UCR

VII SIME
Simposio Internacional en Matemática Educativa

Libro de Actas

26 al 28 de febrero 2025

San José, Costa Rica

VII SIME
Simposio Internacional en
Matemática
Educativa

Comité organizador
Dr. William Poveda Fernández (Coordinador)
Dr. Rodolfo Fallas Soto
Dra. Patricia Maroto Vargas
Dr. Fabián Gutiérrez Fallas

Comité Científico

Historia y objetivos del SIME

El SIME se realizó por primera vez en febrero del 2014 y nace a raíz de la necesidad de contar con espacios en los cuales docentes e investigadores nacionales e internacionales en Matemática Educativa expongan y compartan sus experiencias académicas en una actividad de difusión y divulgación científica. Se han realizado cinco ediciones: 2014, 2015, 2017, 2019, 2021 y 2023; el V SIME fue un evento virtual con actividades sincrónicas y asincrónicas. En las todas las ediciones excepto 2023, el SIME fue organizado por investigadores del Centro de Investigación en Matemática Pura y Aplicada, sin embargo, dada una reestructuración de los centros de investigación de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, el VI y VII SIME es organizado por el Centro de Investigación en Matemática y Metamatemática (CIMM), el cual está dedicado a la investigación en Educación Matemática.

Dado que la Acción Social es uno de los pilares sustantivos del quehacer de la Universidad y fomenta procesos de aprendizaje y de transformación social con todos los sectores, el VII SIME pretende contribuir a la promoción del desarrollo de la disciplina Educación Matemática en la región a través de la presentación de investigaciones, el intercambio de experiencias, y la exposición de propuestas teóricas y metodológicas llevadas a cabo por profesionales de la Educación Matemática.

En el VII SIME participaron en forma presencial y virtual personas de México, El Salvador, Cuba, Costa Rica, Panamá, Venezuela, Colombia, Brasil, Argentina y Chile, con 41 ponencias en diversos temas de educación matemática a nivel de primaria, secundaria y universidad. Además, se desarrollaron 10 talleres y tres conferencias impartidas presencialmente por investigadores de México, Brasil y Costa Rica. Cada ponencia recibida se sometió a una rigurosa evaluación por pares, fue realizada por el comité científico conformado por 23 personas de diferentes universidades de América y expertos en educación matemática.

Agradecimientos

A Julia Paola Barrantes de la Vicerrectoría de Acción Social de la Universidad de Costa Rica.

A Rafael Espinoza, de la Oficina de Divulgación e Información de la Universidad de Costa Rica.

A Andrea Araya, directora del CIMM.

A Fiorella Calvo, Jefa administrativa del CIMM.

A la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

Al Comité Científico del VII SIME.

A Javier Trejos, director de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica por impulsar la organización del VI SIME en el 2023 y su apoyo para el 2025.

A todas las personas estudiantes de las carreras Enseñanza de la Matemática y Educación Matemática que desinteresadamente participaron en la organización y realización del VII SIME, en especial a Emily Ocampo y Aarón Vargas por organizar y dirigir el grupo de estudiantes edecanes

Tabla de contenido

PONENCIAS

TALLERES

PONENCIAS

NEUROCIENCIAS Y NEUROEDUCACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LA NATURALEZA MULTIMODAL DE LA COGNICIÓN GEOMÉTRICA

Alejandra Avalos-Rogel

Escuela Normal Superior de México

México

alejandra.avalos@normales.mx

15. Aproximaciones y perspectivas teóricas en la investigación de la Matemática Educativa

Educación Preescolar o Primaria

Resumen: Este documento tuvo como propósito entender el aprendizaje de la geometría como un objeto procesual complejo desde una perspectiva transdisciplinaria, vinculando las Neurociencias, la Educación Matemática y las Teorías de la cognición distribuida. Con una metodología dual, este estudio documental interpretativo-fenomenológico analizó las bases neuronales de las matemáticas, complementado con abordaje experimental en aula. Se sistematizaron elementos del principio de la plasticidad cerebral: los aspectos innatos asociados a la especia humana, en particular las áreas cerebrales especializadas en la percepción de las formas, y los cambios neuronales como producto de nuevas conexiones -entre áreas de percepción y de lenguaje-, generadas en contextos culturales y ambientes escolares. Se concluye que el desarrollo del pensamiento geométrico dependerá de procesos cognitivos como la atención, la metacognición y la reflexión, las emociones y la calidad del intercambio social, que favorezca el compromiso activo y el retorno de la información, abordados desde la Neuroeducación.

Palabras claves: Neurociencias, neuroeducación, Educación Matemática, cognición, geometría escolar.

Introducción

Los análisis filogenéticos del surgimiento, desarrollo y aplicaciones de la geometría –por ejemplo el conocimiento del teorema de Pitágoras por diversas culturas en todo el mundo, mucho antes que la cultura griega-, han llevado a la hipótesis de que hay algo en la especie humana que compartimos. Según Butterworth (1999) la imagenología del cerebro producida por resonancia magnética muestra que algunas áreas como el lóbulo parietal izquierdo se asocian con sensaciones somáticas y varias funciones complejas: la multimodalidad sensorial (visual, auditiva y táctil), la comprensión del lenguaje y los cálculos numéricos; y en el lóbulo derecho la orientación espacial. Cabe preguntarse ¿Estas áreas especializadas del cerebro, evidentemente intracraneales, nos llevarían a pensar en una perspectiva de desarrollo humano exclusivamente cerebral e individual? ¿Esto lleva a plantear un deslinde entre pensamiento aritmético-algebraico del pensamiento geométrico, más allá del planteamiento epistémico?

Las Teorías de la cognición distribuida (Lave y Wenger, 1991), y los estudios en Educación matemática nos llevan a afirmar lo contrario. En esa línea los estudios de Radford y André (2009) conducen a otra hipótesis: "… el desarrollo conceptual relacionado con las partes numéricas, culturales, lingüísticas y simbólicas, podría causar cambios en la red de regiones cerebrales implicadas en la Matemática sofisticada de los adultos". (p. 229)

Así pues, nos parece importante en este estudio tener como propósito reconocer la naturaleza multimodal de la cognición matemática desde un planteamiento interdisciplinario desde las Neurociencas, las Ciencias de la Cognición, la Educación Matemáticas y las posturas de la cognición distribuida. Para ello se recurrió a una metodología con dos vertientes: la primera, un abordaje documental interpretativo-fenomenológico en el que se analizó las bases neuronales de las matemáticas, mediante el análisis de imágenes de estudios al respecto; y la segunda con un abordaje experimental en aulas de preescolar y de primaria alta, donde se desarrollaron secuencias didácticas para el desarrollo de habilidades geométricas.

1. Elementos desde las neurociencias para entender el aprendizaje de las matemáticas

Como ya se mencionó, hay evidencia a partir de pacientes con daños neuronales, y desde la imagenología, ya sea la producida por la actividad eléctrica detectada mediante electrodos en el cuero cabelludo, la variación de temperatura, el flujo sanguíneo, o la actividad electromagnética detectada por resonancia, que existen zonas cerebrales especializadas: la de percepción, del lenguaje, de cálculo numérico, entre otras.

Sin embargo, estas mismas evidencias nos muestran que hay relaciones que llevan a la afirmación de que la corteza cerebral se presenta como un todo en funcionamiento, interconectado. El pensamiento matemático podría ser concebido como un corpus holístico, interrelacionado, conformado por cognición, razonamiento, emoción, sensación, entre otros. Por ejemplo, en el salón de clase cuando se abordan las relaciones intra e interfigurales en la simetría, las y los estudiantes dan muestra de nuevas conexiones entre áreas de percepción, áreas de memoria y áreas de razonamiento. Se recupera en este apartado dos perspectivas: el desarrollo humano y la concepción multimodal del pensamiento.

1.1 Desarrollo humano

En este trabajo se recuperan dos componentes de asociados al desarrollo del pensamiento humano: el de estructuras innatas y el de madurez. En relación a las primeras, la percepción de las formas es una estructura cerebral que se tiene desde que se nace, y que comparte con la zona de la percepción del rostro materno.

Ahora bien, hay estructuras que requieren madurez, tanto a nivel cerebral en términos de especialización de células, como de madurez cognitiva, asociadas a la posibilidad de elaborar operaciones lógicas, aspectos estudiados por Piaget (1969). Este segundo componente del desarrollo dependerá entonces del aprendizaje de las matemáticas: de los contextos, de los ambientes culturales, de las necesidades de organizar, representar, relacionar y modelar, de la respuesta a los retos cognitivos que le impone el entorno

1.2 Concepción multimodal del pensamiento

A partir de mapeos cerebrales, Butterwoth (1999) establece la concepción multimodal del pensamiento. Por ejemplo, el conteo aparece mediatizado acciones y gestos. El hace observaciones de niños que empiezan a hacer cosas cuando están contando, particularmente mover los dedos. Butterworth considera que es importante la representación del propio cuerpo en dichos procesos, y por lo tanto a identificar la importancia de esa conciencia en el pensamiento matemático. En esa relación está implícita una orientación en el espacio que le parece importante, el control de las propias acciones de los sujetos, y finalmente la representación de su cuerpo. Esto recupera componentes del lóbulo parietal derecho, por ejemplo, la idea de comparación, de estimación, la aproximación de números, y esto que está en el lóbulo parietal derecho, de alguna manera pareciera vinculado a esta parte de la conciencia corporal. Entonces él considera que hay cosas que están sucediendo en un hemisferio que requieren de la otra parte del otro hemisferio, entonces pareciera que hay conexiones.

Esto lleva a un segundo principio, el de la plasticidad cerebral. Hay evidencia de intercambios intracraneales entre células neuronales especializadas (Dehaene, 2019): la duración de la conexión nueva es efímera y el establecimiento de la ruta es falible. La evidencia de la investigación cualitativa lleva a la conclusión de que la "mielinización" de la conexión tiene lugar por la duración del intercambio gracias a las experiencias externas, y la disminución del tiempo de la conexión en virtud de la repetición. En el aula influirá también la calidad del intercambio, la metacognición y la reflexión.

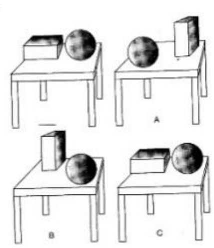
2. Pensamiento geométrico y las habilidades matemáticas subyacentes

La posibilidad de la percepción y la combinación con las huellas mnémicas que dan la posibilidad de identificar una configuración o una construcción figural, asociadas a las zonas de ubicación espacial, con las conexiones a zonas de procesos de razonamiento, van constituyéndose en huellas sinápticas para el razonamiento geométrico, mismas que son recuperadas en el aula como habilidades geométricas (Avalos-Rogel, 2021).

2.1 Habilidades geométricas

Las habilidades geométricas que han sido estudiadas por la Educación Matemática son: la visualización, la independencia de campo, la imaginación espacial (ver figura 1), la anticipación figural, el razonamiento geométrico, el razonamiento métrico, el razonamiento deductivo, y la geometría dinámica con soporte tecnológico.

Figura 1. En el ejercicio siguiente se solicita identificar configuraciones de objetos con la misma forma y la misma posición



Fuente: Castillo y Espeleta (1995, p.138).

Para la alfabetización matemática es fundamental los ejercicios de comunicación visual, construcciones, representaciones y notaciones (Robitaille y Travers,1986).

2.2 Emociones en el aprendizaje de la geometría

El logro está en la base del trabajo matemático y se sostiene mediante los siguientes componentes: a) la motivación, que son acciones para movilizar la atención y concentración a partir de ejercicios lúdicos; b) la pedagogía del error, retroalimentar sin culpabilizar; las y los niños pueden darse cuenta de sus errores y corregir entre ellos, además mirar el trabajo de los otros les permite rectificar sus procedimientos, y c) establecer momentos de reflexión y sistematización matemática. Una propuesta pedagógica es el trabajo por proyectos y centros de interés para el alumnado.

Conclusiones

Se sistematizaron elementos del principio de la plasticidad cerebral: los aspectos innatos asociados a la especia humana, en particular las áreas cerebrales especializadas en la percepción de las formas, y los cambios neuronales como producto de nuevas conexiones -entre áreas de percepción y de lenguaje-, generadas en contextos culturales y ambientes escolares.

Una conclusión a resaltar es la importancia de la dialogicidad entre disciplinas: las Neurociencias, el Psicoanálisis, y la Didáctica de las Matemáticas, van a estar estrechamente relacionadas para poder mirar el desarrollo y la educación de otra manera.

Si bien el cerebro ha sido estudiado desde procesos bioquímicos, eléctricos y electromagnéticos, vale la pena desarrollar instrumentos de medición cuánticos, que recuperen los intercambios del exterior con los procesos cerebrales, y que lo van a modificar, en virtud de su plasticidad.

Falta mucho todavía para indagar en torno a esta línea delgada entre la configuración neuronal, las huellas mnémicas, la memoria sináptica, su relación con la percepción y la visualización, y estos procesos con las formas culturales del intercambio simbólico, con la posibilidad de identificar cómo la resolución de problemas por las sociedades coadyuva al intercambio de ambos hemisferios cerebrales. En particular intentar identificar las huellas de los procesos lingüísticos, relacionales, emocionales y afectivos

Referencias bibliográficas

Avalos-Rogel, A. (Coord.) (2021). *Neurociencias y educación. Neurodesarrollo. Neurodidáctica*. REDIREC.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. Macmillan Publishers.

Castillo, T. y Espeleta, V. (1995). *Planeamiento del proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática. Metodología de la enseñanza de la matemática V. 2*. Editorial Universidad Estatal a Distancia

Dehaene, S. (2019). *¿Cómo aprendemos?Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro* (1st ed.). Siglo XXI.

Lave, J., y Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.

Piaget, J. (1969). Biología y conocimiento. Ensayo sobre las relaciones entre las relaciones organicas y los procesos cognoscitivos. Siglo XXI.

Radford, L. y André, M. (2009). Cerebro, cognición y Matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 12*(2), 2009, 215–250.

Robitaille. D. F. & Travers, K. J. (1986). Geometría para alumnos de 13 años de edad en Canadá y en los Estados Unidos de América. En K. Morris (1986). *Estudios en Educación Matemática. Enseñanza de Geometría*. UNESCO.

PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN EDUCACIÓN PRIMARIA EN COSTA RICA

Ricardo Poveda Vásquez; Jonathan Espinoza González, Yuri Morales López

Universidad Nacional de Costa Rica

Costa Rica

ricardo.poveda.vásquez@una.cr, jonathan.espinoza.onzalez@una.cr, yuri.morales.lopez@una.cr

Pensamiento algebraico

Educación Primaria y Secundaria

Resumen: El estudio que presentamos se desarrolla en el contexto del razonamiento algebraico en Costa Rica, particularmente dentro del enfoque funcional. El objetivo de esta investigación es identificar las representaciones utilizadas por estudiantes de 10 años para representar la solución de un problema que involucra la función f (x) = 4x. Se consideró una investigación descriptiva transversal en un colegio privado de una zona urbana de Costa Rica. Entre los resultados más importantes está que los estudiantes de 10 años utilizan la representación numérica natural y simbólica.

Palabras claves: Pensamiento funcional, Educación primaria, Educación Secundaria, Representaciones.

1. Introducción

Diversos autores (Blanton y Kaput, 2011; Carpenter, Franke y Levi, 2003) han resaltado la importancia de introducir el pensamiento algebraico desde la educación primaria, específicamente el pensamiento funcional, que implica establecer relaciones entre cantidades variables. Este enfoque, definido como la capacidad de construir, describir, representar y reflexionar sobre funciones, permite a los estudiantes de primaria utilizar representaciones diversas para expresar relaciones funcionales. Estudios indican que el dominio gradual de estas herramientas es esencial para el desarrollo matemático a largo plazo. El presente estudio explora el uso de estas representaciones en estudiantes de 10 años, a través de la función $f(x) = 4x$.

2. Marco conceptual

El álgebra temprana busca desarrollar el razonamiento algebraico a partir de los primeros años de la escuela primaria. Schliemann, Carraher y Brizuela (2011) sostienen que esta área de estudio '(...) busca fortalecer y agregar profundidad al plan de estudios ayudando a profesores y estudiantes a representar y reflexionar sobre las relaciones entre conjuntos de números, en lugar de centrarse únicamente en el cálculo' (p. 16).

Para expresar la relación funcional, los estudiantes pueden utilizar la representación (a) pictórica: alguna forma de dibujo o gráfica (Cañadas y Figueiras, 2007); (b) verbal: lenguaje cotidiano (palabras y oraciones); (c) simbólico: números y letras relacionados sintácticamente. Cuando se utilizaron números (operaciones y resultados) la representación se consideró numérica simbólica, mientras que el uso de números, letras y operaciones para generalizar se clasificó como simbólica algebraica; (d) Brenner, Mayer, Moseley, Brar, Durán, Smith y Webb (1997) dicen que un gráfico, no implica necesariamente un cumplimiento estricto de la convención al resolver un problema que involucra una función lineal. Esos autores sostienen que para que un gráfico se considere así, sus ejes deben tener una escala y la relación lineal presente en el problema debe ser visible; (e) Van Somersen, Reimann, Boshuizen y de Jong (1998) afirman que una representación múltiple es aquella en la que se utilizan dos o más representaciones previas.

3. Metodología

Como estudio descriptivo y transversal, se pretende tomar "una instantánea de la población en un momento dado" (Cohen y Manion, 1990, p. 103). Se hace un análisis mixto de las respuestas y representaciones que han utilizado.

El estudio se realizó con estudiantes de una escuela privada en un barrio urbano de Heredia, Costa Rica. Se eligieron de forma no aleatoria dos grupos, 25 estudiantes de cuarto año (de 10 años) y 16 de sétimo año (de 13 años), para un estudio en profundidad diseñado para recopilar información valiosa (Quinn, 1988). Sin embargo, en este reporte se mostrarán solo los resultados de los estudiantes de primaria.

La tarea consistió en un problema contextualizado para su generalización. que involucra la relación funcional $f(x) = 4x$. El contexto fue la compra de mesas y sillas, en el cual se debía adquirir cuatro sillas por mesa. Partiendo de esa premisa se pidió a los estudiantes que completaran una serie de tablas (gráficos) con valores cercanos y lejanos (Stacey, 1989).

La información se clasificó según la representación utilizada para representar la relación en: pictórico, verbal, simbólico numérico, simbólico algebraico, gráfico y múltiple. La representación tabular no se considera en esta investigación porque en las hojas de trabajo algunas de las preguntas hacían referencia a completar una tabla ya construida.

Posteriormente, la información recogida se organizó de la siguiente manera: a cada cuestionario se le asignó un código para especificar el año de escolaridad, es decir, los cuestionarios de cuarto año se codificaron 4-1, 4-2,…, 4-24, 4-25.

3. Resultados

La siguiente tabla resume los sistemas de representación utilizados por los estudiantes de cuarto año:

Tabla 1. Formas de representación de los estudiantes de cuarto año

Representación	*Porcentaje*	*Representación*	*Porcentaje*
Pictórico	44%	Simbólico algebraico	0
Verbal	64%	Gráfico	44%
Simbólico numérico	64%	Múltiple	4%

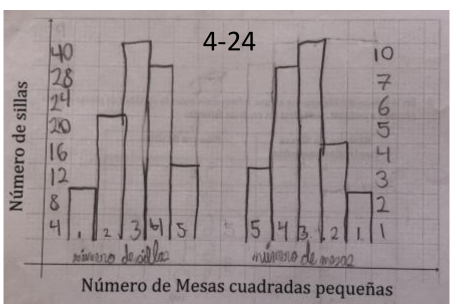
Notas: Elaboración propia con datos de la investigación

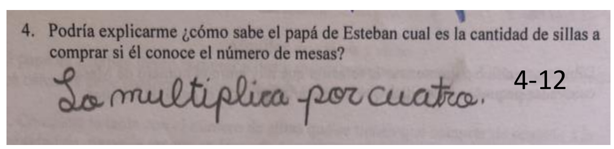
La representación simbólica algebraica no fue utilizada por los estudiantes, mientras que todas las demás representaciones se evidencian en el proceso de resolución de problemas. Como muestra la tabla, los dos tipos de representación más utilizados por los estudiantes de cuarto año fueron la verbal y la simbólica numérica. También revela que el 44% de los niños de 10 años utilizó representación pictórica y el 44% gráfica.

Sólo tres estudiantes (4-5, 4-17 y 4-18) no lograron representar la relación funcional presente en el problema.

La siguiente figura evidencia dos representaciones: la del estudiante 4-24 que utilizó una representación pictórica y el estudiante 4-12 que utilizó la verbal.

Figura 1. Ejemplo de representación pictórica y verbal utilizadas por los estudiantes. 4-24 y 7-12





Fuente: Datos de la investigación

Los estudiantes 4-24 establecieron la relación abscisa-ordenada a través de un 'intermediario', las casillas 1, 2, 3, 4 y 5, dibujadas tanto para el número de sillas como para el número de mesas. En el caso de las mesas, emparejó el cuadro 4 con el número 7, por ejemplo, y como el cuadro 4 emparejó de manera similar con 7 en el diagrama de número de sillas, el resultado fue 28. Por otro lado el estudiante 4-12 expresa "lo multiplica por cuatro", donde se observa el uso de la representación verbal. El 40% de los niños utilizaron este tipo de frases clave.

