizz, la intención es hacer que esta sección del taller sea más dinámica. |
| | Análisis de tareas matemáticas y sus soluciones | 15 min | En esta actividad se formarán dos grupos donde el grupo 1 analizará el enunciado de una tarea matemática y el grupo 2 analizará la solución de la misma tarea, cada grupo deberá responder algunas preguntas, por ejemplo, si promueve el razonamiento numérico o en qué año puede llegar a ser implementada la tarea y bajo qué contexto, entre otros. |
| | Plenaria | 10 min | Con el objetivo de conversar sobre lo aprendido se realizará una plenaria donde se discutirá y se compararán las creencias expuestas en el diagnóstico y si dichas respuestas cambiaron de alguna forma. Esta actividad es de carácter reflexivo y crítico. |
| | Cierre | 5 min | Se agradecerá la participación de las personas asistentes y se les plantea la siguiente cuestión: "Si mi estudiante ya ha desarrollado el razonamiento numérico, ¿cómo puedo utilizar esto, para ahora desarrollar el razonamiento algebraico?" |
| 2 | Bienvenida y presentación del taller | 5 min | Se da la bienvenida a las personas participantes, se presentan los objetivos del taller y la agenda con los tiempos de cada parte |
| | Reflexionemos | 5 min | Reflexionar en torno a la pregunta que se planteó en el cierre de la sesión anterior: |
| | Elementos teóricos del razonamiento algebraico | 30 min | Se estudiará el concepto de razonamiento algebraico, los elementos principales que lo caracterizan y la etapa donde se debe iniciar su desarrollo. |
| | Análisis de tareas matemáticas y sus soluciones | 30 min | Se realizará una actividad en equipos en dónde se analizará la resolución de tareas matemáticas, su categorización dentro de los niveles de generalización. |
| | Plenaria | 10 min | Se brindará un espacio para que cada equipo comparta con el resto del grupo el análisis realizado en la actividad anterior, fomentando la discusión y reflexión en torno al ejercicio llevado a cabo. |
| | Cierre | 10 min | Se retomará de forma breve las respuestas dadas en la actividad diagnóstica de la sesión 1, con el fin de comparar lo que aprendieron en el taller. Además, se agradecerá la participación de las personas asistentes y se abrirá un espacio de preguntas y retroalimentación. |

**Materiales Necesarios**

- Celular con conexión a internet.
- Cuaderno en donde anotar.
- Lápices o lapiceros.

**Referencias**


Abascal, R., & López, E. (2016). (Primera ed.). Pensar en Matemáticas. http://dccd.cua.uam.mx/libros/archivos/pensar_en_matematicas_web.pdf

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). Desarrollo del pensamiento matemático. Editorial Trillas.

Godino, J. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. ReproDigital.

Godino, J., Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. (2012). Niveles de razonamiento algebraico elemental. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI. pp. 285 - 294. Jaén: SEIEM.

Godino, J., Font, V., Konic, P. y Wilhelmi, M. (2009). El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sentido_numerico.pdf

Ortiz, A. y González, J. (2003). Investigación en razonamiento inductivo numérico y algebraico. https://www.researchgate.net/publication/28232069_Investigacion_en_razonamiento_inductivo_numerico_y_algebraico

Ureña, J., Ramírez, R. y Molina, M. (2019). Representations of the generalization of a functional relationship and the relation with the interviewer's mediation / Representaciones de la generalización de una relación funcional y el vínculo con la mediación del entrevistador. Infancia y aprendizaje, 1-21 (English versión), 22-43 (Versión en español) https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1604020

## ENSEÑANDO EL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE EL SIMULADOR DE PHET

Autor: Jesús Alexander Matamoros Meráz.

Institución: Colegio Santa Teresa, PhET.