El 64% de los estudiantes usaron la representación simbólica numérica para expresar la relación funcional con ejemplos específicos, como 4x1=4, 4x2=8, 4x3=12, etc.

Por otro lado, el 44 % de los estudiantes utilizaron la representación gráfica según Brenner y otros (1997). En la Figura 2 se observa un ejemplo.

Figura 2. Ejemplo de representación gráfica del estudiante 4-4

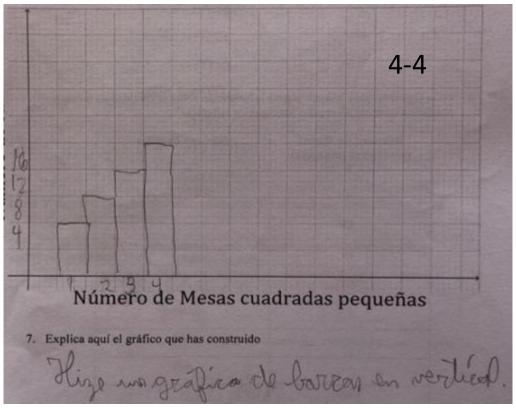
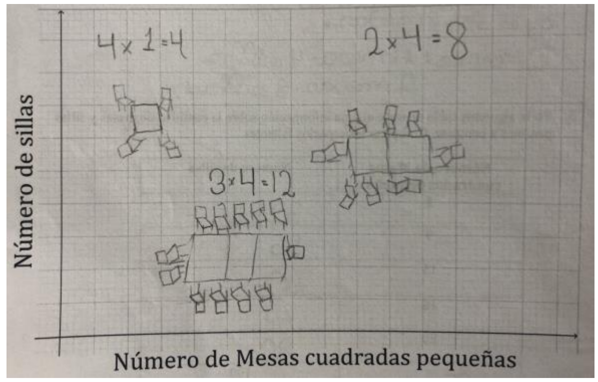


Figura 3. Ejemplo de múltiples representaciones del estudiante 4-13



Fuente: Datos de la investigación

Como se observa en la Figura 2, el estudiante 4-4 dibujó barras verticales de un tamaño acorde con el producto de la multiplicación y mostró los valores de las abscisas. Es claro el uso de conocimientos en estadística para llegar a este tipo de representación.

Las múltiples representaciones se pueden observar en la Figura 3. Aquí podemos ver cómo el estudiante 4-13 utiliza representaciones pictóricas y simbólicas.

4. Conclusiones

El 48% de los niños utilizaron tres tipos de representación. La tripleta más utilizada por los estudiantes fue verbal-numérica-simbólica-pictórica.

Aunque este es el primer estudio realizado en Costa Rica sobre el tema, en la literatura internacional se pueden encontrar numerosos artículos sobre los elementos más destacados del pensamiento funcional, y especialmente sobre cómo los niños representan las relaciones funcionales (Pinto y Cañadas, 2019).

Los presentes hallazgos son consistentes con el estudio de Cooper y Warren (2011), que proporcionó a los estudiantes la capacidad de utilizar diferentes tipos de representación para resolver situaciones cambiantes del mundo real. El uso preferencial de la representación simbólica verbal y numérica por parte de los estudiantes de cuarto año observado aquí es consistente con los hallazgos reportados por Pinto y Cañadas (2019), quienes encontraron que la mayoría de los estudiantes de tercer año entrevistados también utilizaron esos dos tipos de representación.

4. Referencias bibliográficas

Blanton, M. y Kaput, J. (2011). El pensamiento funcional como ruta hacia el álgebra en los grados de primaria. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Algebraización temprana* (págs. 5-23). Berlín, Alemania: Springer-Verlag.

Brenner, M., Mayer, R., Moseley, B., Brar, T., Durán, R., Smith, B. y Webb, D. (1997). Aprender mediante la comprensión: el papel de las representaciones múltiples en el aprendizaje de álgebra. *Revista estadounidense de investigación educativa. Vol 34* , n.º 4, 663-689.

Cañadas, M.; Figueiras, L. (2011) Uso de representaciones y generalización de regulaciones de productos . *Infancia y Aprendizaje 34* (4), 409-425.

Carpenter, TP, Franke, ML y Levi, L. (2003). *Pensar matemáticamente: integrando aritmética y álgebra en la escuela primaria* . Portsmouth: Heinemann.

Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa* . Madrid, España: La Muralla.

Cooper, T. y Warren, E. (2011). Capacidad de generalización de los alumnos de 2º a 6º año: modelos, representaciones y teorías para la enseñanza y el aprendizaje. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Algebraización temprana* (págs. 187-207). Berlín, Alemania: Springer-Verlag.

Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2019). Generalizaciones de alumnos de tercer y quinto grado dentro de un enfoque funcional del álgebra temprana. *Revista de investigación en educación matemática, 31* (1), 1-22. doi: https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2 .

Quinn M. (1988). *Métodos de evaluación cualitativa* , Beverly Hills, CA: Sage Publications. Cª

Schliemann, AD, Carraher, DW y Brizuela, BM (2011). *El carácter algebraico de la aritmética: de las ideas de los niños a las actividades del aula* . Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Stacey, K. (1989). Encontrar y utilizar patrones en problemas de generalización lineal. *Estudios Educativos en Matemáticas, 20* , 147-164.

Van Someren, MW, Reimann, P., Boshuizen, HPA y de Jong, T. (Eds.). (1998). *Aprendizaje con múltiples representaciones* . Ámsterdam, Países Bajos: Pérgamo.

REALIDADES EDUCATIVAS DE LA REGIÓN BRUNCA PARA LA FORMACIÓN DE EDUCADORES MATEMÁTICOS DE LA SSUR

Elizabeth Díaz Gutiérrez; Kenneth Esquivel Murillo; Angie Vega Vega

Universidad de Costa Rica

Costa Rica

elizabeth.diaz@ucr.ac.cr, kenneth.esquivelmurillo@ucr.ac.cr, angie.vegavega@ucr.ac.cr

Recursos curriculares y diseño de tareas en la educación matemática

Universidad

Resumen:

A continuación, se presentan las primeras reflexiones en torno a la etapa diagnostica del Proyecto ED-3691 Formación Continua de docentes de Matemática de la Dirección Regional de Coto. El trabajo se realiza en dos instituciones educativas de la Dirección Regional de Coto, ubicadas en la región Brunca. La metodología corresponde a una investigación-acción de carácter social, en la que se utilizan diferentes medios para recolectar información, por lo tanto, la inmersión de las personas investigadoras en el campo es inherente del trabajo realizado. Entre los primeros hallazgos se destacan aspectos socioculturales que podrían influir en la forma en la que se comprende la enseñanza y aprendizaje de la matemática en estos contextos particulares, por lo tanto, inciden en la formación de personas educadoras matemáticas.

Palabras claves: Formación de personas educadoras matemáticas, investigación acción, elementos socioculturales, Región Brunca.

1. Introducción

El siguiente trabajo se desprende del Proyecto ED-3691 Formación Continua de docentes de Matemática de la Dirección Regional de Coto, el cual se desarrolla en la Sede Regional del Sur de la Universidad de Costa Rica (SSur). El objetivo específico al cual se hace referencia corresponde a identificar algunos elementos teórico-prácticos, con base en la realidad educativa de dos instituciones de la Dirección Regional de Coto, el Liceo Nocturno de San Vito y el Liceo Rural San Rafael Norte, para la toma de decisiones en la formación de las personas de la carrera Educación Matemática. El proyecto ha concluido su primera etapa diagnóstica, y de ahí se han identificado elementos importantes para reflexionar en los diferentes cursos de la carrera que van desde lo teórico hasta lo práctico, así como sugerencias para la realización de las Horas Práctica Profesional (HPP).

2. Antecedentes

La Región Brunca se ubica al sur de Costa Rica y contempla los cantones de Osa, Golfito, Corredores, Coto Brus, Buenos Aires y Puerto Jiménez, de la provincia de Puntarenas, y el cantón de Pérez Zeledón, correspondiente a la provincia de San José. Dada su ubicación y desarrollo histórico, Amador *et al.* (2011) afirma que la Región Brunca alberga la mayor diversidad étnica de Costa Rica, en la que se identifican más de la mitad de los pueblos indígenas del país, una comunidad de origen italiano, residente en San Vito de Coto Brus, migrantes de Chiriquí Panamá y de Nicaragua.

Desde hace más de una década el Ministerio de Planificación Nacional y Política Económica (MIDEPLAN) advirtió que la región evidencia un ingreso medio inferior al de otras zonas (MIDEPLAN, 2014), posteriormente, Espinoza (2022) expone que alrededor del 55% de estos hogares se catalogan en pobreza extrema, actualmente, el Consejo Nacional de Rectores (CONARE) concluye que la Región Huetar Caribe y la Brunca, persisten como las más pobres del país (CONARE, 2024). Aunado a lo anterior, Morales (2022) advierte que en la Región Brunca se detectan importantes rezagos en infraestructura, turismo, producción y en el nivel educativo de las personas laboralmente activas.

Particularmente, en el tema de educación, el MIDEPLAN (2014), revela que hay discrepancias entre la cantidad y calidad de los servicios educativos ofrecidos en la región, en comparación con el resto del país. Al respecto, CONARE (2021) identifica obstáculos, en términos de cobertura y calidad, que impiden el avance y el logro de los objetivos nacionales, en materia educativa. Recientemente, CONARE (2023), señala que, en la Región Brunca, el nivel promedio de escolaridad es menor en comparación con la Región Central, lo que se traduce en desigualdades que influyen en el acceso de personas jóvenes a la educación superior.

En el caso de la disciplina de Matemáticas, CONARE (2023), revela que hay importantes rezagos a nivel nacional en términos de habilidades requeridas en esta materia para tener acceso a la educación universitaria, entre las causas se ubican los apagones educativos, caracterizados por los cierres prologados y condiciones de acceso disímiles que han impactado de manera diferenciada a las personas estudiantes. Entre ellos se mencionan la huelga de educadores del 2018, las huelgas intermitentes de sindicatos y estudiantes del 2019 y los 242 días de suspensión nacional de lecciones y suspensión de clases presenciales a causa de la COVID-19. En este sentido, la Región Brunca se vio particularmente afectada, ya que

> Se tienen amplios y diversos grupos de estudiantes rezagados: las personas de la educación especial, las que asisten a modalidades abiertas, la población indígena, los cientos de miles con poca o nula conectividad, las niñas y niños que asisten a preescolar. (CONARE, 2021, p. 19)

Con base en lo mencionado y posterior a un estudio de factibilidad administrativa y pertinencia académica, en la SSur, se evidenció la necesidad de apoyar a la Región Brunca en la formación de personas profesionales en Educación Matemática, que pudieran ofrecer respuestas contextualizadas a las problemáticas en torno a la enseñanza y aprendizaje de la disciplina.

Como parte de la formación académica, las personas estudiantes de Educación Matemática deben realizar al menos 322 HPP en diferentes niveles educativos del sector público, este trabajo de campo se da de manera paulatina y le permite a la futura persona profesional construir sus trabajos académicos con base en situaciones del contexto para dar respuesta a algunas de las necesidades detectadas.

3. Metodología

El proyecto en el que se enmarca esta ponencia corresponde a una investigación-acción de carácter social. Lo anterior, pues la investigación – acción se basa en "comprender y resolver problemáticas específicas de una colectividad vinculadas a un ambiente (grupo, programa, organización o comunidad), (…), aportar información que guíe a la toma de decisiones y (…) propiciar el cambio social" (Hernández *et al.*, 2014, p. 496). Así, se busca recopilar y analizar datos cualitativos que permitan orientar la toma de decisiones en la formación de las futuras personas matemáticas.

En particular, en el proceso de exploración de los elementos contextuales, se hace uso de técnicas de recolección de información como: entrevistas semiestructuradas, grupos focales y observaciones con participación pasiva, considerando como personas informantes a diversos actores directamente involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas del alumnado. A continuación, se presenta un esquema que resume las técnicas seleccionadas según las respectivas personas informantes:

Figura 1. Esquema técnicas de recolección de información

Entrevistas semiestructuradas	•Asesor de la Dirección Regional de Coto. •Personas directoras de Liceo Rural San Rafael Norte y Colegio Nocturno de San Vito. •Persona docente del Liceo Rural San Rafael Norte.
Grupo focal	•Personas docentes del Liceo Nocturno de San Vito.
Observaciones con participación pasiva	•De lecciones de Matemática en el Liceo Rural San Rafael Norte. •De lecciones de Matemática en el Colegio Nocturno de San Vito. •De actividades institucionales como actos cívicos en el Colegio Nocturno de San Vito.

Fuente: Elaboración propia.

Los primeros dos medios permiten recopilar información en torno a las dificultades y necesidades que suelen enfrentarse, los recursos con los que cuentan las instituciones y los temas y niveles considerados como prioritarios por parte de las personas docentes. Razón principal por la cual se decide hacer uso de guías de tópicos y preguntas generales, procurando fomentar la interacción y profundización de las respuestas por parte de las personas participantes (Hernández *et al.*, 2014).

Por otro lado, las observaciones con participación pasiva, en las que las personas observadoras se encontraban presentes en las clases sin interactuar, se centran en identificar características específicas de la población estudiantil, comprender las dinámicas a las que responden según la diversidad de orígenes culturales, las actitudes y comportamientos que suelen tener en las clases de matemáticas, así como el uso que suelen dar a los diversos recursos y materiales.

En la realización de estas actividades, se registró la información por medio de un diario de campo, el cual funcionará como insumo para el análisis posterior de los datos y permitirá reflexionar en torno al papel de las personas investigadoras durante este proceso. En concordancia con lo anterior, como parte de la evaluación hacia las personas proponentes del proyecto y de las labores realizadas, se construyó a modo de cierre de la etapa diagnóstica, una lista de cotejo con el fin de contrastar el plan previamente trazado y las acciones llevadas a cabo. Lo cual permitirá tomar decisiones en torno a las siguientes etapas del proyecto.

4. Primeros hallazgos

A partir de la información obtenida durante la etapa diagnóstica del proyecto, se evidencian importantes implicaciones para la formación de personas educadoras matemáticas en la SSur. Uno de los principales aspectos hace referencia a las diferencias culturales propias de la región, las cuales impactan las decisiones didáctico-matemáticas que deben tomar las personas docentes. Un ejemplo claro es el caso del Liceo Rural San Rafael Norte, donde las interacciones en clase reflejan divisiones de género impulsadas por prácticas culturales de los pueblos indígenas. Reconocer y abordar estas particularidades previo al diseño de talleres resulta esencial para ajustar las teorías educativas a las realidades locales.

Asimismo, se ha identificado que el tiempo efectivo para el desarrollo de clases se ve afectado por factores como la ubicación de las instituciones educativas y los medios de transporte disponibles para su acceso, condiciones climatológicas, factores socioeconómicos que originan que el estudiantado se ausente de las clases regulares para poder cumplir con compromisos laborales, entro otros. Lo anterior, genera una presión adicional a las personas docentes en torno al cumplimiento de los contenidos curriculares establecidos por los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP).

Además, la carencia de material didáctico contextualizado es un obstáculo recurrente señalado por personas docentes de ambas instituciones. La elaboración de recursos específicos, adaptados a la realidad educativa de la zona y la modalidad, podría favorecer la enseñanza de algunos temas y garantizar una experiencia de aprendizaje más significativa para el alumnado.

En conclusión, los resultados obtenidos en esta primera etapa permiten delinear elementos teórico-prácticos esenciales para orientar la formación de personas educadoras matemáticas en la SSur y la ejecución de las HPP. Estos hallazgos subrayan la importancia de construir un perfil profesional que responda a las características culturales, pedagógicas y logísticas de la zona, promoviendo una educación matemática de calidad y contextualizada. Así, este proyecto proporciona un diagnóstico inicial de la situación y establece una base para continuar reflexionando y desarrollando estrategias educativas específicas en el área de matemáticas, con el potencial de generar un impacto positivo en las comunidades locales de la Región Brunca.

Referencias bibliográficas

Amador, M., Sánchez, J., Arguedas, M., Araya, R., Guevara, F., Maroto, D., Sánchez, J. y Vargas, F. (2011). *Estudio Regional sobre el Desarrollo Local de los Cantones (Trans) Fronterizos del Pacífico Sur de Costa Rica.* UNED.

Espinoza, X. (2022). *Informe final de gestión*. Instituto Mixto de Ayuda Social. https://n9.cl/8ro09j

Consejo Nacional de Rectores, Programa Estado de la Nación (2021). *Séptimo Estado de la Educación 2021*. San José, Costa Rica. https://n9.cl/wyenm

Consejo Nacional de Rectores, Programa Estado de la Nación (2023). *Noveno Estado de la Educación 2023*. San José, Costa Rica. https://n9.cl/jq2cq

Consejo Nacional de Rectores, Programa Estado de la Nación (2024). Estado de la Nación 2024. San José, Costa Rica. https://n9.cl/5dbnb5

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill; Interamericana Editores S.A. https://n9.cl/l0j5h

Ministerio de Planificación Nacional y Política Económica (2014). *Región Brunca. Plan de Desarrollo 2030*. San José, Costa Rica. https://n9.cl/czkdf

LAS CÓNICAS Y SUS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS

Celeste Anahy Espinales Gálvez
Universidad de San Carlos de Guatemala
Guatemala
celestegalvez21@gmail.com

Enseñanza de las matemáticas y prácticas educativas

Secundaria

Resumen: El presente trabajo aborda la enseñanza de las cónicas en el nivel de bachillerato en Guatemala, planteando un enfoque didáctico basado en la teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval. Ante la prevalencia de métodos que priorizan los cálculos algebraicos, se propone integrar representaciones algebraicas, gráficas y tangibles para mejorar la comprensión conceptual de las cónicas. La metodología incluyó el uso del software GeoGebra para construir las cónicas como lugares geométricos y actividades prácticas de manipulación, como el uso de papel calco, para generar representaciones tangibles. Los resultados evidencian que los estudiantes no solo lograron relacionar las representaciones con las propiedades geométricas de las cónicas, sino que desarrollaron una comprensión más profunda de sus características algebraicas.

Palabras claves: Cónicas, representaciones semióticas, aprendizaje.

1. Introducción: En Guatemala, la enseñanza de la geometría analítica se establece dentro del Currículum Nacional Base en el grado de cuarto bachillerato. Sin embargo, por lo general, esta se enseña en el quinto grado y no de la forma adecuada. González (2003) menciona que por lo general cuando esta se enseña, los y las estudiantes son arrojados a un mundo de cálculos en donde se desligan las situaciones geométricas de sus modelos algebraicos.

Ante esta problemática, resulta imprescindible implementar enfoques didácticos innovadores que integren diferentes representaciones matemáticas, más allá de la algebraica. Inspirada en la teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval, este trabajo propone una práctica educativa que articula representaciones algebraicas, gráficas y tangibles para facilitar el aprendizaje de las cónicas. Según Duval (1999), los objetos matemáticos no son accesibles a la percepción directa, lo que hace esencial el uso de representaciones diversas para conceptualizarlos y comprenderlos a totalidad. Este enfoque busca superar las barreras tradicionales en la enseñanza de la geometría analítica, promoviendo un aprendizaje más profundo y significativo.

2. Marco Teórico

2.1. Representaciones Semióticas: El fundador de la Teoría de Representaciones Semióticas (TRS), es el psicólogo, filósofo y profesor Raymond Duval. Para él, "el aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas" (Duval, 1999, p.4). Además, añade que esas actividades cognitivas requieren utilizar sistemas de expresión y de representación diferentes a los del lenguaje natural o las imágenes. Hace falta recurrir a diversas formas de escritura numeral y notaciones simbólicas como la algebraica, las cuales permiten expresar relaciones y operaciones variadas.

2.1.1. Procesos cognitivos de los registros de representación

Formación:

Es la primera actividad cognitiva, esta implica seleccionar el conjunto de caracteres que constituirán lo que se quiere representar (Duval, 1999). La formación, implica la capacidad de reconocer ante qué tipo de representación se enfrenta. Es decir, si se presenta una ecuación de circunferencia, automáticamente el cerebro debe hacer alusión a que esa es una representación algebraica, los mismo si se presenta en cualquiera de los otros registros de representación.

Tratamiento:

El tratamiento se refiere a las transformaciones que sufre una representación dentro del mismo registro. O bien, en palabras de Aguilar, Sánchez y Salgado (2022) se da cuando se transforman las representaciones de acuerdo con las reglas del mismo sistema, para obtener otras que constituyan ganancia de conocimiento en comparación con las iniciales.

Tratar una representación, puede implicar para el estudiante cierto grado de dificultad. Sin embargo, esto depende del tipo de tratamiento que se dé.

Por ejemplo, si se tiene una ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria como: $(x+2)^2+(y-3)^2=4$, esta puede tratarse y transformarse a su forma desarrollada, $x^2+y^2+4x-6y+9=0$. Por lo general, ese constituye un proceso considerado no muy difícil para los estudiantes de bachillerato.

Ahora, si se necesita realizar el procedimiento contrario, y dada una ecuación desarrollada se necesita transformar en su forma ordinaria, deben seguirse los siguientes pasos:

$x^2+y^2+4x-6y+9=0$

$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = -9 + 9 + 4$, *reordenar y completar cuadrados.*

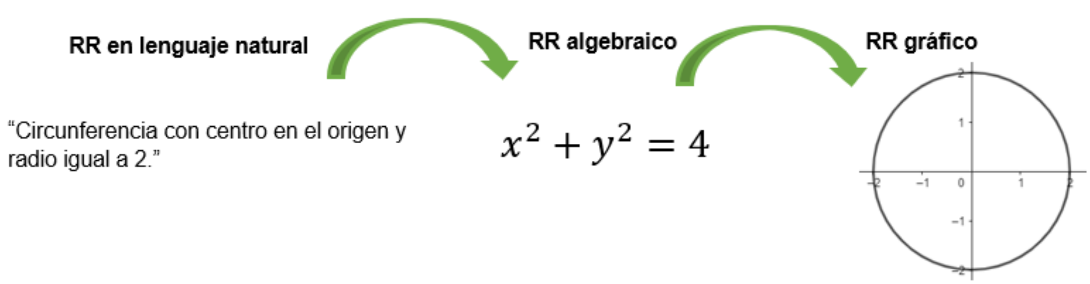
$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$, factorizar trinomios, reducir términos.

Aunque ambos procedimientos hacen referencia a un tratamiento, ya que, se realizan dentro del registro de representación algebraico, su grado de dificultad no es el mismo. Si bien, el primero no se considera difícil, por lo general, el segundo sí. Esto se debe a que, para realizarlo, el estudiante necesita aplicar más conocimientos que en el caso del primero. Entonces, no puede afirmarse que todos los tratamientos requieren o implican el mismo esfuerzo cognitivo, sino, eso dependerá del sentido en el que se realicen, y también, de la cantidad de conocimientos previos necesarios para elaborarse.

Conversión:
La conversión, es la transformación que se hace de un registro de representación hacia otro. Es una transformación externa correspondiente al registro de la representación de salida (Duval, 1999).

Más allá del tratamiento, en base a las ideas de Duval (2006), es la conversión, el proceso transformación de una representación de un registro hacia otro, la que constituye la piedra de tope en la comprensión, una brecha que los y las estudiantes no pueden sobrepasar de manera exitosa.

Figura 1: Conversión entre representaciones de una circunferencia



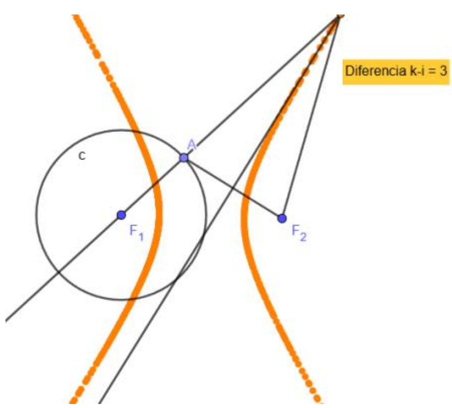
Fuente: Elaboración propia.

De manera que, el ideal de la educación matemática es que el y la estudiante, al ver cualquiera de las tres representaciones, sea capaz de entender que se trata del mismo objeto matemático, e, interiormente pueda hacer la abstracción y análisis en función de sus otras representaciones. Es decir, que pueda utilizarlas todas para establecer relaciones y de esa manera, comprender a totalidad las características del objeto. Sin embargo, usar simultáneamente varios registros de representación, y aún más, establecer conexiones entre ellos, es una tarea muy difícil y depende de muchos factores.

Por esto, es necesario que, al enseñar la geometría analítica, se tomen en cuenta dentro de la planificación los procesos que Duval establece, y, además, se manejen ejemplos y ejercicios que promuevan en los y las estudiantes una coordinación interna entre distintos registros de representación, para que desarrolle la capacidad de pasar de una a otra de manera casi instantánea, lo cual, es señal indudable de comprensión. Porque, no puede afirmarse que el objeto matemático se ha estudiado profundamente si no se trabaja como mínimo con dos representaciones semióticas del mismo (Socas, 2007).

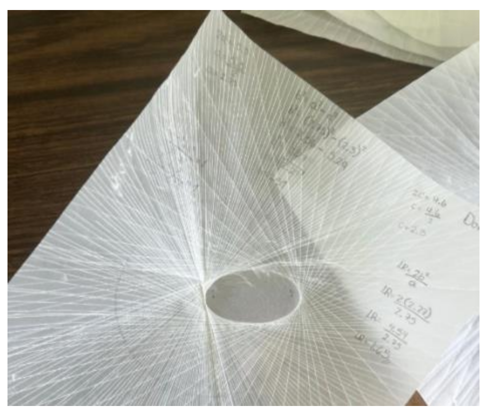
3. Metodología: Primero, con ayuda del software GeoGebra, se construyó cada una de las cónicas a partir de su definición como lugar geométrico, con el fin de observar cómo estas se originan. Posterior al estudio de cada una mediante el uso articulado de diversas representaciones: algebraica, gráfica y descripciones verbales, los y las estudiantes realizaron una actividad de manipulación tangible que consistió en la construcción de las cónicas mediante dobleces usando hojas de papel calco.

Figura 3: Hipérbola como lugar geométrico



Fuente: Elaboración propia.

Figura 2: Elipse en papel calco



Fuente: Elaborado por estudiante.

4. Resultados: Con la actividad, no solo fueron capaces de generar las cónicas por sí mismos y seguirlas comprendiendo como lugar geométrico, sino también, de comprobar relaciones importantes como la que existe entre el vértice, foco y parámetro “p” en la parábola; medir el eje mayor y menor en la elipse para luego determinar su ecuación, o bien, usar la medida del eje transverso o el eje conjugado de la hipérbola para establecer su representación algebraica.

5. Reflexiones: La aplicación de las representaciones semióticas fue crucial para promover una aprehensión correcta del contenido. Cambiar el enfoque de presentarlas como algo ya elaborado, a presentarlas desde su definición como lugar geométrico, contribuyó a la comprensión de cada cónica como objeto matemático y, por ende, les facilitó estudiar sus representaciones algebraicas, puesto que, entendieron cómo estas se originan y no solo las memorizaron. Esto es clave para la formación de futuros docentes, implementar actividades que permitan al estudiante experimentar y aplicar estrategias que promuevan una conexión entre teoría y práctica, especialmente cuando se trata de temas que requieren de mucha abstracción como la geometría analítica.

6. Referencias bibliográficas

Aguilar, T., Sánchez, J., Salgado, D. (2022). Aprendizaje de números racionales a partir de representaciones semióticas. *Revista Chilena de Educación Matemática, 14*(2), 69-99. https://www.sochiem.cl/revista-rechiem/index.php/rechiem/article/view/102/74

Duval, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano, Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Peter Lang S.A. https://www.scribd.com/document/561444974/Semiosis-y-Pensamiento-Duval

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9*(1), 143-168. https://skat.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representación.pdf

González, P. (2003). Los Orígenes de la Geometría Analítica. Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el Enfoque Lógico Semiótico [Seminario de Investigación]. Investigación en educación matemática XI, 19-52. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). https://www.seiem.es/docs/actas/11/Actas11SEIEM.pdf

EL PAPEL DE LA EMPATÍA EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA

Gerardo Antonio Arroyo Brenes

Universidad Técnica Nacional

garroyo@utn.ac.cr

Colegio Técnico Profesional Mercedes Norte (Ministerio de Educación Pública)

gerardo.arroyo.brenes@mep.go.cr

Temática de la propuesta: **Afectividad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**

Nivel educativo de la propuesta: **Secundaria (12 a 18 años)**

Resumen:

Es pertinente construir el aprendizaje a partir de las emociones, integrando aspectos cognitivos, donde la empatía entre el docente y los estudiantes surja de forma natural, sencilla, sin ser forzada, propiciando un papel del docente como motivador e inspirador en la vida de los estudiantes. La pedagogía de la ternura abriga esto y le da las herramientas necesarias a los mediadores pedagógicos para cumplir con los objetivos que se plantean al inicio de cada ciclo lectivo. Las clases de matemáticas en secundaria pueden resultar una pesadilla para muchos estudiantes, ya sea por la naturaleza abstracta y compleja de los conceptos que se enseñan o por la forma en estos se presentan, algunas personas estudiantes pueden sentirse abrumados e incluso desmotivados a la hora de intentar adquirir los conocimientos o hahilidades e incluso asociarlos con otros adquiridos previamente. La empatía puede convertirse en una herramienta poderosa para combatir estas barreras y creencias que no los deja avanzar.

Palabras claves: Matemática, empatía, inteligencia emocional, pedagogía.

Introducción

La enseñanza de la matemática cuando se realiza mediante procedimientos algorítmicos descontextualizados, sin tener en cuenta su aplicabilidad en la vida cotidiana, a través de fórmulas aprendidas memorísticamente; dicha situación genera que se repitan los patrones enseñados previamente y muchas veces sin preguntarse para qué sirven. De ahí que es importante poner en práctica una educación para la vida, humanista, que permita vincular los contenidos con la experiencia vital de cada aprendiente, tal como lo señalan Sigüenza, Calle e Iza (2021):

> El aprendizaje desde la mirada humanista es direccionado a las diferentes áreas de importancia en la vida cotidiana, como el ámbito de la economía, la que busca a través de los conocimientos puestos en práctica formar ciudadanos que tomen

> decisiones informadas respecto a temas económicos y financieros que impacten en sus proyectos de vida con calidad y sostenibilidad. Es así, como en los docentes de las áreas de Matemáticas y de Ciencias Sociales recae la responsabilidad de formar en competencias y desarrollar habilidades numéricas en sus estudiantes. Es necesario resaltar que todas las demás áreas específicas son también relevantes para el desarrollo de las competencias, en tal sentido pueden ser utilizados los problemas que se generan en la comunidad. (p. 97)

Marco Teórico

El término "Inteligencia Emocional" utilizado por primera vez en 1990 por los psicólogos Peter Salovey de la Universidad de Harvard y John Mayer de la Universidad de New Hampshire; se empleó para descubrir las cualidades emocionales que parecen tener importancia para el éxito (Casas, 2003). Es relevante resaltar este término para contextualizar, ya que hablar de inteligencia emocional se puede vincular a otros términos como la empatía, la expresión y comprensión de los sentimientos, la capacidad de adaptación, la simpatía, la cordialidad, la amabilidad, el respeto, entre otros.

Con base en lo anterior, cabe destacar como lo afirma Goleman (1999) que "la conciencia de uno mismo es la facultad sobre la que se erige la empatía, puesto que, cuanto más abiertos nos hallemos a nuestras propias emociones, mayor será nuestra destreza en la comprensión de los sentimientos de los demás" (p.115), es decir, se debe estar atento a los signos que muestra la población estudiantil, por eso es importante el diagnóstico inicial, que no debe estar enfocado solo desde el punto de vista de conocimientos, sino que debe tomar en cuenta las emociones.

Para Maturana y Bloch (1985) "La ternura acoge, cuida, envuelve sin limitar, abre espacios porque amplía la visión; la ternura no exige. En la ternura se está desde sí mismo con el otro, y se acepta al otro como surge en la relación" (p.235). Por tales motivos, una educación con ternura, pero en un ambiente donde lo que predomina es una cultura alejada de los sentimientos y donde prevalecen los resultados inmediatos, más que la paciencia y la inteligencia emocional no favorece el desarrollo pleno de la persona ni posibilita el encuentro en espacios sanos y alegres.

La educación basada en la ternura debe producir seres humanos más conscientes del mundo que los rodea, sabiendo que las aulas están llenas de rostros con huellas de maltrato físico y psicológico, encontrando en el espacio donde propicio para poder enfrentar sus miedos y motivados por un docente que sabe aprovechar sus habilidades en bienestar de sus estudiantes.

Motivación y el papel del docente en el desarrollo de habilidades de la matemática

La motivación en adolescentes se refiere al conjunto de procesos psicológicos y sociales que impulsan y dirigen el comportamiento de los jóvenes hacia ciertas metas o objetivos. En este sentido, la motivación es un aspecto crucial en el desarrollo y bienestar de los adolescentes, ya que les ayuda a mantener el interés y la persistencia en las tareas y actividades que emprenden.

Se debe tener en cuenta que las matemáticas influyen en todos los aspectos de la cultura humana, pues se usa prácticamente en todo, desde el simple hecho de cruzar una calle, allí aplican los conceptos de medición, cálculo, estimación, velocidad, entre muchos otros. Por esto, es necesario dotar a los estudiantes de capacidades para construir su conocimiento y a los docentes de habilidades para promover situaciones, actividades creativas y significativas de enseñanza-aprendizaje, que propicien que el alumno aprenda y, con ese aprendizaje, se alcancen habilidades matemáticas y es que el aprender matemática debería ser un acto libre que genere en los estudiantes felicidad.

A partir de lo anterior, es posible contar dos pequeñas experiencias en lo que respecta a la labor de aula, específicamente con sétimo año de secundaria , una referente a una actividad inicial para romper el "hielo", la idea era que los estudiantes se "soltaran" un poco y se empieza por preguntarles uno por uno sobre el ejercicio que estaba en la pizarra cuando se llega a una estudiante ella responde: "a mí no me pregunte, yo soy muy mala en matemática", ante este comentario, el docente indica: tranquila, es solo una opinión lo que se le está pidiendo, lo que diga está bien. Su cara cambió de semblante y respondió sin preocupaciones.

Bajo esta idea Sánchez, Corimayhua, Catacora y Chang (2021) describen de forma muy clara como es el sentir del docente, donde prevalece como centro la persona estudiante,

> Un maestro enseña con el corazón blando, muy tierno, totalmente sin rencores, con valores; un docente cura el sufrimiento, guía con ternura a sus estudiantes. Ha nacido y nace para reconocer a los niños y a las niñas, forma parte de ese grupo social, con el propósito de tomar decisiones más importantes y valederas para ellos, mejorando sus consideraciones y sus condiciones. (p.43)

El aula debe ser un lugar libre para aprender, donde la persona estudiante logre sentir valorada su opinión, además pueda construir su conocimiento sin miedo a equivocarse, ya que esto es parte de su proceso de aprendizaje. Esto lo afirma Sánchez, Corimayhua, Catacora y Chang (2021) citando a Carranza (2019), ya que para ellos la pedagogía de la ternura es una relación sana, especial entre maestro y alumno. "El maestro trabaja para fortalecer la autoestima de los estudiantes y enseñarles sentimientos de amor y ternura, para que sea una cadena y se repita de generación en generación". (p.43)

En consecuencia, el planteamiento de Alva (2018) permite comprender, con mayor detalle, qué es el rendimiento académico, a saber:

> Se puede decir que el rendimiento académico se ve influido por muchas variables interrelacionadas entre sí de manera compleja, lo cual dificulta las investigaciones al respecto, sin embargo, se puede señalar que en el rendimiento académico intervienen factores como el nivel intelectual, la personalidad, la motivación, las

> aptitudes, los intereses, los hábitos de estudio, la autoestima o la relación profesor-alumno. (p.75)

Todo lo expuesto, tiene mucha relevancia en la construcción del conocimiento, ya que estudiantes motivados trabajan mejor y logran construir nuevos saberes al superar sus limitaciones, romper sus creencias y disponerse a aprender y disfrutar del proceso de formación.

En cuanto a esto una estudiante que al hacerle una pregunta contesta: "yo no sé, y no quiero estar aquí", al igual que a la anterior, el docente le indica que esté tranquila… es solo su opinión y olvídese de lo que aprendió en la escuela, aquí no está su maestra de escuela, ahora está en el colegio, aquí las cosas van a ser diferentes, venimos a aprender y a divertirnos.

Después cuando se revisa la práctica, el docente encuentra el momento proporción para motivar y le solicita pasar a la pizarra con un ejercicio que ya le había revisado previamente, fue sorprendente lo motivada que estaba de resolver un ejercicio en la pizarra (su cara lo decía todo) y que estuviera bueno, esos momentos de empatía, donde su alegría fue la del docente, donde su aprendizaje fue la ilusión de otros compañeros.

En este punto, es imprescindible mencionar que Tamayo citado por Mato, Espiñeira y López (2017) quien expresa que "la función del maestro sería, sobre todo, favorecer la adaptación de las actividades y ejercicios que se realizan en la clase de matemáticas a las características propias de los estudiantes" (p. 93).

El camino hacia la empatía

No se puede dejar de lado la empatía dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que la persona estudiante al entender que sus acciones logran ser tomadas en cuenta, se forma una palanca que permite direccionar el trabajo de aula para lograr los objetivos fijados al principio.

La extensión empática es la única expresión humana que crea verdadera igualdad entre las personas. Cuando una persona siente empatía con otra, las distinciones se empiezan a desvanecer (Rifkin, 2010). Esto implica no solo meterse en los zapatos del otro, es caminar con ellos, sentir las emociones como nuestras para comprender la realidad de nuestros alumnos, puesto que entendiendo la realidad se logra hacer un buen planeamiento de clase que involucran sus emociones y sus formas particulares de aprender, al propiciar la dupla entre afectividad y empatía. La ternura acoge, cuida, envuelve sin limitar, abre espacios porque amplía la visión; la ternura no exige. En la ternura se está desde sí mismo con el otro, y se acepta al otro como surge en la relación

En esta misma línea, el solo el hecho de llevar una conversación autodestructiva, "yo no puedo hacerlo", "voy a pasar el tiempo haciendo esto para nada", entre otros pensamientos. Este diálogo interno puede provocar la aparición de reacciones ansiosas que determinan el aprendizaje. Si se piensa que no va a poder resolver un problema, lo más probable es que no pueda resolverlo, la mente es muy poderosa y usted mismo se ha puesto los límites.

De Faria (2008) citando a Gómez y Chacón (2000) define lo que se puede considerar una creencia en matemática de la siguiente forma: “el estudiante, al aprender matemáticas, recibe continuos estímulos asociados con las matemáticas que le generan tensiones. Su reacción emocional ante tales estímulos es positiva o negativa. Además, tales reacciones están condicionadas por sus creencias respecto a su propia persona y a las matemáticas y producen ciertas actitudes y emociones que influyen en sus creencias y formación” (p. 11).

Para Rifkin (2010) “se puede llegar a ser más empáticos interiorizando el estado emocional de otra persona o bien comparando su estado emocional con experiencias emocionales de nuestro pasado” (p. 115). Es importante compenetrarse emocionalmente con la comunidad de estudiantes, sin dejar de lado también la parte racional, porque ambas son complemento y permiten entender el quehacer de los aprendientes, además ayuda a comprender muchas de sus respuestas y definitivamente lleva a guiarlos en la búsqueda del dominio de habilidades matemáticas.

Las emociones están tan ligadas al razonamiento, por lo cual es difícil concebir uno sin el otro. Casas (2003) citando a Goleman (1999) dice que en cierto sentido tenemos dos cerebros, dos mentes y dos clases diferentes de inteligencia: la racional y la emocional”. Nuestro desempeño en esta vida lo determinan ambas, lo que importa no solo es el cociente intelectual, también el cociente emocional (p. 34).

Por otro lado, Casas (2003) comenta que hay otras características importantísimas, las cuales son la perseverancia unida al optimismo y a la esperanza, necesarias para enfrentar las propias limitaciones y frustraciones y también que sirvan de estímulo a los usuarios para enfrentar la adversidad; porque forjan cualidades como la adaptabilidad y la flexibilidad emocional fundamentales en la vida cotidiana caracterizada por la incertidumbre y lo impredecible (p. 34).

Conclusión

Un docente al igual que un doctor puede cometer con sus acciones malpraxis educativas que marcan de por vida a los estudiantes que tiene a cargo. La empatía juega un papel importante en la construcción de los conocimientos y puede catapultar a las personas estudiantes a potenciar las habilidades que adquiere. Todo docente debe hacer notar en su práctica educativa el desarrollo de la dimensión emocional, no por moda, sino para poder articular el conocimiento desde una visión más humana.

Los estudiantes no odian las matemáticas, lo que odian es sentirse confundidos, intimidados y expuestos en la clase; en realidad el problema está en cómo se enseña, es aquí donde entra a jugar la educación empática, donde ambos actores, docentes y estudiantes deben aportar para construir el conocimiento.

El ser humano requiere no solo de conocimiento racional sino también de la inteligencia emocional para desarrollar su práctica profesional y personal. Generar esa empatía que le permita comprender las diferencias entre lo cognitivo y lo emocional, aprendiendo que la diversidad de pensamiento y emociones es un lugar propicio para generar conocimiento en una sociedad cada vez más pluralizada.