Correo: jameureka@gmail.com, jeme8534@colorado.edu

Palabras Clave: Función, PhET, Matemáticas, Interactivo

**Resumen:**

En este espacio mostrare la ruta interactiva para analizar una recta hasta llegar al concepto de función mismo en el que se centraría el taller ya que por medio del simulador explicaría los tipos de variables y sus relaciones mediante ejemplos visuales muy sencillos y posteriormente se pasaría a la parte algebraica, gráfica y tabular, todo mediante el simulador.

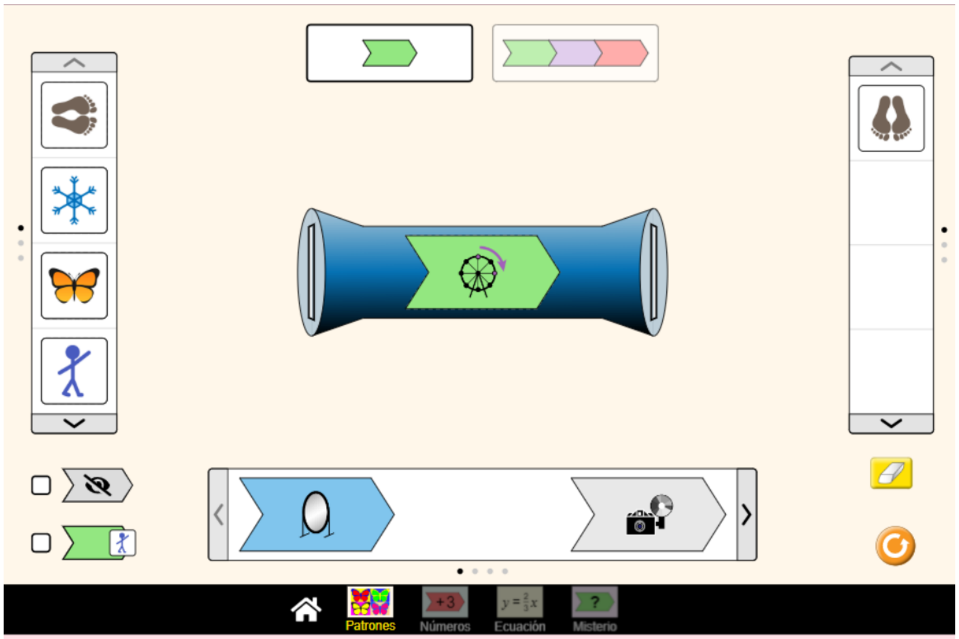
Por tradición y comodidad, impera un mal enfoque en la enseñanza de las Matemáticas, donde los programas educativos están planeados para que el estudiante se vea comprometido a la memorización de datos y no a la observación de fenómenos, a la repetición de procesos no a su análisis, se tiene la posibilidad de conocer las aplicaciones pero no se da la oportunidad de experimentar, él mismo debe de fundamentar sus explicaciones en evaluaciones tradicionales sumativas y memorísticas, dejando de lado la exploración que facilita el entendimiento de las Matemáticas.

Son muchos los problemas, retos y rutas que se pueden trazar en pro de la enseñanza de las Matemáticas y es por ello que se muestra en este trabajo una visión integradora bajo un rumbo STEAM, traducido del inglés es: Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemática, y mediante el uso del simulador de generador de funciones de PhET, estrategias y métodos didácticos pedagógicos que permitan integrar los conocimientos, involucrar activamente a los estudiantes y hacer del aprendizaje una experiencia enriquecedora y significativa.

Teniendo en cuenta que se define la Matemáticas como "una serie de definiciones – teoremas- problemas" (Landman, sp.) resulta difícil no pensar en la resolución de problemas o en las secuencias que debe de tener una clase para poder aprender las definiciones, teoremas y la resolución de problemas. Por ello es importante tener en cuenta que el docente debe escoger con sigilo las herramientas y técnicas que usará para lograr los objetivos planeados.

Es por ello que se proponen enseñar el concepto de función mediante el uso del simulador del PhET, el cual permite ejemplificar el concepto y definirlo para luego apoyar la definición en las características de las funciones sus distintitas representaciones.