Referencias bibliográficas

Alva, M. L. C. (2017). Autoestima, hábitos de estudio y rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Propósitos y representaciones, 5(1), 71-127.* https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5904759

Casas, G. (2003). La inteligencia emocional. *Revista Costarricense de Trabajo Social*, (15). https://revista.trabajosocial.or.cr/index.php/revista/article/view/108/121

De Faria, E. (2008). Creencias y matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6900

Goleman, D. (1999). Inteligencia emocional (29 edición). *Barcelona: Kairós*.

Mato, D., Espiñeira, E., y López, V. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles Educativos, 39*(158), 91-111. http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf

Maturana, H. y Bloch, S. (1985). Biología del emocionar y Alba Emoting. Santiago: Dolmen. https://knowledgeoflordy.files.wordpress.com/2013/01/177.pdf

Rifkin, J. (2010). La civilización empática. Barcelona: Paidós.

Sánchez, V., Corimayhua, I., Catacora, Y., y Chang, J. (2021). La pedagogía de la ternura: algunas reflexiones académicas. *Paidagogo*, *3*(1), 40-51. https://educas.com.pe/index.php/paidagogo/article/view/45/151

Siguenza, A., Calle, L. y Iza, Y. (2021). Vinculación de la enseñanza con la vida. Revista Sociedad & Tecnología , 4(S1), 91-105. https://institutojubones.edu.ec/ojs/index.php/societec/article/view/123/290

MEDIOS, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS EVALUATIVOS: PROPUESTA DE ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICA Y CHATBOTS

Verónica Parra[1,2]; Ana Rosa Corica[1,2]; Patricia Sureda[1,2], Silvia Schiaffino[2], Daniela Godoy[2]

[1]Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM), [2]Instituto Superior de Ingeniería de Software de Tandil (ISISTAN). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA)-Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Argentina

vparra@niem.exa.unicen.edu.ar, acorica@niem.exa.unicen.edu.ar, psureda@niem.exa.unicen.edu.ar, silvia.schiaffino@isistan.unicen.edu.ar, daniela.godoy@isistan.unicen.edu.ar

Evaluación en educación matemática.

Secundaria (12 a 18 años).

Resumen: Este trabajo analiza las evaluaciones sobre nociones de estadística, específicamente población y muestra, realizadas por tres futuros profesores de matemática y tres chatbots basados en modelos de Inteligencia Artificial (IA) generativa. Se comparan en términos de medios, técnicas e instrumentos evaluativos. Además, se explora la funcionalidad de los chatbots como asistentes para generar distintos tipos de evaluaciones. Los resultados evidencian diferencias significativas entre las evaluaciones, destacando la utilidad de los chatbots como herramientas valiosas, ya que permiten diseñar evaluaciones tanto tradicionales (por ejemplo, pruebas escritas) como no tradicionales (por ejemplo proyectos de investigación).

Palabras claves: evaluación, matemática, población y muestra, profesores en formación, chatbots.

Introducción.

La evaluación en Matemática se suele asociar únicamente a la calificación numérica y verificación de resultados, limitando su función a acreditar un curso o materia y promover a los estudiantes al siguiente año. Este enfoque reduce la evaluación a un instrumento para conocer qué sabe el estudiante, sin proporcionar información sobre cómo lo sabe, por qué lo sabe, qué no sabe o por qué no lo sabe (Prieto, 2008). En la actualidad, diversos investigadores en Didáctica de la Matemática han cuestionado este reduccionismo de la evaluación (Rodriguez y Pochulu, 2023; Sureda et al., 2024; Zavaleta y Flores, 2021, entre otros) planteando nuevas finalidades e incluso, definiciones diferentes de la noción de "evaluar". Por ejemplo, Rodriguez y Pochulu (2023) sintetizan las críticas y acuerdos más frecuentes realizadas a la evaluación matemática. Respecto a las críticas, aluden a: falta de conexión con el mundo real; enfoque excesivo en la memorización; abuso de evaluaciones escritas y ausencia de retroalimentación significativa. Respecto a los acuerdos refieren a: promover una evaluación más comprensiva; fomentar la actividad en el aula; promover la retroalimentación significativa y la evaluación personalizada. En líneas con estos cuestionamientos, este trabajo tiene como objetivo analizar evaluaciones diseñadas por tres futuros profesores de matemática y por tres chatbots basados en modelos de Inteligencia Artificial (IA) generativa. El análisis compara los tipos de evaluaciones propuestas sobre población y muestra, y aporta sobre la utilidad de los chatbots como potenciales herramientas para asistir en la creación de diversas formas de evaluación.

Marco teórico: medios, técnicas e instrumentos del sistema evaluativo.

Se adopta como marco conceptual los componentes del sistema evaluativo definidos por Hamodi et al. (2015): medios, técnicas e instrumentos. Los *medios de evaluación* se refieren a las producciones de los estudiantes que el profesor puede recoger, ver y/o escuchar. Pueden adoptar tres formas diferentes: a) escritos, por ejemplo, examen, carpeta, diario de clase, proyecto, trabajo escrito, etc.; b) orales, por ejemplo, comunicación, debate, presentación oral, etc. y c) prácticos, por ejemplo, práctica supervisada, representación, juego de roles, etc. Las *técnicas de evaluación* son las estrategias que el profesor utiliza para recoger información sobre las producciones y evidencias creadas por los estudiantes de los medios. Las técnicas a utilizar son diferentes en función de si los estudiantes participan o no en el proceso de evaluación. Los *instrumentos de evaluación* corresponden a las herramientas que los estudiantes y el profesor emplean para organizar la información recogida a través de una determinada técnica de evaluación. Algunos ejemplos de estos instrumentos pueden ser: diario del profesor, rúbrica, ficha de observación, ficha de seguimiento individual o grupal, fichas de autoevaluación, fichas de evaluación entre iguales, informe de autoevaluación, etc.

Metodología.

Este trabajo analiza las evaluaciones sobre las nociones de población y muestra propuestas por tres futuros profesores de Matemática de secundaria (P1, P2 y P3) y por tres chatbots: ChatGPT, Gemini y Copilot (creativo, equilibrado y preciso). Los estudiantes para profesor diseñaron estas evaluaciones durante un curso de Didáctica de la Matemática del tercer año de su formación en una universidad Argentina. Se consideran las propuestas de los estudiantes que optaron por las nociones de población y muestra. El análisis se realiza sobre el documento escrito entregado al final del curso. En el caso de los chatbots, la tarea de generación de texto recae en los modelos de lenguaje o LLMs en los que se fundamentan (Kumar et al., 2024). ChatGPT utiliza los modelos de la familia GPT, como GPT 3.5 y GPT 4, este último empleado por Copilot. Gemini utiliza el modelo del mismo nombre, sucesor de PaLM-2 usado por Bard. La generación de contenido en el caso de los chatbots responde al siguiente *prompt:* Eres un profesor de matemática de escuela secundaria y tienes que evaluar el tema de Estadística: población y muestra, a estudiantes que van a la escuela secundaria de Argentina. ¿Cuáles serían las posibles maneras de evaluar el tema?

El análisis de los datos (las evaluaciones generadas por los estudiantes y los chatbots) se realizó a partir de las categorías adoptadas del marco teórico: medios, técnicas e instrumentos de evaluación. A su vez, dentro de cada categoría se consideran subcategorías. Estas últimas fueron generadas de forma inductiva. La Tabla 1 sintetiza esta categorización:

Tabla 1. Categorías y subcategorías de análisis.

Estudiantes Chatbots	**Medios**								**Técnicas**	**Instrumentos**	
	Escritos				**Orales**			**Práctico**			
	Prueba escrita	Proyecto de investigación	Tarea práctica	Evaluación formativa	Presentación en clase	Examen	Debate	Uso de tecnología/Simuladores	Autoevaluación Entre pares	Infografía	Recurso audio/video

Fuente: Elaboración propia.

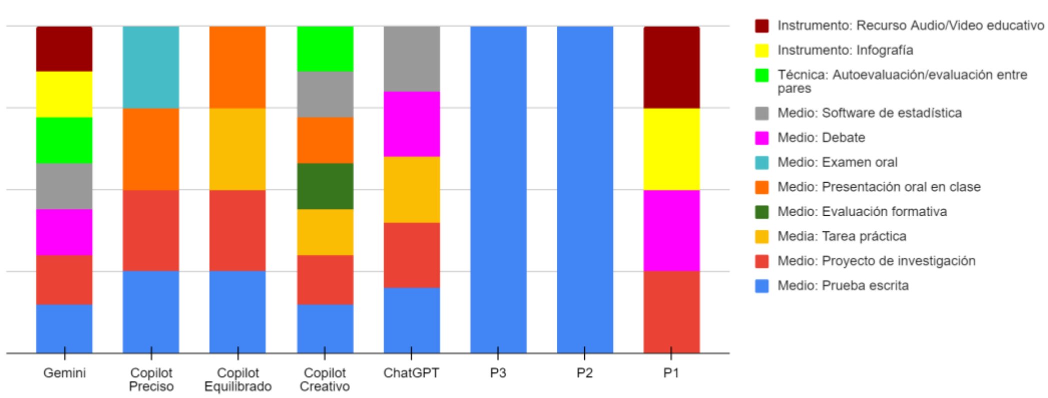
Resultados.

Se identificaron en total (entre estudiantes para profesor y chatbots) ocho medios de evaluación distintos, una única técnica y dos instrumentos. Respecto a los medios, se identificaron cuatro escritos, tres orales y uno práctico. Los medios escritos corresponden a prueba escrita, proyecto de investigación, tarea práctica y evaluación formativa. La prueba escrita se refiere al examen escrito tradicional, compuesto por ejercicios específicos a resolver de manera individual. Este medio de evaluación fue propuesto por todos los chatbots y estudiantes para profesor, excepto por P1. El proyecto de investigación consiste en llevar a cabo una investigación, una exploración o indagación, que involucra los saberes a evaluar, con la presentación de esa investigación en algún formato de entrega, por ejemplo, la redacción de un informe. Este medio fue propuesto por todos los chatbots y sólo por un profesor (P1). La tarea práctica corresponde a la resolución de tareas matemáticas relativas al tema, con datos que brinda el profesor. Este medio de evaluación fue propuesto solamente por Copilot equilibrado, Copilot creativo y ChatGPT. La evaluación formativa se realiza durante todo el proceso de estudio y permite monitorear el progreso de los estudiantes en particular y de la clase en general. No se desarrolla en un momento específico, determinado en tiempo y espacio. Este medio fue propuesto únicamente por Copilot creativo.

Los medios de evaluación de tipo oral identificados son presentación oral en clase, exámen oral y debate. El primero se refiere a la presentación del tema a evaluar, mediante algún soporte como puede ser una presentación por diapositivas. Este medio fue propuesto solamente por Copilot (en sus tres modalidades). El examen oral se trata de un tipo de evaluación donde el profesor realiza preguntas a un estudiante por vez, quien debe responder de manera inmediata, desarrollándose completamente de forma verbal. Fue propuesto por todos los chatbots y los estudiantes, excepto P1. El debate genera un espacio dentro de la clase en el que se realizan discusiones con todos los integrantes del grupo sobre la temática a evaluar, en este caso, población y muestra. Este medio fue propuesto por Gemini, ChatGPT y P1. El medio evaluativo práctico identificado corresponde al uso de tecnología/simuladores, en este caso, un software de estadística. Se trata de un medio de evaluación donde el conocimiento a evaluar se realiza utilizando algún software para analizar un conjunto de datos dados. Este medio fue propuesto por Gemini, Copilot creativo y ChatGPT.

La técnica autoevaluación/evaluación entre pares fue identificada en la propuesta de Gemini y Copilot creativo. Con esta técnica los estudiantes evalúan sus propias producciones y/o de sus compañeros, con el fin de desarrollar habilidades críticas y de auto-reflexión. Los instrumentos de evaluación identificados son infografía y recurso audio/video educativo. La infografía es un instrumento que demanda recuperar lo estudiado, y transformarlo para ser comunicado a través de alguna forma de difusión escrita. Este tipo de instrumento requiere, además del poder de síntesis del emisor, de las habilidades interpretativas del receptor para entender y otorgar sentido a la información comunicada. Este instrumento fue propuesto por Gemini y uno de los estudiantes para profesor (P1). El instrumento recurso audio/video educativo demanda recuperar lo estudiado y transformarlo para ser comunicado a través de algún medio audiovisual de difusión, pero de forma dinámica. De forma análoga a la infografía requiere, además del poder de síntesis del emisor, del orden cronológico y la organización del contenido en una línea temporal. Este instrumento fue también propuesto por Gemini y P1. La figura siguiente sintetiza los resultados.

Figura 1. Síntesis de los medios, técnicas e instrumentos propuestos



Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones.

En cuanto a la caracterización y comparación de los medios, técnicas e instrumentos de evaluación propuestos por los futuros profesores de matemática y los chatbots sobre nociones de estadística (población y muestra), concluimos lo siguiente: Gemini es el único que abarca los tres componentes del sistema evaluativo, con cuatro medios, una técnica y dos instrumentos. Copilot creativo ofrece la mayor variedad de medios (todos excepto examen oral y debate) y una técnica, pero no incluye instrumentos. Los otros chatbots (ChatGPT, Copilot preciso y Copilot equilibrado) se limitan exclusivamente al uso de medios, sin incorporar técnicas ni instrumentos. En el caso de los futuros profesores, P1 considera dos componentes evaluativos distintos: dos medios (proyecto de investigación y debate) y dos instrumentos (infografía y recursos audiovisuales educativos), pero no menciona técnicas. Por su parte, P2 y P3 sólo proponen un medio: la prueba escrita.

Se observa que los chatbots presentan una mayor variedad de medios de evaluación en comparación con los estudiantes para profesor. Una posible explicación radica en la forma en que los chatbots generan sus respuestas, basándose en la amplia y heterogénea información con la que han sido entrenados. Por otro lado, la preferencia de los estudiantes para profesor (dos de tres) por la prueba escrita como único medio de evaluación podría estar influida por restricciones asociadas a la escasez de tiempo, que figura como una de las variables principales de la profesión docente.

Referencias bibliográficas

Hamodi, C., López Pastor, V., López Pastor, A. (2015). Medios, técnicas e instrumentos de evaluación formativa y compartida del aprendizaje en educación superior. *Perfiles educativos*, 37(147), 146-161.

Kumar, P. Large language models (LLMs): survey, technical frameworks, and future challenges. *Artificial Intelligence Review* 57, 260 (2024).

Prieto, M. (2008). Creencias de los profesores sobre Evaluación y Efectos Incidentales. *Revista de Pedagogía*, 29(84), 123-144.

Rodriguez, M. y Pochulu, M. (2023). Evaluación de aprendizajes en matemática: perspectivas teóricas y ejemplos. *Unión.*, 67, 1-20.

Sureda, P., Corica, A., Parra, V., Godoy, D., y Schiaffino, S. La evaluación en educación matemática: aportes de chatbots y futuros profesores de matemática. *Edutec, Revista Electrónica de Tecnología Educativa,* (89) 64-83.

Zavaleta, A. y Flores, C.(2021).Evaluación para el aprendizaje en matemáticas: el caso de la retroalimentación. *Números*, 107, 9-34.

FORTALECIENDO LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN TODOS LOS NIVELES EDUCATIVOS EN GUATEMALA

Juan Carlos Ruiz Castillo

Universidad de San Carlos de Guatemala

Guatemala

jcefpem@profesor.usac.edu.gt

Temática de la propuesta: Innovación y desafíos en la enseñanza de la geometría

Nivel educativo de la propuesta: Primario, secundaria y superior

Resumen:

Este estudio aborda los desafíos en la enseñanza de la geometría en Guatemala, destacando los vacíos en el conocimiento de los docentes y estudiantes en distintos niveles educativos. Mediante un análisis basado en el modelo de razonamiento de Van Hiele, se identifican deficiencias en la preparación de los docentes, así como en la progresión y contextualización de los contenidos en el Currículo Nacional Base (CNB). La investigación incluyó encuestas a docentes y estudiantes, así como el análisis de resultados de evaluaciones nacionales. Se propone un enfoque constructivista que articule estrategias pedagógicas innovadoras para mejorar el aprendizaje de la geometría desde la educación preprimaria hasta el nivel superior.

Palabras claves: enseñanza de la geometría, modelo de Van Hiele, formación docente, innovación pedagógica, educación en Guatemala

1. Introducción

La geometría es esencial para el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, constituyendo un pilar en la educación matemática. Sin embargo, su enseñanza en Guatemala ha sido tradicionalmente problemática, con resultados académicos que evidencian debilidades significativas tanto en estudiantes como en docentes. Según la Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa (DIGEDUCA), menos del 45% de los estudiantes del nivel primario alcanza niveles satisfactorios en evaluaciones relacionadas con esta área.

El presente estudio busca analizar la situación actual de la enseñanza de la geometría en Guatemala, desde la educación preprimaria hasta el nivel superior. Empleando el modelo de razonamiento de Van Hiele como marco teórico, se examina cómo los contenidos y métodos de enseñanza impactan en la comprensión de los estudiantes. La investigación también ofrece propuestas concretas para mejorar la calidad educativa en esta disciplina.

2.1 Enfoque general

La investigación empleó un enfoque mixto, integrando métodos cuantitativos y cualitativos. Se recopilaron datos a través de encuestas aplicadas a docentes y estudiantes, así como análisis de resultados de evaluaciones nacionales.

2.2 Técnicas de Recolección de Datos

- Análisis Documental: Se revisan los contenidos del CNB, normativas educativas y estudios previos sobre la enseñanza de la geometría.
- Encuestas: Diseñadas para evaluar el conocimiento geométrico de los docentes y la percepción de los estudiantes sobre la enseñanza de esta área.
- Tabulación y Análisis Estadístico: Los datos recolectados se procesaron utilizando herramientas como Excel para identificar patrones y tendencias.

2.3 Población y muestra

El estudio incluyó a docentes de educación primaria y secundaria, estudiantes de ingeniería y de docencia en matemáticas, así como estudiantes de nivel básico y diversificado.

3. Resultados y Discusión

3.1 Deficiencias en los Contenidos y la Metodología

El análisis de los contenidos del CNB reveló una falta de progresión lógica en los temas de geometría. Los contenidos no están alineados con las capacidades cognitivas de los estudiantes en cada etapa educativa, lo que dificulta el aprendizaje y provoca vacíos significativos en niveles avanzados.

Por ejemplo, en el nivel primario, se introducen conceptos básicos de formas y figuras geométricas sin garantizar una transición efectiva hacia temas más complejos como la congruencia y semejanza en el nivel secundario. Esta desconexión afecta la habilidad de los estudiantes para comprender y aplicar conceptos geométricos de manera lógica y estructurada.

3.2 Falta de Formación Docente

Un hallazgo clave fue la falta de preparación de los docentes en conceptos geométricos. Según DIGEDUCA, el 64.35% de los docentes evaluados obtuvieron resultados insuficientes en evaluaciones relacionadas con esta área. Esto limita su capacidad para enseñar contenidos complejos y adaptar metodologías a las necesidades de los estudiantes.

3.3 Impacto en los Resultados Estudiantiles

Los resultados de las evaluaciones nacionales reflejan las consecuencias de estas deficiencias. En el nivel primario, menos del 45% de los estudiantes alcanza niveles satisfactorios en matemáticas, con un desempeño aún más bajo en geometría. En el nivel secundario, los estudiantes enfrentan dificultades para comprender teoremas y realizar demostraciones geométricas, lo que repercute en su preparación para niveles superiores.

4. Propuestas de Mejora

Es necesario adaptar el currículo para garantizar una progresión lógica y alineada con las etapas de desarrollo cognitivo del modelo de Van Hiele. Esto incluye:

- Incorporar actividades prácticas y manipulativas en el nivel primario para desarrollar habilidades espaciales.
- Asegurar una transición progresiva hacia conceptos abstractos en niveles avanzados.

4.2 Capacitación Docente

Diseñar programas de formación continua que fortalecen el dominio conceptual y didáctico de la geometría. Esto podría incluir:

- Talleres prácticos sobre métodos de enseñanza basados en el modelo de Van Hiele.
- Uso de tecnologías como GeoGebra para apoyar la enseñanza de conceptos geométricos.

4.3 Metodologías Activas

Promover estrategias constructivistas que involucren a los estudiantes en su propio aprendizaje, como:

- Proyectos interdisciplinarios que integran geometría con otras áreas del currículo.
- Actividades basadas en problemas reales para desarrollar el pensamiento crítico y lógico.

5. Conclusiones y Recomendaciones

El estado actual de la enseñanza de la geometría en Guatemala refleja la necesidad urgente de cambios estructurales en el currículo, así como una inversión significativa en la formación docente. Implementar un enfoque basado en el modelo de Van Hiele y estrategias constructivistas puede ser clave para abordar las deficiencias actuales.

Se recomienda que las autoridades educativas prioricen la reestructuración del CNB, asegurando que los contenidos sean adecuados y estén alineados con las capacidades cognitivas de los estudiantes. Además, se deben establecer programas permanentes de capacitación docente, integrando herramientas tecnológicas y métodos innovadores para mejorar la calidad de la enseñanza.

Referencias bibliográficas

Corberán, R. (1994). *El diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*.

Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa. (2019). *Resultados de las evaluaciones docentes en Guatemala*.

Ministerio de Educación. (2008). *Currículum Nacional Base*.

VISUALIZACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS PLATÓNICOS: UNA EXPERIENCIA ACTIVA CON GEOGEBRA E HILORAMA

Carmen Rodríguez Poveda

Universidad de Panamá

Panamá

carmen.rodriguezp@up.ac.pa

Temáticas: Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría, Enseñanza de la Matemática con Tecnología y Otros Recursos, Representación en la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

Nivel educativo: Universidad.

Resumen: La propuesta didáctica para la enseñanza de los poliedros platónicos integra el uso de la herramienta digital GeoGebra 3D y la técnica manual de hilorama para la construcción de tetraedros, cubos y octaedros en un curso de geometría espacial para estudiantes de licenciatura en docencia de la matemática. A través de la creación de modelos digitales y físicos, los estudiantes exploran propiedades geométricas y la relación entre caras, vértices y aristas. Esta metodología promueve el aprendizaje visual y el desarrollo de habilidades de manipulación espacial. Los resultados preliminares muestran que la actividad incrementa significativamente la comprensión de conceptos abstractos de geometría tridimensional, facilitando la conexión entre la teoría y la práctica. Además, los estudiantes valoran la combinación de actividades digitales y físicas como un enfoque innovador para el aprendizaje de geometría.

Palabras claves: Poliedros platónicos, GeoGebra 3D, Hilorama, Visualización Espacial, Geometría del Espacio.

Introducción: En la enseñanza de la geometría tridimensional, el estudio de los poliedros platónicos es fundamental debido a su simetría y regularidad, propiedades esenciales para desarrollar habilidades de visualización espacial en los estudiantes. Sin embargo, la presentación tradicional de estos conceptos, a menudo limitada a dibujos y descripciones bidimensionales, puede resultar poco efectiva y atractiva para los estudiantes, lo que dificulta su comprensión y apreciación de la relevancia de estos sólidos en la geometría y otras disciplinas.

Para abordar este desafío, se propone una experiencia de aprendizaje activa que combine el uso de la aplicación GeoGebra 3D y la construcción manual de modelos tridimensionales utilizando la técnica de hilorama. Esta metodología busca potenciar el entendimiento profundo de los poliedros platónicos al permitir a los estudiantes visualizar, manipular y construir físicamente estos sólidos. A través de la integración de herramientas digitales y recursos prácticos, la propuesta fomenta el aprendizaje participativo y el desarrollo de habilidades de visualización espacial, conectando la teoría con aplicaciones concretas y promoviendo un enfoque innovador y atractivo en la enseñanza de la geometría tridimensional. La experiencia de aprendizaje se enmarca en la pregunta: ¿Cómo puede la integración de recursos digitales y físicos facilitar la comprensión de los poliedros platónicos en estudiantes de geometría? El objetivo principal es proporcionar a los estudiantes un aprendizaje experiencial, permitiéndoles visualizar y manipular los poliedros de forma digital y física, con el fin de comprender mejor sus propiedades y aplicaciones.

Marco Teórico: Los poliedros platónicos, caracterizados por tener caras congruentes y ángulos diedros iguales, son fundamentales en la geometría tridimensional y han sido ampliamente estudiados por su relevancia en las matemáticas y sus diversas aplicaciones. La comprensión de sus propiedades es esencial para desarrollar habilidades de visualización espacial, las cuales son cruciales en el aprendizaje de geometría avanzada (Neto et al., 2023; Widada et al., 2021; Lisnani, 2018). La capacidad de visualizar y manipular estos sólidos permite a los estudiantes adquirir una comprensión más intuitiva y profunda de las estructuras geométricas y sus relaciones.

La literatura enfatiza la importancia de la interacción tangible con modelos geométricos como estrategia para mejorar la comprensión de los conceptos tridimensionales. El uso de técnicas manipulativas, como la de hilorama, ha mostrado ser particularmente efectivo para reforzar el aprendizaje, ya que permite a los estudiantes experimentar de manera física con las propiedades y simetrías de los poliedros (Widada et al., 2021). Esta práctica no solo fortalece la percepción espacial, sino que también promueve un aprendizaje duradero y significativo al involucrar activamente a los estudiantes en la construcción y exploración de los modelos.

Desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas, el uso de tecnologías como GeoGebra ha demostrado ser una herramienta poderosa para la enseñanza de conceptos geométricos complejos (Widada et al., 2021). GeoGebra facilita la modelación y manipulación de objetos tridimensionales, contribuyendo significativamente al desarrollo de habilidades de visualización espacial (Liang & Sedig, 2009). La combinación de esta tecnología con técnicas manuales, como el hilorama, ofrece a los estudiantes una experiencia de aprendizaje enriquecida que conecta la teoría con la práctica, mejorando la comprensión y el interés por la geometría (Silva et al., 2017). Esta ponencia detalla una experiencia de aprendizaje activo con estudiantes de docencia de matemática, integrando ambos enfoques para potenciar la comprensión y exploración de los poliedros platónicos.

Metodología: La experiencia se desarrolló con estudiantes de la Licenciatura en Docencia de la Matemática que cursan la asignatura de Geometría del Espacio. Para llevar a cabo esta propuesta, se trabajó en equipos de 4 a 5 estudiantes, asignando a cada grupo uno de los tres poliedros platónicos seleccionados: tetraedro, cubo u octaedro. La actividad se estructuró en tres fases principales, comenzando con la investigación teórica, seguida de la modelación digital y culminando con la construcción física mediante la técnica de hilorama.

En la primera fase, los estudiantes investigaron las propiedades de su poliedro asignado, abordando aspectos como el número de caras, vértices y aristas, así como la relación de estos elementos con la fórmula de Euler. Esta etapa incluyó la elaboración de un resumen teórico y la realización de diagramas esquemáticos hechos a mano utilizando herramientas básicas como regla y compás, lo cual ayudó a los estudiantes a consolidar su comprensión inicial.

La segunda fase se enfocó en la modelación digital con GeoGebra 3D. Los equipos utilizaron esta herramienta para construir modelos tridimensionales de sus poliedros, incorporando secuencias que representaran la técnica de hilorama. Durante esta actividad, los estudiantes etiquetaron vértices, aristas y caras, y manipularon el modelo para observar sus propiedades geométricas. Esta exploración permitió a los equipos interactuar de manera más dinámica con los conceptos geométricos y entender las relaciones espaciales de los elementos del poliedro.

La fase final consistió en la construcción física del poliedro utilizando la técnica de hilorama. Los estudiantes prepararon un marco de soporte y, mediante el uso de hilos, representaron las aristas y vértices de su poliedro asignado. Esta actividad manual requirió precisión y colaboración, ya que los equipos debían coordinarse para tensar los hilos de manera uniforme y lograr que la figura reflejara con exactitud las proporciones y características geométricas del modelo digital. La elaboración del hilorama proporcionó a los estudiantes una experiencia tangible y enriquecedora, reforzando la comprensión de las propiedades espaciales y la simetría del poliedro.

El proceso concluyó con una presentación en la que cada equipo compartió sus modelos digitales y físicos, reflexionando sobre las dificultades enfrentadas y los aprendizajes obtenidos. La combinación de recursos digitales y actividades manuales promovió un enfoque de aprendizaje activo, estimulando la colaboración entre los estudiantes y fortaleciendo sus habilidades en visualización espacial y análisis geométrico.

Resultados de la Experiencia: La implementación de estas actividades en grupos de estudiantes de geometría ha demostrado ser efectiva en mejorar la comprensión de tres de los poliedros platónicos. Los estudiantes reportaron una mayor facilidad para visualizar la estructura tridimensional de los poliedros y una mejor comprensión de las relaciones entre sus elementos (caras, vértices y aristas). Asimismo, la manipulación de los modelos en GeoGebra 3D facilitó la exploración de los poliedros asignados, permitiendo que los estudiantes identifiquen con mayor claridad sus propiedades geométricas.

La técnica de hilorama aplicada también despertó un interés adicional en los estudiantes, quienes valoraron la experiencia como una forma innovadora y práctica de integrar la teoría y la aplicación. La combinación de herramientas digitales y manuales facilitó una experiencia de aprendizaje más completa, reforzando el entendimiento de conceptos abstractos a través de actividades concretas y visuales.

Reflexiones: La experiencia didáctica que integró GeoGebra 3D y la técnica de hilorama para la enseñanza de poliedros platónicos demostró ser una metodología efectiva para mejorar la comprensión de la geometría tridimensional en estudiantes universitarios. La combinación de modelación digital y construcción manual permitió a los estudiantes interactuar de forma activa con los conceptos, facilitando una comprensión más profunda y tangible de las propiedades geométricas, como la simetría y la estructura de los sólidos. La manipulación de los modelos en el entorno digital, seguida de la construcción física, ayudó a los estudiantes a establecer conexiones significativas entre la teoría y la práctica, promoviendo un aprendizaje más integral y participativo.

Los estudiantes destacaron la relevancia de utilizar recursos tanto digitales como manuales, valorando la creatividad y el enfoque práctico de la experiencia. Esta metodología no solo fomentó la visualización espacial y la precisión en la representación de los poliedros, sino que también fortaleció las habilidades de trabajo en equipo y colaboración. La propuesta se mostró eficaz en motivar a los estudiantes a explorar más allá de la teoría tradicional, integrando herramientas innovadoras que enriquecieron su proceso de aprendizaje y los prepararon para abordar conceptos geométricos más complejos con mayor confianza y competencia.

Referencias bibliográficas:

Asare, S., Fokuo, M.O., Opoku-Mensah, N., Asamoah, R., Nyarko, J., Dwumfuo, K., Caroline, A., Samuel, O., & Asare (2023). The use of visualization tools in teaching mathematics in college of education: A systematic review. Open Access Research Journal of Science and Technology. https://doi.org/10.53022/oarjst.2023.9.1.0057

Herrera Amado, J. C., & Mora León, S. V. Hiloramas, una matemática tejida a mano (Bachelor's thesis).

Liang, H., & Sedig, K. (2010). Can interactive visualization tools engage and support pre-university students in exploring non-trivial mathematical concepts? *Comput. Educ., 54*, 972-991. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2009.10.001

Lisnani (2018). Design research on plane figure learning by using picture story and pairing game to improve mathematical communication skills of second grade of primary school students. Journal of Physics: Conference Series, 1040. https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1040/1/012027

Santos Neto, A., Barbosa, S. M., & Dal, A. (2023). Fundamentos para a Construção no GeoGebra de Tesselações Aperiódicas usando um Único Polígono. arXiv e-prints, arXiv-2311. https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.14753

Silva, R.R., Igreja, J.A., Oliveira, M.O., Rodrigues, P.G., & Junior, S.A. (2017). Análise geométrica do estudo das posições relativas entre reta e plano com o Geogebra. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n1p78

Widada, W., Herawaty, D., Nugroho, K.U., & Anggoro, A.F. (2021). Augmented Reality assisted by GeoGebra 3-D for geometry learning. Journal of Physics: Conference Series, 1731. https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1731/1/012034

ESTUDIAR Y APRENDER MATEMÁTICAS: ¿PARA QUÉ?

Lilliam Alvarez Diaz

Academia de Ciencias de Cuba

lilliamalvarezdiaz@gmail.com

Cambios políticos, sociales y culturales

Nivel educativo de la propuesta: Universitario

Resumen

Existe una muy baja percepción en la sociedad, en los empleadores, en los decisores, sobre el tema de ¿Para qué sirven las Matemáticas? y más aún ¿Para qué sirve un Matemático? Sobre este crucial asunto discutiremos en esta ponencia, marco idóneo para comprender y difundir ampliamente que la Matemática no es solo una asignatura, un lenguaje que desarrolla el pensamiento abstracto, que tiene su sistema de enseñanza-aprendizaje, su didáctica y métodos de evaluación, Es más que eso, es una apropiación crucial para los ciudadanos del Siglo 21 inmersos en un mundo tecnológico actual y prepararse para las nuevas revoluciones científicas y tecnológicas que ya se nos vienen encima. ¿Comprenden los decisores, los estrategas y diseñadores de políticas educacionales y de investigación la importancia de la Matemática? Necesitamos argumentar y proponer, que las voces de los profesores e investigadores de Matemática sean escuchadas, sean atendidas porque si de algo estamos convencidos es que sin Matemática no hay desarrollo posible.

Palabras clave: Educación matemática, políticas educacionales, percepción pública de las Matemáticas.

Introducción

En el mundo de hoy y muy particularmente en el contexto de América Latina no existe una percepción clara, tanto desde los gobiernos como de la sociedad en su conjunto sobre la necesidad de estudiar y aprender Matemática y cuáles son las razones por las que debemos sembrar cultura matemática en los ciudadanos.

Desde diferentes publicaciones, informes de organizaciones internacionales y latinoamericanas se ha reportado el bajo rendimiento de los estudiantes en la asignatura de Matemática, también se llama la atención sobre la necesidad de incrementar los conocimientos estándares o básicos del os profesores de esta disciplina y de la poca percepción de los políticos sobre la importancia del aprendizaje de la Matemática (y no solo la Aritmética) para el desarrollo de un país y el mejor desenvolvimiento cotidiano de sus habitantes, (UNESCO, 2019).

En estas reflexiones que compartimos y que son fruto de las experiencias de la autora desde diferente espacios nacionales, regionales e internacionales se presentan argumentos y análisis para ganar no solo cultura matemática si no para llamar la atención, y también lograr mejor financiamiento, sobre el mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática y el fomento de las investigaciones y grupos de científicos trabajando en las diferentes áreas de la Matemática.

1. Preguntas y respuestas

Presentamos algunas preguntas y respuestas que argumentan la importancia de la asignatura Matemática y de todas sus ramas de investigación.

Responderemos de manera breve con lo esencial para varias preguntas sobre estos temas que, por razones de la extensión exigida, pero invitamos a los participantes del VII SIME interesados a leer en las referencias y a un amplio debate y aportes y enriquecimiento del análisis y, a los interesados, responder las preguntas para la publicación de un posible ensayo.

1) ¿Es la Matemática una Ciencia?

Las Matemáticas son **un conjunto de leyes formales**, abstractas, que atañen a objetos en la mente de las personas, de los seres humanos, como son los números, los ángulos, las formas geométricas, etc. La Matemática **se ocupa de la estructura, el orden, la relación, la contabilidad**, la descripción o medición de los objetos, pero no de qué cosa son, de qué están compuestos, ni de los aspectos concretos de los fenómenos físicos y naturales.
Se considera que, junto al lenguaje verbal, la Matemática es **una de las más poderosas**, vastas y complejas herramientas mentales creadas por el ser humano, (Equipo editorial Enciclopedia Humanidades, 2024)
Es mas, para Galileo, las Matemáticas no eran simplemente una herramienta de cálculo, sino *el Lenguaje mismo con el que Dios había escrito el Universo*. Observó que los patrones y las regularidades del entorno natural podían ser descritos y comprendidos a través de ecuaciones y principios matemáticos, (Observando el Universo, 2024)
Mas aun la Matemática es el lenguaje de la Física, sin ella la Física no puede describir, estudiar los fenómenos y objetos reales de la Naturaleza, del Universo. Justo es decir que la Matemática a veces no se ha desarrollado por si misma, sino por demandas de la Fisica, como por ejemplo la necesidad de la función Delta de Dirac, fue una necesidad de la Mecánica cuántica. Y lo contrario, gracias a muchos desarrollos de la Matemática han sido cruciales para los avances de la Física.

2) ¿Para qué sirve la Matemática? ¿Es clave para el desarrollo de un país? ¿Influye en el PIB de un país?

La Red Estratégica en Matemáticas ha publicado el informe “Impacto socioeconómico de la investigación matemática y de la tecnología matemática en España”. El estudio ha revelado que las Matemáticas son responsables directas del 6% del empleo y del 10% del PIB de España. Es la primera vez que se cuantifica la repercusión de las Matemáticas en la economía española, (ICMAT, 2019). Plantearon en este informe que el nuevo agente acelerador del crecimiento económico son las Matemáticas: la ciencia más abstracta no solo ocupa el epicentro de la revolución digital, sino que es el poder invisible que aumenta la productividad en todos los sectores. Además, vaticinan que las profesiones *intensivas en Matemáticas* son

las que más crecerán en los próximos años. Sin embargo, el estudio también alerta de que el tejido empresarial español se nutre menos de las ocupaciones u empleo de los matemáticos que el de los países del entorno Europeo, y que, si esto no cambia, la economía española perderá competitividad.
Habría que ver cómo se comporta ese estudio y ese indicador de "intensidad matemática" en los tigres asiáticos, en China, en EEUU, ¿Y en nuestros países de América Latina y el Caribe?

3) ¿La Matemática es prioridad en los Sistemas de Enseñanza en América Latina?

En el contexto de América Latina y el Caribe existen muchos informes, incluidos de la UNESCO, reportes, investigaciones, publicaciones sobre cuál es la prioridad y el estado actual de la Enseñanza de la Matemática en nuestra Región. Valga resaltar los Reportes del Consejo internacional para las ciencias, ISC, en cuanto a colocar la Enseñanza de la Matemática como prioridad central, al mismo nivel de las investigaciones sobre cambios climáticos o los estudios de la biodiversidad o energías renovables (Felmer P. 2015) y (Alvarez L. 2014)
A esta reflexión hay que añadir que sin Matemáticas no hay desarrollo posible y que enseñar Matemática es una obligación para los países en vías de desarrollo "Las Matemáticas son imprescindibles para la resolución de problemas" (Alvarez L. 2015): *La aversión a las Matemáticas entre los jóvenes requiere esfuerzos amplios y creativos para fomentar las habilidades y crear conciencia de su valor para la sociedad.*
Informes de la UNESCO sobre las pruebas ERCE demuestran un bajo rendimiento en Matemática en los alumnos de 3ero. y 6to. Grado. Los resultados de las pruebas PISA, también demuestran que nuestros estudiantes están muy lejos respecto a los asiáticos .Lo mismo en las Olimpiadas internacionales de Matemática, (PISA 2022).

4) ¿Enseñamos Matemática por igual a las niñas? ¿Inclusión?

Investigaciones demuestran que no se enseña, ni se motiva por igual a las niñas en las clases de Matemática. No les mostramos modelos de rol ni visibilizamos en clase aquellas mujeres matemáticas, maestras, científicas en la historia y en la actualidad. Pálidamente les hablamos de *Hipathia*, o a las más jóvenes les recomendamos ver la película *Hidden figures* (Figuras ocultas) sobre las mujeres en la NASA, las de los modelos matemáticos, las programadoras de la IBM.
Un estudio demostró que si les mostramos a las niñas esas mujeres, o las visibilizamos en una clase en un aula, después las niñas salen mejor en las pruebas de Matemáticas. Es como un "tú también puedes".
Hemos avanzado mucho, por ejemplo con la revisión de los libros de textos para enseñar Matemática con inclusión de género, incluyendo problemas donde también son las niñas "las que van a la tienda a comprar los mandados"; también porque solo en los comienzos del Siglo 20 fue que "nos autorizaron" a entrar a las universidades, ser las maestras de Matemática, ser investigadoras, Geómetras, Algebristas, Estadísticas, etc.
Temas muy interesantes sobre obstáculos, estereotipos, metáforas y conceptos de género en torno al tema de las Mujeres en las ciencias, así como breves reseñas de sus biografías,

incluidas Mujeres Matemáticas son tratados en el Libro "*Ser mujer científica o morir en el intento*" (Alvarez L. 2015)

5) ¿Y en las investigaciones de posgrado en Matemáticas? ¿Hay masa crítica de matemáticos en las Universidades y centros de investigación?

Los Departamentos de Matemática en las Universidades se nutren fundamentalmente de los docentes, los que son necesarios para cubrir las asignaturas de Matemática que exige el plan de estudio de cada carrera. Sin embargo, de esos docentes universitarios ¿cuántos son investigadores en algún área de la Matemática contemporánea? ¿investigan en Matemática pura o en Matemática aplicada? ¿investigan en temas importantes para resolver problemas del desarrollo en su país?

Por otro lado, además de los Departamentos en las universidades, se necesitan Matemáticos, como profesionales o investigadores en muchos otros centros científicos, pero también en las empresas. Muchas veces por la baja percepción sobre de que se ocupa un matemático, las instituciones y empresas no emplean matemáticos, no visualizan su utilidad. Es criterio de la autora que un aspecto que nos diferencia a las instituciones universitarias y de investigación de América Latina respecto a las de países del Norte desarrollado es la baja formación y empleo de Matemáticos (y Físicos) en sus claustros y en los proyectos de investigación, tanto de problemas de las aplicaciones, la industria, como de Ciencias básicas, las que no dan patentes o productos o servicios a corto plazo, sino a largo plazo.