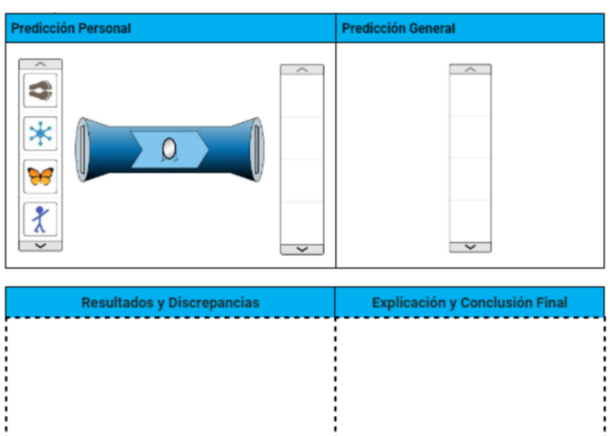
**Figura 1**. Simulador Generador de Funciones




Fuente: PhET

Las simulaciones PhET tienen un respaldo científico que permite ubicarlas como una excelente herramienta para dotar de protagonismos positivo a los estudiantes y fomentar el aprendizaje activo en el aula, tal como se ve en la imagen anterior, cada elemento en la simulación permite analizar una variable s o característica en cuestión la cual puede ser analizada por cada estudiante o usuario. En el taller se pretende explicar el entorno de las simulaciones y específicamente somo usar la simulación mencionada en una mediación pedagógica sobre el tema de funciones que se desarrolla en el nivel de décimo año de secundaria, e participante será guiado para poder realizar suposiciones en una plantilla de trabajo denominada hoja de predicciones

**Figura 2**. Hoja de predicciones




Fuente. Propia del autor

Con la plantilla se pretende que el participante pueda usar sus conocimientos previos para poder predecir los resultados y luego compararlos con sus pares para finalmente sacar conclusiones y poder comprobarlas con la simulación y hacer una puesta común de cada evento, la hoja de trabajo avanza y crece en dificultas y permite verificar si el concepto en cuestión a sido asimilado.

**Referencias bibliográficas**

García, F (2015). Aprendizaje y rendimiento académico en educación superior: un estudio comparado. Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación". http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44741347019.

Hammond L., Hyler M. y Gardner M. Profesor efectivo: desarrollo profesional. Instituto de política de aprendizaje, Washington DC.

Landman, G. W. (s.f.). Las definiciones en las Matemáticas y los procesos de su formación: algunas reflexiones. Acta Latinoamericana de Matemáticas Educativas, 19.

PhET, Interactive Simulations. Aprendizaje Activo. Universidad de Colorado Boulder. https://phet.colorado.edu/assets/virtualworkshop/Aprendizaje_activo_con_PhET.pdf

# INOLVIDABLES MAESTRAS MATEMÁTICAS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

Autoras: Dra. Geisel Alpízar-Brenes; Dra. Lilliam Álvarez*; Dra. Elizabeth Ricon Santana**; MSc. Norma Elizabeth Lemus Martínez***.

Institución: Instituto Tecnológico de Costa Rica; Academia de Ciencias de Cuba*; Universidad Autónoma de Santo Domingo, UASD, República Dominicana**; Dirección nacional de Educación superior, El Salvador***.

Correo: galpizar@itcr.ac.cr, lilliam@ceniai.inf.cu, te10elirisa@gmail.com, normaeli752@gmail.com

## Tema a desarrollar y objetivos a lograr

Con el tema propuesto se busca darle visibilidad, colocar en primeros planos, estudiar y compartir la trayectoria de Mujeres, Maestras de Matemáticas que dedicaron su vida a formar generaciones de profesionales, maestros, científicos que nos inculcaron el amor y el valor de las Matemáticas para la vida.