Hay muchos ejemplos que demuestra la necesidad de contar con grupos de Matemáticos con especialidad en áreas como la Criptografía- códigos secretos- o la Optimización, o en Probabilidades y Estadísticas. El caso de la epidemia de la COVID 19 demostró la necesidad de que hubiese expertos modelando, simulando, ajustando datos para predecir la tendencia de la enfermedad y que los políticos tomaran medidas.

6) ¿Qué dicen las Estadísticas sobre las Mujeres Matemáticas y Matemáticos en las Academias de Ciencias?

En cualquier simple encuesta que hagamos ante la pregunta: ¿*Quién te dijo que eras bueno o buena o te inculcó el amor por las Matemáticas*? La respuesta es 99 % *: mi Maestra de Matemática (en femenino)* – de primaria, de secundaria.

Sin embargo, ¿por qué las muchachas no eligen la carrera de Matemática, o de Física, o se visualizan como ingenieras?

Siendo las maestras de Matemática mayoría en los niveles de primaria y secundaria, las muchachas no eligen la Matemática como profesión, como área para la investigación de posgrado, menos para el doctorado. Influye la cultura patriarcal, la influencia de la familia al recomendarles carreras a las muchachas. En Cuba, por ejemplo, la familia aconseja que estudien Medicina (porque es una carrera de prestigio). Otras aconsejan Administración de

Empresas y una gran mayoría van a estudiar al "*guetto* del collar rosado" repletas de mujeres las carreras de Ciencias Sociales, Humanidades, Comunicación social.

Se han realizado encuestas en las Academias de Ciencias de cada país, estudiándose mas de 100 Academias, donde la presencia de Mujeres en las diferentes ciencias sigue siendo extremadamente baja. Por lo regular a las Academias entran la "elites científicas", los mejores, por excelencia de sus currículos, por nominaciones de sus pares, por votos secretos. A mi entender la baja presencia se debe a que no nos visualizan, no nos nominan y si somos nominadas al fin del proceso el voto es para el hombre. Se añaden los prejuicios de etnicidad, color de la piel, procedencia económica. Y esta problemática no es solo de las Academias del Sur global, sino también en las del Norte desarrollado.
¿Puede un país perder el 50% de sus talentos que son las mujeres, para su desarrollo, para ser docentes, ingenieras, científicas, maestras para formar a las nuevas generaciones?

7) ¿Matemáticas en los grandes avances y revoluciones científicas? ¿En la Revolución de la Física, en las Ciencias computacionales, en la Inteligencia artificial, en la Computación cuántica?

Una colega presentó un trabajo sobre los motores de búsqueda Google, y encontró que se basan en Métodos del Algebra lineal, búsqueda de autovalores y autovectores y encontrar valores mas significativos. Cuando entramos a la página del National Hurricane center, NHC, para ver los cálculos de las trayectorias, vientos, elevación del mar de un ciclón, vemos que estos cálculos se han hecho con grandes modelos de ecuaciones diferenciales parciales, sistemas dinámicos, probabilidades, imagenología de los satélites y radares, cálculos en super computadoras. En todos esos grupos o equipos hay decenas de matemáticos. ¿Eso quiere decir que en nuestros países no necesitamos estadísticos, climatólogos, expertos en ecuaciones diferencias, en ciencias de la computación? ¿Qué solo necesitamos ir al NHC y entender el pronóstico? Recordemos la "mariposa de Lorenz", una ligera perturbación en el sistema puede variar completamente los cálculos y cambiar la situación a escala local. Para tomar medidas ante los riesgos a nivel local necesitamos equipos de investigación en estos temas. Y es solo un ejemplo.
Mucho se habla en la actualidad sobre Inteligencia artificial que ya está en nuestras vidas. Diariamente están y usamos a las *Alexas* y los *Siris*, el *ChatGPT* y muchos más. Pocas veces nos preguntamos ¿Cómo se construyen las grandes bases de datos, los sistemas de expertos, las redes neuronales en las que se basa la IA? ¡Pues son métodos matemáticos!
¿Tiene sesgos? Claro que si. ¿Tienen problemas éticos y peligros? Claro que si.
La Inteligencia artificial se ha nutrido y se sigue nutriendo de los modelos y métodos de la Matemática y esta revolución científica y tecnológica nos seguirá acompañando en nuestro tiempo de vida. Sin embargo, ya hay científicos que vaticinan que la gran revolución científica será la Computación cuántica. Ya no será el mundo de los bits, de ceros y unos, sino los infinitos estados del spin de los electrones, y con ello, la velocidad de los cómputos se incrementará enormemente. Problemas que necesitaban días, semanas, y hasta meses para calcularse en las supercomputadoras actuales, con las computadoras cuánticas de resolverán en solo segundos o pocos minutos.

¿Qué sucederá con los modelos matemáticos, los métodos y algoritmos de cálculo? Los Matemáticos tendrán la tarea de rediseñarlos para usar las computadoras cuánticas que ya es están produciendo, ya no son una investigación o una quimera.

8) ¿Y qué sucede si un país no forma profesionales con cultura Matemática y científicos investigando en esa disciplina? ¿Los políticos y decisores tienen cultura matemática?

¿Y a nivel de la Enseñanza de las Ciencias? Habrá que enseñarles los niños como usar la Inteligencia artificial en las clases de Matemáticas y enseñarles estructura atómica, el spin del electrón, los estados posibles el principio de incertidumbre y hasta "el gato de Schroedinger" o la teletransportación.
El tiempo actual necesita cambiar los planes de estudio, formar ciudadanos con conocimientos y habilidades para desenvolverse en ese nuevo mundo tecnológico, de lo contrario seremos países con ciudadanos de "tercera clase", del "tercer mundo", aislados del desarrollo y de las oportunidades de crecimientos profesional y prosperidad y bienestar.
A esa necesidad de contar con ciudadanos con conocimientos y cultura matemática hay que incluir a los decisores, los dirigentes, los gerentes, los políticos, los que toman las decisiones definen e implementan las estrategias, los presupuestos, el financiamiento. Necesitamos políticos que entiendan, al menos un histograma, un pastel, una curva de tendencias, un poco de estadísticas, indicadores, probabilidades, optimización o en el mejor de los casos que necesitan asesores científicos y matemáticos en sus equipos. Sucede que la mayoría de los políticos son empresarios o abogados, algunos economistas pero con un ligero barniz matemático.

9) ¿La Matemática es una Ciencia neutral?

Ninguna ciencia, ni los científicos que la desarrollan son neutrales, y no lo es la Matemática.
Paola Valera y otros autores, 2015 han planteado temas interesantes con críticas en torno al poder formativo de las Matemáticas, a través de su uso en las diferentes estructuras tecnológicas, científicas y sociales de las sociedades altamente tecnologizadas. Con esta visión se han trazado cuestionamientos que logran romper con la visión neutral/inocente de las Matemáticas en las sociedades contemporáneas.
Las Matemáticas son entendidas como un lenguaje o herramienta poderosa que produce realidades y da forma a nuestras sociedades dado su poder formativo. Uno de los puntos centrales está en hacer evidente que la racionalidad del progreso y del optimismo tecnológico, al cual se han asociado las Matemáticas en la conformación de la ciencia y la tecnología, deben ponerse en tela de juicio.
Los modelos matemáticos que hacen parte de muchos sistemas científicos y tecnológicos no sólo han traído progreso y bienestar a la humanidad, sino que también han estado implicados en la generación de estructuras de riesgo y catástrofes naturales y sociales.
Mirar críticamente al conocimiento matemático y cómo éste se ha desplegado en la ciencia y la tecnología hace evidente la necesidad de mantener siempre una postura ética y consciente: ojo, no son neutrales.

2. Reflexiones para un debate

En esta ponencia hemos presentado preguntas con breves respuestas, argumentos y con otras preguntas subsumidas. El debate es necesario, la mera presentación de cuestiones que nos preocupan a los maestros e investigadores en las matemáticas no basta, se necesita una mayor profundización de fenómenos de causa-efecto que nos atañen en nuestra Región de América Latina y el Caribe, donde por demás tenemos gaps, disparidades y asimetrías de todo tipo. Mucho podemos aportar nosotros, los expertos en lógica y pensamiento abstracto porque no se trata solo de comprender el mundo, sino de contribuir a transformarlo.

Referencias Bibliográficas:

Alvarez, L. et. al. 2024, MATEMÁTICAS EN CUBA: ENSEÑANZA, INVESTIGACIÓN, AVANCES Y RETOS. "Una visión en el contexto de América Latina", aceptado para publicación en Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (ucr.ac.cr).

Álvarez, L, (2015) Las matemáticas son imprescindibles para la resolución de problemas | TWAS

Alvarez, L. (2015), https://www.libreriavirtualcuba.com/ser-mujer-cientifica-o-morir-en-el-intento

Alvarez, L. (2018) Interview published in ScieDev, 2018: "Liliam Álvarez a SciDev.Net: las matemáticas empoderan a las mujeres" in YouTube https://youtu.be/n1sM6Dc-j-M

Felmer P. (2015), La enseñanza y el aprendizaje de la matemática, Boletin_23_ICSU-June15-Spanish-web.pdf (accefyn.org.co) https://humanidades.com/matematica/#ixzz8qGHsz1dX

ICMAT, 2019, Las matemáticas son responsables del 6% del empleo en España - ICMAT

Observando el Universo, 2024, El universo en lenguaje matemático: el legado de galileo galilei - Observando el Universo

Paola Valero, Melissa Andrade-Molina, Alex Montecino, 2015, Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa, RELIME 2015, 18(3)

PISA 2022: el panorama de los países de América Latina y el Caribe - UNESCO Biblioteca Digital

Equipo editorial, Etecé (15 de agosto de 2024). Matemática. Enciclopedia Humanidades. Recuperado el 19 de octubre de 2024 de https://humanidades.com/matematica/.

Redalyc.Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática

UNESCO 2019, El estudio ERCE 2019 y los niveles de aprendizaje en matemáticas: ¿Qué nos dicen y cómo usarlos para mejorar los aprendizajes de los estudiantes? - UNESCO Biblioteca Digital

UNESCO (2019) Los aprendizajes fundamentales en América Latina y el Caribe Evaluación de logros de los estudiantes Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019) Resumen ejecutivo https://learningportal.iiep.unesco.org/es/biblioteca/los-aprendizajes-fundamentales-en-america-latina-y-el-caribe-evaluacion-de-logros-de-los

UNESCO (2019) CUARTO ESTUDIO REGIONAL COMPARATIVO Y EXPLICATIVO (ERCE-2019) INFORME NACIONAL II (De errores cognitivos frecuentes de los estudiantes cubanos y propuestas para su tratamiento didáctico-metodológico) Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019): reporte nacional de resultados; Cuba | Unesco IIEP Learning Portal

CAMBIOS EN LA COMPETENCIA NOTICING DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA DURANTE SU PRÁCTICA PROFESIONAL FINAL

José Luis Morales Reyes; Diana Zakaryan

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Chile

jose.morales.reyes@mail.pucv.cl, diana.zakaryan@pucv.cl

Saberes del profesor de matemática, creencias e identidad

Universidad

Resumen: La competencia noticing corresponde a una componente clave de la experticia del profesor y es particularmente relevante en educación matemática. En este trabajo se presenta el planteamiento de una investigación doctoral que busca caracterizar los cambios en la competencia noticing del futuro profesorado durante las instancias formativas de su práctica profesional final, y en relación con el uso de su conocimiento especializado, al enseñar la función cuadrática. La investigación se enmarca en el *Learning to Notice Framework* con las dimensiones atender e interpretar, y sus respectivos niveles. Se trata de un estudio de caso instrumental en el que se recopilan datos a través de observaciones de clase, escritura de narrativas por parte de los futuros profesores y análisis de videoclips. Para el análisis de datos, se recurre a las dimensiones y niveles de noticing, a las categorías del modelo *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*, al uso de triangulación de fuentes de datos y a la triangulación metodológica.

Palabras claves: función cuadrática, formación inicial, conocimiento, competencia, MTSK

1. Introducción

Las prácticas profesionales corresponden a una o varias asignaturas en las que los docentes en formación conocen las múltiples restricciones del contexto en el que tiene lugar la enseñanza, aplican y desarrollan los conocimientos teóricos recibidos (Posadas y Godino, 2017). Estos espacios están influenciados por las teorías del aprendizaje experiencial, que entienden el aprendizaje como un proceso cíclico y complejo en el que el estudiante de profesorado repite actividades como planificar, enseñar, observar, dar y recibir retroalimentación, y reflexionar sobre su desempeño (Bjørndal et al., 2024). Durante esta fase, el sistema de creencias de los profesores supervisores de la práctica profesional puede afectar la forma en que los practicantes conciben el aprendizaje, la manera en que planifican y ejecutan sus clases y el tipo de reflexión que realizan sobre su puesta en escena (Hudson y Hudson, 2011; Rhoads et al., 2011).

Aunado a esto, el desarrollo de competencias y conocimientos del profesorado es un tema de interés en la educación matemática (Thomas et al., 2017). Aunque son numerosas las competencias que se esperan de un profesor, esta investigación se centra en la competencia noticing, debido a que es fundamental para el desarrollo de interacciones centradas en las ideas de los estudiantes (van Es y Sherin, 2021), considerando que en todo acto de enseñanza es necesario prestar atención a lo que hace el estudiantado, a cómo responde, a la comprensión de lo que dice o hace, y decidir en función de ello cómo continuar la enseñanza (Mason, 2002). Así, lo que los profesores perciben y cómo lo perciben, es crucial para el aprendizaje de los alumnos, lo que hace que la competencia noticing sea trascendental.

Para atender e interpretar los eventos notables ocurridos en el aula (por ejemplo, ideas matemáticas del estudiantado), el profesorado recurre a sus conocimientos matemáticos y didácticos (Fernández et al., 2023; van Es y Sherin, 2021; Weyers et al., 2024), por lo que es importante examinar el noticing en términos de las interacciones entre el conocimiento, la percepción y el ambiente donde se estudia (Dindyal et al., 2021). En esta investigación, se utilizará el modelo *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (MTSK, por sus siglas en inglés) de Carrillo et al. (2018) para describir cómo es que los futuros profesores abordan la competencia noticing mediante el uso de su conocimiento especializado y se plantea la siguiente pregunta de investigación *¿cómo cambia la competencia noticing del futuro profesorado, en el contexto de su práctica profesional final, al enseñar la función cuadrática?*

2. Fundamentos teóricos

Este trabajo recurre al uso de dos bases teóricas de la Educación Matemática: noticing y modelo MTSK. El constructo noticing corresponde a una componente clave de la experticia del profesor y es particularmente relevante en educación matemática (van Es y Sherin, 2021), habitualmente consiste en que los profesores identifiquen objetos de atención durante la enseñanza (Sherin et al., 2011) y distingan aquellos que conducen a oportunidades de aprendizaje para los estudiantes (Stockero et al., 2017).

De forma concreta, este trabajo se enmarca en el *Learning to Notice Framework* (van Es, 2011), el cual recurre a tres dimensiones, a saber: atender, interpretar e interactuar (ver Tabla 1). Las primeras dos dimensiones cuentan con cuatro niveles progresivos de noticing: base, mixto, enfocado y extendido, y son objeto de estudio en este trabajo.

Tabla 1. Marco revisado para aprender a notar (*Revised leanirg to notice framework*)

Dimensiones de noticing	Descripciones de las dimensiones
Atención	1. Identificar características destacables de las interacciones en clase (centradas en el pensamiento del estudiantado) 2. Omitir determinadas características de las interacciones en clase (por ejemplo, aspectos pedagógicos, del clima o la gestión de la clase).
Interpretación	1. Utilizar los conocimientos propios y experiencias para dar sentido a lo observado. 2. Adoptar una actitud indagadora
Shaping (Interacción)	Construir interacciones y contextos que permitan acceder a información adicional.

Fuente: Adaptada de van Es y Sherin (2021).

Por otro lado, el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018) abarca seis subdominios del conocimiento, tres relacionados con el conocimiento matemático y tres relacionados con el conocimiento didáctico del contenido. Además, se consideran las creencias del profesor sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje. Por razones de espacio, no se detallan en este documento, pero cada uno de los subdominios el modelo cuenta con descriptores que permiten caracterizarlos (ver, por ejemplo, Climent et al., 2024).

3. Metodología

En concordancia con la naturaleza de un estudio de caso instrumental, los participantes que se seleccionarán para efectos de este estudio corresponden a dos futuros profesores de matemática que se encuentran en el último semestre de una carrera de pregrado “Pedagogía en Matemáticas” enfocada en la preparación de profesores de matemáticas de educación secundaria en una universidad chilena.

3.1. Técnicas de recolección de datos

Con el fin de identificar los momentos que el futuro profesor considera relevantes en sus clases, como parte de sus reflexiones sobre el aula, se les solicitará la elaboración de narrativas en el sentido de El Mouhayar (2024), es decir, no se esperan transcripciones literales de las clases, sino evidencias de momentos en los que se centraron en analizar el pensamiento matemático de sus estudiantes. Se estiman alrededor de 10 narrativas por cada participante. Estas narrativas se analizarán para determinar el nivel de noticing en las dimensiones atención e interpretación, durante el desarrollo de su práctica profesional final. Además, se recurrirá a observaciones no participantes de sus lecciones para asegurar la fiabilidad de las narrativas.

Por otro lado, se utiliza el análisis de videoclips para determinar el nivel de la competencia noticing de los futuros profesores antes y después de la práctica profesional final, como una forma de triangulación de fuentes de datos. Asimismo, dado que la literatura señala que el aprendizaje de los practicantes cambia con las retroalimentaciones de sus supervisores, se recopilarán, a través de grabaciones de audio y posteriores transcripciones, las retroalimentaciones que brinden los mentores a cada una de las clases de los futuros docentes. Además, se diseñará una guía de observación, para el profesor mentor, que permita reunir retroalimentaciones escritas sobre la valoración a la atención al pensamiento matemático del estudiantado, el conocimiento matemático y didáctico, así como sugerencias de mejora. En el caso del profesor universitario a cargo de la asignatura, se considerarán las retroalimentaciones que se obtengan en las tutorías mensuales que estos profesores sostienen de forma individual con los futuros docentes. Además, se compilarán las retroalimentaciones que se generan a través de un espacio denominado triada formativa, en el que, tres veces durante el semestre, se reúnen el profesor universitario, el mentor y el practicante, a generar diálogos reflexivos sobre el desempeño del futuro profesor.

3.2. Análisis de datos

Para establecer las dimensiones de noticing y sus respectivos niveles, se recurrirá al trabajo de Lee y Choy (2017) quienes, a partir del trabajo de van Es (2011), proponen entre dos y tres indicadores por cada dimensión, para identificar qué notan los profesores (atención) y cómo lo notan (interpretación), así como su trayectoria de desarrollo: base, mixto, enfocado y extendido. Por limitaciones de espacio y debido a la extensión de estos descriptores, no se explicitan en este documento, sin embargo, de forma general, el nivel base corresponde a aspectos generales de la enseñanza y el extendido a aspectos particulares del pensamiento matemático de los estudiantes con reflexiones interpretativas sobre estos.

4. Reflexiones finales

En los últimos años, la competencia noticing ha emergido como una tendencia significativa en la investigación en educación matemática (Weyers et al., 2024). Su relevancia radica en el cambio paradigmático que implica, al desplazar al profesor del centro del proceso educativo hacia un modelo que coloca al estudiante y su pensamiento matemático en el eje de la enseñanza (van Es y Sherin, 2021). Investigaciones previas, como las de Jacobs y Spangler (2017), demuestran que la competencia noticing puede ser desarrollada y que, incluso, en periodos relativamente cortos, como un semestre, es posible observar mejoras significativas en la competencia noticing de los futuros docentes (Star y Strickland, 2008). Por lo tanto, resulta crucial analizar los factores que facilitan estos cambios y, en particular, identificar las instancias específicas que promueven su desarrollo. En el caso particular de este trabajo, esas instancias son las reflexiones escritas sobre sus lecciones y las retroalimentaciones recibidas.

Además, a pesar de que muchos estudios sobre noticing se enfocan en matemáticas, son pocos los que se centran en un objeto matemático específico (Dindyal et al. 2021). En este sentido, la presente investigación se distingue por abordar los cambios de la competencia noticing en el contexto de la enseñanza de la función cuadrática. Asimismo, la mayoría de los estudios sobre noticing se han centrado en futuros profesores de matemáticas para educación primaria y han analizado principalmente la influencia de las retroalimentaciones de los profesores universitarios, mientras que en este estudio se considerarán además los profesores mentores y está enfocada en educación secundaria. Se espera que la investigación contribuya con la determinación de factores que inciden en cambios de la competencia noticing.