El objetivo del Taller es presentar una colección de ponencias dando a conocer las Historias de vida de aquellas maestras ejemplares, fallecidas o aún vivas, que consagraron su vida a enseñar las Matemáticas en los diferentes niveles educativos, incluido el nivel universitario, en nuestros países y que merecen ser reconocidas y puestas en los primeros planos. Además de dar a conocer la trayectoria, se espera construir nuevos referentes femeninos que sean inspiración, ejemplo como modelos de rol a seguir por las nuevas generaciones de maestros y maestras.

En el Año internacional de las Ciencias Básicas para el desarrollo sostenible, será una contribución del VI SIME dar a conocer, compilar las ponencias y dedicar un capítulo de las Memorias del Simposio a estas Mujeres Matemáticas que forman parte de nuestra Historia en la Región de América Latina y el Caribe

## Población meta: personas docentes o estudiantes en formación.

Se invita a maestros, hombres y mujeres, Matemáticos de la Región, docentes, profesionales en diferentes espacios laborales, científicos, estudiantes de bachillerato, universitarios, para que presenten sus ponencias o posters en el Taller.

**Metodología a seguir en el Taller** (incluir si las personas participantes deben llevar algún tipo de material).

Se propone abrir el Taller con una

**Mesa Redonda con expertas:** *Inolvidables Mujeres Matemáticas de Costa Rica, Cuba, República dominicana y El Salvador* (1 hora)

**Presentadora y Moderadora:**

Dra**.** Geisel Alpízar-Brenes, Instituto Tecnológico de Costa Rica.

**Ponentes:**

Dra. Lilliam Alvarez Diaz

Dra. Elizabeth Rincón Santana

MSc. Norma Elizabeth Lemus Martínez

**-Preguntas y respuestas-**

Presentación de Ponencias cortas de 15 minutos cada una.

Sesión de discusión, debate, recomendaciones, acciones futuras.

**Sesión de Pósteres**

(Duración total 3 horas)

**IMPLEMENTACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO FUNCIONAL**

Autor: Rolando Navarro Rodríguez.

Institución: Casio Académico Costa Rica.

Correo: rolnava@gmail.com

Palabras Clave: Pensamiento funcional, representaciones, estrategias de aprendizaje, tecnología educativa.

**Resumen:**

El taller representa una propuesta didáctica que pretende favorecer el desarrollo y fortalecimiento de habilidades específicas del pensamiento funcional por medio de la implementación de herramientas tecnológicas como son GeoGebra y la calculadora científica (Casio Classwiz FX 570/ FX 991 y su emulador).

Las actividades incluidas en la propuesta didáctica buscan generar espacios de trabajo colaborativo en los que los participantes puedan establecer y verificar conexiones entre las diferentes representaciones matemáticas de las funciones.

**Materiales**

Computadora donde estén instalados GeoGebra Clásico 6 (disponible en https://www.geogebra.org/download) y el emulador de la calculadora científica CASIO FX 570/991 LAX (Disponible en https://edu.casio.com/softwarelicense/index.php)

**Introducción**

En muchos programas educativos de Matemática en Latinoamérica se contempla el estudio de contenidos referentes al álgebra y a las funciones. Sin embargo, en muchos casos, estos contenidos se abordan a través de metodologías enfocadas en la abstracción y con bajos niveles de integración de las habilidades que se pretenden desarrollar.

Desde hace más de tres décadas, diversos autores han propuesto metodologías alternativas para el estudio de las relaciones, las funciones y el álgebra. Sin embargo, muchas de estas metodologías no alcanzan niveles de socialización suficientes entre los docentes de Matemática.

El presente de taller está dirigido a docentes de Matemática a nivel de secundaria y consiste en una propuesta didáctica que contempla el abordaje integrado de habilidades mediante la implementación de la calculadora científica como herramienta pedagógica. La idea es que los participantes del taller experimenten de primera mano un modelo de clase innovador y participativo que los oriente y motive a replicar la metodología en sus propias lecciones.

La propuesta de taller incluye una fase de familiarización de los participantes con herramientas como GeoGebra y la calculadora Casio Classwiz FX 570/FX 991 y su emulador.

Posteriormente se desarrollarán guías de trabajo sobre situaciones de la vida cotidiana modeladas por medio de funciones, abarcando diferentes niveles de complejidad con la intención de demostrar la versatilidad que el recurso ofrece.

## Metodología

Se propone dar inicio al primer bloque mediante una pequeña discusión guiada en la que los participantes comenten sobre la metodología que implementan en el desarrollo de los contenidos de álgebra y funciones, y su percepción sobre el nivel de comprensión logrado por los estudiantes.

Posteriormente, se expondrán algunos ejemplos de las bondades que ofrecen tanto GeoGebra como la calculadora científica para el desarrollo de actividades en el tema de funciones. Posteriormente, se propondrán situaciones de aprendizaje relacionadas a determinadas habilidades específicas tomadas del Programa Oficial de Matemática del MEP, y se solicitará que se reflexione sobre posibles estrategias para abordar el ejercicio. Posteriormente se ofrecerá una sugerencia de resolución mediante el uso de la calculadora científica.

Finalmente, se abrirá un espacio de discusión con el fin de que los participantes compartan ideas de nuevas actividades en las que pueda implementarse eficientemente la calculadora científica como recurso didáctico.

## Diseños Didácticos

A continuación, se menciona un par de actividades que se pueden desarrollar en el taller

### Alquileres

Si en un edificio de 60 apartamentos, se fija una renta de $240 por departamento, todos serán ocupados. Por experiencia se sabe que, por cada incremento de 10 dólares en la renta, un apartamento quedará vacío.

¿Qué renta deberá fijarse para obtener un ingreso máximo?

¿Cuál es el monto de ese ingreso?

¿Cuántos departamentos estarán libres?

### ¡Llegaron las nubes!

Karla recibió un mensaje de un viejo amigo del colegio invitándola a "invertir" en un gran negocio que de seguro le va a generar increíbles ganancias.

Para entrar al negocio, Karla debe enviarle a su amigo Marco 10000 colones y conseguir otras dos personas que también inviertan el mismo monto.

Una vez hecho esto, solo es cuestión de esperar unos días para que la inversión fructifique y luego de esto Marco le devolverá a Karla 80000 colones.

Karla se quedó pensando en esta "grandiosa" oportunidad de multiplicar su dinero, pero antes de decidirse a entrar en la nube, decidió comentarlo con su amiga Erika.

Erika quien ya estaba informada sobre este tipo "inversiones" le explicó Karla cómo funcionan estas supuestas inversiones y evitó que Karla aceptara entrar a la nube.

Observe el crecimiento de la nube conforme la gente "invierte" en ella.

¿Nota algún patrón? Trate de describirlo con sus propias palabras.

Construya una tabla que muestre el crecimiento de la nube luego de 5 ciclos de expansión.

Si en el cantón de Talamanca tiene alrededor de 39838 habitantes, ¿cuántos ciclos se requieren para que todos los habitantes del cantón estén dentro de la nube?

## Referencias Bibliográficas


Candelo, C., Ortiz, G, & Unger, B. (2003). *Hacer talleres: Una guía práctica para capacitadores.* Colombia: Gafiq Editores.del Puerto, S., & Minnaard, C. (2003). *El uso de la calculadora gráfica en el aprendizaje de la Matemática.* Instituto de Investigaciones de Tecnología y Educación (IIT&E). Centro de Altos Estudios Universitarios de la Organización de Estados Iberoamericanos (CAEU/OEI). Obtenido de http://digital.cic.gba.gob.ar/handle/11746/4681

García, J. (2009). La calculadora científica y la obtención de la respuesta correcta en el ciclo diversificado. *Revista eléctronica "Actualidades investigativas en educación"*, 1-19. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44713058024.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2013). *Programas de Educación Matemáticas.* Costa Rica: autor