Referencias bibliográficas

Bjørndal, C., Mathisen, P., Wennergren, A., y Thornberg, F. (2024). Challenges of the supervision process in the teacher education practicum – A qualitative research review. *Teaching and Teacher Education*, 146, 1-24. https://doi.org/10.1016/j.tate.2024.104619

Climent, N., Contreras, L.C., Montes, M. y Ribeiro, M. (2024). The MTSK model as a tool for designing tasks for teacher education. *ZDM Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01605-8

Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H., y Sherin, M. G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM Mathematics Education*, *53*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y

El Mouhayar, R. (2024). Variations in prospective teachers' levels of noticing students' mathematical thinking based on narrative writing. *Mathematics Education Research Journal*, *36*(2), 1-23. https://doi.org/10.1007/s13394-024-00490-4

Hudson, P., y Hudson, S. (2011). Converting theory to practice: University-school collaboration on devising strategies for mentoring pedagogical knowledge. *International Journal of Learning*, *18*(1) 1–14. https://doi.org/10.18848/1447-9494/CGP/v18i02/47479

Lee, M. Y. y Choy, B. H. (2017). Mathematical teacher noticing: The key to learning from lesson study. En E. O. Schack et al. (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 121–140). Springer.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. Routledge.

Posadas, P., y Godino, J. D. (2017). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae*, *1*, 77-96. https://doi.org/10.1344/did.2017.1.77-96

Stockero, S., y Van Zoest, L. (2013). Characterizing pivotal teaching moments in beginning mathematics teachers' practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(2), 125–147. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9222-3

Thomas, J.N., Jong, C., Fisher, M.H., y Schack, E.O. (2017). Noticing and Knowledge: Exploring Theoretical Connections between Professional Noticing and Mathematical Knowledge for Teaching. *The Mathematics Educator, 26*, 3-25.

van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Studies in mathematical thinking and learning. Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 164–181). Routledge

van Es, E.A., y Sherin, M.G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education, 53*, 17–27. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4

Weyers, J., König, J., Scheiner, T., Santagata, R., y Kaiser, G. (2024). Teacher noticing in mathematics education: a review of recent developments. *ZDM Mathematics Education, 56*, 249–264. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01527-x

LA ARGUMENTACIÓN MATEMÁTICA EN UNA CLASE DE ÁLGEBRA DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA

Andrea Araya, Rebeca M. Ventura

Centro de Investigación en Matemática y Meta-Matemática

Costa Rica

andrea.arayachacon@ucr.ac.cr, rebeca.ventura@ucr.ac.cr

Estudios sobre la argumentación y pruebas en la matemática

Universidad

Resumen:

La argumentación matemática es una práctica central en matemática escolar debido a sus vínculos con la elaboración de justificaciones y el desarrollo del razonamiento. En este sentido, la formación de futuros docentes de matemática debería favorecer el aprendizaje de acciones que promuevan intencionalmente la actividad argumentativa en el aula de matemáticas. En este artículo presentamos el análisis del diseño y gestión de una clase de álgebra de futuros profesores en la promoción de la argumentación durante la práctica profesional. Se realizó un estudio cualitativo utilizando observaciones de clase y análisis del planeamiento como técnica de recolección de datos. A partir de un análisis de contenido inductivo, se determinaron gestos que activaron la argumentación, aunque limitados por las tareas matemáticas elegidas y la gestión de aula.

Palabras claves: Argumentación Matemática, Álgebra Escolar, Formación de Profesores, Práctica Profesional.

1. Introducción

La argumentación matemática, como estrategia pedagógica en las clases de matemática, ha sido vinculada como una forma para favorecer el desarrollo conceptual de objetos matemáticos, la propiciación de la participación del estudiante en discusiones matemáticas y la promoción del desarrollo de la autonomía del estudiantado (e.g. Krummheuer, 1995; Staples y Newton, 2016). Por otro lado, diversas investigaciones han resaltado que la promoción de la argumentación requiere una serie de condiciones la cual hace que sea retadora su gestión (e.g. Solar y Deulofeu, 2016) y que el papel del docente, así como las acciones y tareas propuestas, sean relevantes para propiciar intencionalmente espacios donde el estudiante construya argumentos, justifique su razonamiento, elabore refutaciones, evalúe diversas posturas (e.g. Solar et al., 2021). De manera que, cada vez es más relevante incorporar en la formación futuros profesores la enseñanza de elementos relacionados con el desarrollo de la actividad argumentativa.

Desde el 2012, los Programas de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012) de CR estipulan que argumentar y razonar son parte de los cincos procesos básicos que deben estar en la implementación del programa. El estudiantado que se prepara para ser docente, debe considerar estos lineamientos para el diseño de las clases a implementar en instituciones públicas durante las prácticas profesionales.

El estudio presentado en esta propuesta pertenece a un proyecto de investigación activo del Centro de Investigación en Matemáticas y Metamatemáticas (CIMM) de la Universidad de Costa Rica (UCR). El objetivo del proyecto es determinar la incidencia de la formación de pregrado de personas estudiantes de la carrera de Educación Matemática, de la UCR, en la promoción de la argumentación durante el diseño y la gestión de sus clases de matemática durante las horas de práctica profesional. En este artículo, comunicamos algunos gestos planificados e implementados por dos practicantes en una clase de álgebra básica; así como fortalezas y limitaciones que en general, evidenciaron dos sujetos participantes del estudio.

2. Marco Teórico

En las investigaciones de Educación Matemática existen diversos posicionamientos teóricos sobre la argumentación matemática (Molina et al., 2024). Sin embargo, es reconocido que la argumentación matemática se marca en las discusiones que se tienen en una clase, donde el docente y el estudiante intercambian afirmaciones matemáticas y las justifican (Conner et. al, 2014). Esto excluye, en teoría, asumir la argumentación como un monólogo del docente. Este artículo adopta la definición de argumentación colectiva de Krummheuer (1995), la cual destaca el carácter social y emergente de las interacciones en el aula con el fin de llegar a un consenso de la afirmación cuestionada. Se asume que la argumentación es un proceso social y discursivo, en el que surgen y/o construyen argumentos para convencer a los participantes, empleando conocimiento y lenguaje compartido. Es decir, el acto de justificar y hacer disponible estas razones, que explican el razonamiento que respalda una afirmación, es parte del acto de argumentar.

En este estudio se adopta el modelo estructuralista de un argumento de Toulmin (2003), que identifica tres partes clave en un argumento: dato, conclusión y garantía. Este modelo se utiliza en investigaciones para analizar gestos docentes que promueven la argumentación (e.g., Conner et al., 2014). Aunque Toulmin no lo diseñó específicamente para proposiciones matemáticas, proporciona un marco común para describir los roles de las proposiciones en las discusiones matemáticas en clase.

3. Metodología

3.1 Participantes y recolección de datos

Los participantes de esta investigación son estudiantes de la carrera de Educación Matemática de la UCR. En este programa, la práctica profesional se integra de manera dosificada en los cursos de didácticas específicas, entre otros. Los datos fueron recolectados durante el año 2022, periodo en el cual los participantes estaban matriculados en Didáctica del Álgebra. Ellos diseñaron e implementaron las clases en equipo. Los sujetos del estudio firmaron un consentimiento informado previo a la recolección de los datos. Además, para garantizar su privacidad y anonimato, se emplearon nombres ficticios en este documento. Se observaron y videograbaron dos clases impartidas en las instalaciones universitarias, en las que participaron estudiantes del curso y profesores del programa como estudiantes. Las sesiones abordaron conceptos de expresiones algebraicas, resolución de ecuaciones lineales e introducción a las ecuaciones cuadráticas. Las grabaciones fueron transcritas para su posterior análisis.

3.2 Análisis de datos

Para analizar el diseño y su implementación, se utilizó un análisis de contenido inductivo (Patton, 2002). A partir de los datos, surgieron categorías y subcategorías relacionadas con los gestos que promueven la argumentación, desarrolladas de forma colaborativa entre las investigadoras mediante consensos. En los diseños se identificaron cuatro categorías, al igual que durante las clases.

4. Resultados

4.1 Diseño de clase

El diseño de clase analizado indica la información referencial del lugar y población en donde se aplicará. Seguido precisa los contenidos y las habilidades a desarrollar: identificar la diferencia entre una expresión algebraica y una ecuación, comprobar si un número dado es solución de una ecuación, resolver ecuaciones de primer grado e identificar y resolver ecuaciones de segundo grado.

En la sección titulada *Mediación Pedagógica*, describe las estrategias que se implementarán para alcanzar el desarrollo de las habilidades indicadas. La Tabla 1 resume los gestos identificados vinculados con la promoción de la argumentación.

Tabla 1. Gestos que promueven la argumentación en un diseño de clase de Álgebra.

Gesto	Ejemplo
1) P: Solicita la justificación de una respuesta o una propuesta.	"¿por qué considera que corresponde a una ecuación y no a una expresión algebraica?"
2) P: Solicita la justificación de una técnica o un paso de ésta, en general.	¿"por qué cuando se habla de "pasar al otro lado de la igualdad" (...) se debe cambiar de signo"?
3) P: Introduce un dato nuevo para avanzar en un argumento.	"mencionarle a los estudiantes el teorema de factor nulo".
4) Se introducen nuevas técnicas de forma justificada.	Se introduce justificadamente una técnica de resolución de ecuaciones cuadráticas.

Fuente: Elaboración propia (En la tabla, P: "profesor").

Del plan de clase se reconoce la propuesta de activar los primeros tres tipos de gestos de forma prolongada a lo largo de la sesión de una hora. Se centran principalmente en la justificación puntual de algún paso de un procedimiento (a excepción del primero, identificado al discriminar entre una ecuación y una expresión algebraica). Se activarían como parte de una construcción conjunta que los practicantes deben moderar.

4.2 Implementación del diseño

La clase se implementó el 17 de octubre del 2022. Durante esta, avanzaron hasta proponer el problema que requería resolver una ecuación cuadrática. Se observó la activación de cuatro tipos de gestos vinculados con la argumentación (ver Tabla 2).

Tabla 2. Gestos que promueven la argumentación al implementar un diseño de clase.

Gesto	Ejemplo
a) P: Responde preguntas/valida intervenciones de forma justificada.	"Porque en este caso lo que se está haciendo es la operación inversa de la suma"
b) Refuta una respuesta o posición.	"No pero no es, porque a la derecha no hay expresión algebraica, es un número"
c) E: Responde justificadamente preguntas del docente o estudiantes.	"Ecuación, porque hay una igualdad entre las dos expresiones"
d) P: Amplía o agrega una garantía.	"La expresión algebraica no necesariamente tiene que ser una combinación (...) puede presentarse solo un número"

Fuente: Elaboración propia (En la tabla, P: "profesor", E: "estudiante").

Los primeros tres gestos de la Tabla 1 se identificaron durante la implementación del diseño, asociados con los gestos c) y d) de la Tabla 2. El cuarto gesto de la primera tabla se observó solo para la solución de ecuaciones lineales, dado que el tiempo efectivo de clase no permitió avanzar hasta la propuesta para ecuaciones cuadráticas. A partir de las preguntas que formularon tanto docentes como estudiantes, se reconoce la activación de los gestos a) y b) de la Tabla 2. La ambigüedad de definiciones o explicaciones por parte de los practicantes generó en los estudiantes refutaciones o cuestionamientos que dinamizan la actividad argumentativa. Sin embargo, este rasgo parece asociado a que fueran docentes algunas personas que simulaban ser estudiantes. Esto crea un ambiente que impone normas de acción en la clase, distintas a las usuales en secundaria.

5. Conclusiones

Tanto en el diseño como en su implementación se reconocen gestos que promueven la argumentación. Sin embargo, en su mayoría, están asociados a justificaciones matemáticas de procedimientos, dado el tipo de tareas matemáticas elegidas. Se identifican algunos episodios de construcción colectiva de argumentación, limitados por la escasa frecuencia de réplica entre estudiantes. Para esta investigación, los resultados obtenidos deberán contrastarse con los de otras sesiones de los sujetos participantes y con los de otros informantes del estudio.

6. Referencias bibliográficas

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(3), 401-429. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Krummheuer, G. (1995). The Ethnography of Argumentation. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229–269). Taylor & Francis Group.

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio de Matemática*. MEP Costa Rica.

Molina, O., Camargo, L., Vargas, C., Samper, C. y Perry, P. (2024). Una propuesta para la formación de profesores de matemáticas: el caso de la argumentación matemática. *RIME Revista de Investigación en Matemática y su Enseñanza*, 1(1), 151-185. https://doi.org/10.32735/S2810-718720240001335

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Sage.

Solar, H. S., y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092-1112. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13

Solar, H., Goizueta, M. y Howard, S. (2021). Emergencia de patrones de interacción al promover la argumentación en el aula de matemáticas. *Educación Matemática*, 34(3), 132-162. https://doi.org/10.24844/em3403.05

Staples, M. y Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. *Theory into practice*, *55*(4), 294-301. https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1208070

Toulmin, S. (2003). *The uses of argument* (Updated ed.). Cambridge University Press.

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA, DIALÉCTICA HERRAMIENTA-OBJETO Y LAS IA: ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE SU VINCULACIÓN

Johnny Flores Araya
Universidad Nacional de Costa Rica
Costa Rica
Johnny.flores.araya@una.cr

Temática: Aproximaciones y perspectivas teóricas en la investigación de la Matemática Educativa.

Niveles educativos: Primaria - Secundaria - Universidad

Resumen:

Este escrito presenta una reflexión sobre la participación de las inteligencias artificiales en el ámbito educativo. Este planteamiento se fundamenta en el ecosistema y tricotomía de saberes propuestos por Ives Chevallard (1991) y en la dialéctica herramienta-objeto de Régine Douady (1986). En el texto, se formulan preguntas cuyo propósito es estimular el pensamiento crítico, para que al profundizarse, puedan transformarse en objetos propios de investigación. Al final de ciertos párrafos, el lector encontrará referencias bibliográficas que le pueden colaborar en la profundización de la argumentación tratada.

Con el objetivo de enfatizar la reflexión pedagógica, no se tratan aspectos como la definición o funcionalidades computacionales implicadas en la codificación y entrenamiento de las IA. No obstante, se asumen como supuestos axiomáticos: estas tecnologías computacionales son capaces de simular la inteligencia humana y, en la actualidad, son inherentes en diversos ámbitos de la sociedad. (ver NATIONAL GEOGRAPHIC 2023, Proyecto LATIn 2018)

Palabras claves: Transposición Didáctica, Dialéctica herramienta-objeto, Inteligencia Artificial.

3. Reflexiones

En la actualidad, al igual que ocurrió con la revolución industrial, la invención de los aviones o de los automóviles, la sociedad se encuentra en un proceso que, aunque se desee, no puede detenerse. Esta transformación responde al desarrollo y uso de inteligencias artificiales generativas. Uno de los cuestionamientos que surgen tras la aceptación de este cambio histórico-social es: ¿estamos, en realidad, ante un proceso homeostático que se autorregula y se retroalimenta mediante las reglas de uso socialmente aceptadas para esta tecnología?, o por el contrario _¿debemos considerarlo (ya sea presente o futuro) como una simbiosis mutualista (en el peor de los casos, parasitaria) entre la sociedad y las inteligencias artificiales (IA), en la que la dependencia que se pueda generar de estas tecnologías sobrepase su utilitarismo? Si se considera el hecho que actualmente, las IA son un ente que nacen en el seno del conocimiento humano, son utilizadas por humanos y que sus funciones están orientadas (en gran medida) a la automatización de eventos y tareas, la respuesta a la pregunta supra citada en el párrafo anterior, sería consecuencia de analizar y ratificar que se está en presencia de un proceso vinculado e inherente al *core* del conocimiento y que, como consecuente de este constructo, las relaciones y quehaceres sociales no quedan inmutables, por ende, se tendría que afirmar que se está en un proceso homeostático, generado y experimentado por nuestra sociedad. (ver Moreno, R. 2019; Rouhiainen, L. 2018)

En el ámbito educativo, resulta imprescindible analizar los pros y contras del uso de las IA en los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como en la definición o redefinición de estos procesos. Dicho análisis debe abarcar aspectos que van desde lo curricular, didáctico y evaluativo, hasta lo laboral. Este enfoque es relevante en cualquier nivel educativo y para todos los actores involucrados en este contexto: estudiantes, docentes, padres de familia o autoridades educativas. Yves Chevallard realiza, al menos en lo que respecta a la didáctica, una declaración sobre los actores del proceso educativo. Este autor expresa, entre otras cosas, la existencia de tres saberes: el saber sabio, que nace y se extiende en el seno más puro de la ciencia; el saber enseñado, que, después de sufrir una serie de transformaciones que lo hacen asequible al estudiantado, pasa a formar parte del proceso educativo; y el saber aprendido, que tomará forma e incluso validez dependiendo de las construcciones y reconstrucciones individuales de cada aprendiz a quienes se les impartió. (ver Chevallard, Y. 1991; Moreno, R. 2019, Ayala, E., López, R., Menéndez, V. 2021, Ocaña, Y. 2019).

De lo anterior, surgen las preguntas: ¿qué rol juegan las IA en la transposición didáctica definida por Yves Chevallard?, ¿Son las IA un nuevo ente participante dentro de la transposición didáctica capaces y merecedoras de ser consideradas un nuevo elemento de la eventualmente ya no tripleta de saberes? De ser así, ¿en qué parte(s) del ecosistema didáctico de saberes debería ubicarse esta tecnología? Y, en caso de que se pueda dar respuesta a esta pregunta, dentro de la dialéctica herramienta-objeto emerge inminentemente los siguientes cuestionamientos: ¿Existe alguna arista definida en esta dialéctica que contemple única y exclusivamente esta tecnología? O, por el contrario, ¿toma (o debe tomar) esta tecnología un carácter oscilante dentro de dicha oscilación? ¿De qué depende dicha oscilación? ¿Será acaso que depende del actor del sistema didáctico, de los niveles de conocimiento y habilidades que posea o que desee adquirir, o bien de los fines con los que desee emplearla? ¿O depende de la IA que se esté considerando en el momento? Pero, en caso de ser cierta esta oscilación: ¿qué la determina? ¿Cómo hay que visualizar el rol itinerante de las IA? ¿Será visible como un rayo de luz pasando por una rejilla prismática, o se comportará más bien como un caleidoscopio, que, además de llamar la atención por sus *diferentes colores* (las IA) y matices, se caracteriza por la capacidad de cambiar dependiendo de si este se gira o no? (ver Vera, F 2023)

Por otro lado, al considerar los contenidos o conocimientos que una IA podría generar, ¿es este conocimiento realmente cierto, inmutable e indubitable? ¿Se podrá afirmar que la información obtenida por las IA posee los mismos atributos lógicos y demostrables que caracterizan a las distintas áreas de la matemática? Si no fuera así, y si dicha inmutabilidad no es inherente a las IA desde el conocimiento sabio con el que fueron entrenadas, ¿cómo se puede asegurar que el conocimiento generado (y eventualmente adquirido) es válido?

Hasta el momento, de manera implícita y a priori, las IA se han descrito como un ente antropomorfo, equiparable y coherente con las nociones epistemológicas vinculadas al concepto de *objeto* en la dialéctica herramienta-objeto. Pero, ¿y si no fuera así? Si, por el contrario, el desarrollo del pensamiento y la reflexión debiera orientarse (total o parcialmente) hacia el uso de las IA como *herramienta* dentro del ecosistema mencionado, ¿qué sucedería? Se repite la pregunta: ¿en qué parte(s) del ecosistema didáctico de saberes debería implementarse esta tecnología? Pero, sobre todo, ¿cómo debe emplearse las IA en el proceso de enseñanza-aprendizaje?

En el ámbito docente, es necesario reconocer que las IA tienen diversos usos, que van desde facilitar la verificación de detalles, hechos, conocimientos o conceptos, hasta convertirse en herramientas generadoras de recursos (visuales, escritos o sonoros) necesarios para el desarrollo de lecciones o actividades de aprendizaje (formativas o sumativas) aplicadas a los estudiantes. Las IA pueden utilizarse como un apoyo en las tareas funcionales y académicas de los usuarios, tanto en la creación de trabajos asignados a los estudiantes, como en la generación, reafirmación e incluso evaluación del conocimiento de estos. Queda claro que en el primer caso, el uso de la inteligencia artificial tiene como único propósito responder a una duda puntual que surja; pero en el segundo caso, las imágenes, videos o textos generados son creados (implícita o explícitamente) con el fin de satisfacer una necesidad docente-laboral, y pueden terminar apareciendo en un documento con un autor (humano) definido, ¿y qué tiene de malo esto? ¿Y qué sucede con los estudiantes? ¿También utilizan las inteligencias artificiales? Aplicativos como Canvas permiten a los usuarios describir un tema y generar una presentación con contenido relacionado. Herramientas como Photomath, fxSolver, Mathpix Snip, Microsoft Math Solver, entre otras, permiten a los estudiantes resolver ejercicios simplemente escribiendo o tomando una foto del enunciado del problema. Por último, y no menos importante, los estudiantes tienen acceso a la generación de ensayos, trabajos e incluso libros completos en diversas áreas del conocimiento. Este acceso, en general, está limitado únicamente por la velocidad de la red a la que se conectan y, cuando la plataforma no es gratuita, por el eventual plan de pago. Reiterando la pregunta planteada en el párrafo anterior: ¿y qué tiene de malo esto? (Ver Chicaiza, R. Camacho, L. Ghose G. Castro I & Trajano V. 2023; Parra, J. 2022; UNESCO 2019; Zhai, X. 2022)

Cualesquiera que sean las respuestas a las preguntas planteadas, es fundamental aclarar que, al centrarnos en la relación alumno-IA y en el contenido generado a partir de esta interacción, debemos considerar varios aspectos clave. En primer lugar, las IA no son alumnos, por lo que no es posible aprobarlas ni reprobarlas en el contexto académico. En segundo lugar, como herramientas, las IA no pueden calificarse de buenas o malas de manera intrínseca; dicha valoración dependerá del usuario, del contenido generado y del uso que se le dé. Sin embargo, ¿pueden las IA, por decisión del estudiante, desplazar su rol o participación en el proceso de enseñanza-aprendizaje? De ser así, ¿debería prohibirse el uso de esta tecnología? Y aunque se decidiera prohibirla, ¿sería factible implementar dicha prohibición? Independientemente de que se opte por restringir o permitir libremente el uso de las IA en el ámbito educativo, los sistemas educativos, sin importar su nivel o tipo, deben comenzar a promover en docentes y alumnos el desarrollo de habilidades y competencias éticas y tecnológicas. Esto permitirá que, de manera responsable y legal, puedan aprovechar al máximo esta tecnología, que en un futuro cercano podría considerarse simplemente como una herramienta más. (ver RECIMUNDO 2023, Zhai, X. 2022)

Independientemente de la creencia sobre la relación existente entre las IA y el sistema educativo (homeostática, simbiótica o parasitaria), aceptar la presencia de dicha relación implica, a corto o mediano plazo, la necesidad de reformular los contenidos de los planes de estudio en todos los niveles y áreas de enseñanza. Este proceso debe extenderse también a los planes dirigidos a formadores, quienes necesitan adquirir, desarrollar y consolidar los conocimientos y habilidades que exige el uso de esta tecnología. Desde mi perspectiva, los formadores deben acercarse más al saber sabio, con el fin de valorar y retroalimentar de manera adecuada los trabajos de sus estudiantes. Estos últimos, en un futuro cercano (si no es que ya), estarán inevitablemente influenciados por inteligencias artificiales generadoras de contenido. Al final, el objetivo debe ser que, con o sin la presencia de inteligencia artificial, los estudiantes sean capaces de apropiarse del conocimiento enseñado, comprendiendo tanto su naturaleza como sus aplicaciones. La falta de claridad en este sentido podría generar distorsiones tanto en el conocimiento como en el proceso educativo en sí mismo. ¿Quién sabe? Tal vez tengamos en nuestras aulas a un futuro ganador del Premio Itaú de Cuento Digital (Ver UNESCO 2021)

3. Referencias bibliográficas

Ayala, E., López, R., Menéndez, V. (2021). *Modelos predictivos de riesgo académico en carreras de computación con minería de datos educativos.* Revista de Educación a Distancia (RED), 21(66). https://doi.org/10.6018/red.463561

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. La Pensée Sauvage.

Chicaiza, R. Camacho, L. Ghose G. Castro I & Trajano V. (2023) *Aplicaciones de Chat GPT como inteligencia artificial para el aprendizaje de idioma inglés: avances, desafíos y perspectivas futuras.* Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades (LATAM),Vol. 4, Núm. 2, p 2610-2628.

Douady, R. (1986). *La didactique des mathématiques et les objets de la connaissance*. Éditions La Pensée Sauvage.

Equanalysis UG. (s.f.). fxSolver (versión). fxSolver. https://fxsolver.com/

Instructure. (s.f.). Canvas. Instructure. https://canvas.instructure.com/login/canvas

Mathpix. (2024). Mathpix Snip (versión). Mathpix. https://mathpix.com/docs/snip/overview

Microsoft. (s.f.). Math Solver. Microsoft. https://math.microsoft.com/es

Moreno, R. (2019) *La llegada de la inteligencia artificial a la educación.* Dialnet. Vol. 7, Nº. 14, págs. 260-270.

NATIONAL GEOGRAPHIC (2023) *¿Qué es la inteligencia artificial?*. https://www.nationalgeographicla.com/ciencia/2023/02/que-es-la-inteligencia-artificial

Ocaña, Y. Valenzuela, L. Lourdes L. (2019) *Inteligencia artificial y sus implicaciones en la educación superior*. Vol 7. Num. 2, pp. 536-568.

Parra, J. (2022) *Potencialidades de la Inteligencia Artificial en Educación Superior: Un Enfoque desde la Personalización.* Revista Internacional Tecnologica-Educativa Docentes 2.0 (CIVTAC) Vol. 14, Num. 1, pp. 19-27.

Proyecto LATIn (2018) *Inteligencia Aritificial.* https://rephip.unr.edu.ar/server/api/core/bitstreams/bb5e5b0c-01b6-482c-a3a4-a469f994c92b/content

Rouhiainen, L. (2018) *Inteligencia artificial 101 cosas que debes saber hoy sobre nuestro futuro.* https://planetadelibrosec0.cdnstatics.com/libros_contenido_extra/40/39308_Inteligencia_artificial.pdf

Sabol, D. (S.f.). Photomath. Photomath. https://photomath.com/

Tomalá De La Cruz, M. A., Mascaró Benites, E. M., Carrasco Cachinelli, C. G., & Aroni Caicedo, E. V. (2023). *Incidencias de la inteligencia artificial en la edu-cación.* RECIMUNDO, 7(2), 238-251. https://doi.org/10.26820/recimundo/7.(2).jun.2023.238-251

UNESCO (2019). *CONSENSO DE BEIJING sobre a inteligência artificial e a educação.*https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000372249?posInSet=1&queryId=N-EXPLORE-b8bfa766-448c-4972-b235-7b076b188129

UNESCO (2021). *Inteligencia artificial y educación. Guía para las personas a cargo de formular políticas.* https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000379376

Vera, F. (2023) *Integración de la Inteligencia Artificial en la Educación superior: Desafíos y oportunidades*. Transformar, Vol. 4, Num. 1, pp. 17-34.

Zhai, X. (2022) *ChatGPT User Experience: Implications for Education.* https://ssrn.com/abstract=4312418

ANÁLISIS CONCEPTUAL DE LA DEMOSTRACIÓN: DEFINICIONES OTORGADAS POR DOCENTES UNIVERSITARIOS Y LIBROS DE MATEMÁTICAS

Johan Pérez Umaña; Luis Guillén Gutiérrez

Escuela de Matemática, Universidad Nacional

Costa Rica

johan.perez.umana@est.una.ac.cr, luis.guillen.gutierrez@est.una.ac.cr

Temática de la propuesta: Estudios sobre la argumentación y pruebas en la matemática

Nivel educativo de la propuesta: Universidad

Resumen: El propósito de la investigación es realizar un estudio y análisis acerca del concepto de demostración, esto como parte de la elaboración de su análisis didáctico. La investigación es cualitativa de tipo descriptiva. Para la recolección de datos se recurrió a la búsqueda de fundamentación teórica y la elaboración de un cuestionario sobre el abordaje de la demostración, donde se incluyeron dos preguntas referidas a la definición de demostración. Para este avance de investigación, se consideraron dos fuentes de investigación: libros de textos de matemáticas y las respuestas de personas docentes universitarias de matemática, a partir de sus experiencias. Como parte de los resultados obtenidos, se observó que hay una diversidad en los conceptos otorgados por las personas autoras de los libros, así como de las personas docentes, además que llama la atención que el término sea manejado como concepto o como procedimiento.

Palabras claves: Demostración, docente universitario de matemática, libro de matemática, análisis conceptual, análisis didáctico

1. Introducción

Para la demostración, no hay una definición general que sea compartida por la comunidad matemática, diferentes autores, como Balacheff (2000) y Stylianides (2007) proponen sus diferentes versiones acerca del concepto de demostración. Además, en la matemática profesional y escolar es tratada de manera diferente, ya sea como una práctica social en la que se valida un conocimiento adquirido, como un argumento juzgado por profesionales, o como una sucesión de pasos que cumplen reglas lógicas (Godino y Recio, 2001; Hanna y De Villiers, 2012). Por esta razón, es necesario realizar un estudio sobre este concepto a partir de fundamentación bibliográfica, así como poner en consideración la experiencia docente, para notar si hay puntos en común o diferencias entre sí.

2. Marco Teórico

El análisis didáctico es un método propio de investigación con el propósito de fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación, práctica y evaluación de la enseñanza y aprendizaje de un contenido particular. Dentro de este método, se encuentra el análisis conceptual, el cual es una actividad esclarecedora que trabaja y profundiza los conceptos para conseguir precisión y dominio en su aplicación (Rico y Fernández-Cano, 2013).

De acuerdo con Rico (2001), este análisis es caracterizado por ser un modelo no empírico, trabaja con enunciados textuales, se preocupa por su naturaleza de las definiciones, encuadra los términos y sus interconexiones, contextualiza la definición dentro del área que se trabaja, usa ejemplos y contraejemplos, y usa analogías y términos evocativos.

3. Metodología

Se consideraron fuentes bibliográficas sobre la demostración (para este avance en particular, se analizará la información encontradas en libros de texto de matemáticas), además de docentes universitarios de matemática que tienen experiencia acerca de la enseñanza de la demostración en la formación inicial de profesores de matemática. En total, participaron 11 docentes universitarios de matemática de las cuatro diferentes universidades estatales de Costa Rica, todos con un grado superior a la licenciatura y con especialización en matemática pura o aplicada, didáctica o enseñanza de la matemática. Para la recolección de información, se utilizaron fichas para las fuentes bibliográficas y cuestionarios sobre el abordaje de la demostración, donde se incluyeron dos preguntas acerca del concepto de demostración.

4. Avances de la Investigación

Para la realización del análisis conceptual, se recurrió a la revisión bibliográfica de diferentes libros de texto de matemáticas. Para complementar con la información recolectada en las fuentes bibliográficas, se obtuvieron 11 respuestas de docentes universitarios en los cuestionarios.

Se observó que muchos de los libros de texto consultados definen la demostración como una serie de argumentos lógicos o razonamientos estructuras, que conducen a la validez y veracidad de una proposición, el cual llaman conclusión o tesis. También se ha encontrado, como punto en común, sobre el empleo de supuestos verdaderos, axiomas o premisas, además de reglas de inferencias que conducen a la verdad de estas conclusiones.

Algunos ejemplos son las siguientes definiciones:

- Una demostración, vista abstractamente, es una serie de enunciados que ‘establece’ sin ninguna duda la verdad de su conclusión, dada la verdad de sus conclusiones.
- La demostración de una proposición es un ensayo estructurado en donde se verifica y constata de forma irrefutable y convincente que dicha proposición es verdadera.

- Una demostración consiste en una serie de pasos lógicos mediante los cuales deducimos la verdad de un enunciado a partir de los axiomas que se enuncian explícitamente.

Dentro de las definiciones encontradas, se ha visto que relacionan el término “demostración” con “teorema”, como se ha visto en los libros de Johnsonbaugh (1984) y Morash (1987), quienes tuvieron que definir primero qué es un teorema para luego definir qué es una demostración.

Llama la atención la definición otorgada por Solow (1993), quien lo define como un método de comunicación entre personas que ‘hablan el mismo idioma’, en este caso, entre matemáticos, siendo la definición que difiere de las demás personas autoras, pero que expone la función comunicativa de la demostración.

Respecto al cuestionario, se incluyeron las siguientes preguntas:

- ¿Es posible establecer una definición formal para el concepto de demostración matemática? Justifique su respuesta.
- A partir de su experiencia como docente, ¿qué definición le otorga a la demostración matemática?

Respecto a la primera pregunta, dos docentes respondieron que no es posible definir formalmente este concepto. CAD01 indicó que todas las personas manejan una idea intuitiva de qué es una demostración, esta definición varía dependiendo de la persona, incluso puede variar su forma de abordaje. Luego, CAD03 indicó que no existe una sola concepción de lo que significa una demostración, en diversos contextos se define como un argumento deductivo para llegar a la verdad de una proposición.

Tres docentes expusieron que sí es posible establecer una definición formal, aunque ponen pautas que interponen a su realización, CAD02 detalló que, desde la didáctica de la matemática es parte de una línea de investigación, siendo definida por varios autores. CAD04 indicó que si se entra en detalles de la precisión de la definición, pueden entrar en discrepancias, pues supone algún conocimiento previo que no se hace explícito en la misma. CAD06 estuvo de acuerdo en que es posible definirse formalmente, pero que requiere establecer en qué contextos y supuestos se deba tratar para su abordaje.

Las demás personas encuestadas afirman que es posible definirse formalmente. Por mencionar algunos, CAD08 explicó que debería ser formalmente definida para que la comunidad matemática esté clara con respecto a qué se entiende por demostración y cuál es la forma en la que se deba trabajar, de modo que se sigan las mismas pautas para hacer una demostración que sea aceptada. Mientras que CAD09 justifica que, al ser una actividad que se realiza de forma habitual, que transciende idiomas y contenidos, este concepto debería de ser posible definirse.

Respecto a la segunda pregunta, algunas respuestas obtenidas fueron:

- Práctica socialmente compartida en donde se escriben argumentos racionalmente coordinados para probar un enunciado llamado teorema, corolario o proposición.
- Justificación o argumentación lógica y rigurosa de la veracidad de una proposición o teorema.
- Un proceso de razonamiento lógico matemática en el cual se llega a una tesis a partir de ciertas premisas.

Se puede observar que hay diferentes formas de definir una demostración, lo cual era esperable de acuerdo con lo expuesto en la introducción. Sin embargo, lo que llama la atención es que la mayoría de las personas encuestadas exponen su definición de demostración como un procedimiento y no como un concepto. La mayoría acuerda en que la finalidad de la demostración es comprobar, validar y garantizar la veracidad de algo, llámese proposición, teorema, enunciado o afirmación, a partir de información previa, como axiomas o hipótesis.

5. Reflexiones

Al realizar este primer análisis, dentro del Análisis Didáctico, se observó que la demostración es un concepto en el que puede haber puntos en común entre diferentes personas, pero también sus diferencias, dependiendo del autor y del contexto en el que se trata. Encontrar una definición "formal" puede producir un conflicto entre personas de la comunidad matemática, y en la enseñanza de la matemática no es la excepción. Es necesario considerar cuál debería ser una forma adecuada de definir qué es una demostración, en función de lo que se quiere enseñar en matemáticas.

En la investigación, consideramos que, al encuestarse 11 docentes, existe un margen muy grande de error en cuanto a definir "formalmente" la demostración, sin embargo, el aporte de las respuestas obtenidas permitió relacionar las respuestas obtenidas a través de los libros de texto de matemáticas, las cuales no se encuentran alejadas a lo encontrado en la revisión documental.

6. Referencias Bibliográficas

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas. Una empresa docente.* Editorial de la Universidad de los Andes. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00520133/document

Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289-321. https://www.jstor.org/stable/30034869

Crespo, C., Farfán, R. M., & Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: Una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(3), 283-306. http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v13n3/v13n3a3.pdf

Godino, J. D., & Recio, A. M. (2001). Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias, 19*(3), 405-414. https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/25175

Hanna, G., & de Villiers, M. (2012). Aspects of Proof in Mathematics Education. En G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study* (pp. 1-10). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_1

Johnsonbaugh, R. (1988). *Discrete Mathematics* (1 ed.) Macmillan Publishing Company.

Morash, R. P. (1987). *Bridge to Abstract Mathematics: Mathematical Proof and Structures.* (1 ed.). Random House, Inc.

Rico, L. (2001). Análisis Conceptual e Investigación en Didáctica de la Matemática. En P. Gómez, & L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 179-194). Editorial Universidad de Granada. https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/homenaje/12RicoL.PDF

Rico, L., & Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez, & M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática* (pp. 1-22). Editorial Comares, S. L.

Solow, D. (1993). *Como Entender y Hacer Demostraciones en Matemáticas* (1 ed.). Editorial Limusa.

UNA MIRADA AL PROCESO DE ADAPTACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE PRIMER INGRESO A LA UNIVERSIDAD

Gerardo Antonio Arroyo Brenes

Universidad Técnica Nacional
garroyo@utn.ac.cr

Temática de la propuesta: **Educación Matemática universitaria**

Nivel educativo de la propuesta: **Universidad (19 o más años)**

Resumen:

El objetivo de esta investigación es analizar el desarrollo de habilidades académicas mediante el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en los estudiantes de primer ingreso a carreras universitarias que requieren de destrezas matemáticas, considerando las representaciones sociales y creencias que inciden en la permanencia y los procesos de aprendizajes significativos o exitosos. Para ello la información recolectada entorno a los discursos de los estudiantes, que son la fuente principal de información permitió escuchar la voz de aquellos que muchas veces callan en este proceso de inducción a la vida universitaria, las políticas de ingreso y de adaptación al mundo universitario siempre ha venido de los departamentos correspondientes sin escuchar las voz de los protagonistas.

Palabras claves: adaptación, vida universitaria, matemática, inducción y habilidades académicas.

Introducción

Para ingresar a la universidad se requiere una serie de habilidades académicas, principalmente si se va a ingresar a carreras del área de la ingenierías. Es por ello que surge la pregunta ¿En la secundaria, los estudiantes desarrollan los estudiantes desarrollan las habilidades necesarias para optar por carreras que requieren habilidades académicas y matemáticas, para su preparación a una carrera universitaria? Las habilidades académicas deben desarrollarse de la mano de la revolución 4.0, para la cual el uso de las TIC toma un carácter principal, donde al lado de la Big Data, la nube, inteligencia artificial y realidad virtual, entre muchas otras puedan contemplarse con la capacidad de comprensión de lectura, lógica matemática y la capacidad de discernir la información relevante de la que no lo es. Es el gran reto de las universidades es plantear procesos acordes con la exigencias de las nuevas generaciones de la sociedad costarricense y en las cuales se apliquen buenas prácticas con respecto al uso de las TIC, el trabajo colaborativo, la resolución de problemas, el pensamiento matemático, la adaptación y asimilación de las nuevas experiencias, imprimiéndole una visión más holística para lograr cumplir con las necesidades y exigencias de la vida universitaria.

1. Marco Teórico

Para el contexto educativo del "mundo universitario" es aquel al que se enfrentan los estudiantes de primer ingreso y que es completamente nuevo para ellos por venir de una experiencia colegial. Además es donde se hace importante para los estudiantes de nuevo ingreso las interacciones entre sus iguales y los docentes que representan a la institución, como figuras iniciales de la universidad, son la cara y la primera impresión que los estudiantes tienen.

1.1. Inteligencia emocional

Para Andrade (2018) citando a Palomo (2010) la inteligencia emocional se puede definir como "la habilidad para percibir y expresar emociones, usar esas emociones para facilitar las cogniciones o pensamientos, comprender las razones de las diferentes emociones, y gestionar las emociones de forma efectiva en las relaciones con los demás" (p. 40).

Las emociones juegan un papel importante en la forma en la cual los estudiantes de primer ingreso van concibiendo el mundo universitario, con el cual apenas empiezan a tener contacto; estas ligadas a la motivación presentan las primeras concepciones de esa realidad.

Otra definición importante para esta investigación es la que Andrade (2018) usa citando a Guerri (2016), corresponde a "el término inteligencia emocional se refiere a la capacidad humana de sentir, entender, controlar y modificar los estados emocionales de uno mismo y también de los demás. Inteligencia emocional no significa ahogar las emociones, sino dirigirlas y equilibrarlas" (p. 40).

1.2. Estrategias metodológicas y didáctica universitaria

Con base en el criterio de Arancibia, Rodríguez, Fritiz, Tenorio y Poblete (2013), citando a Cancino y Donoso (2007) señala que "las universidades, en su gran mayoría, no se encuentran preparadas para implementar prácticas que aseguren óptimos resultados académicos ni la adecuada adquisición de competencias en los estudiantes" (p. 118).

La didáctica tiene la mística de transformar los escenarios educativos como los actores (docentes y estudiantes), ya que permite reflexionar sobre el entorno de enseñanza y aprendizaje, esta no se puede desligar del aprendizaje significativo al cual siempre tiene por meta.

Para Díaz (2017) la didáctica universitaria puede conceptuarse como "una didáctica especial comprometida con lo significativo de los aprendizajes del futuro profesional, con su desarrollo personal y con el potencial de su inteligencia" (p. 77).

1.3. Estrategias educativas que promuevan la permanencia de estudiantes

Desde el punto de vista de Fonseca y García (2016) el concepto de "permanencia en los estudios universitarios posee un significado compartido por la literatura, asociándolo a la acción de finalizar un programa formativo, lo que en algunas naciones se conoce como retención" (p. 26).

Citando a Gastón (2020) de un número elevado de ingresantes solo un pequeño porcentaje termina graduándose en los tiempos establecidos. "Esto da cuenta de un fenómeno muy preocupante a nivel global que es la deserción. Esta se puede definir como el abandono por parte de un alumno de los estudios formales de una determinada carrera" (p. 10).

1.4. Adaptación

Para García (2019) la mayor parte de autores puntualizan el aprendizaje como un proceso "donde intervienen patrones cognitivos que dan a lugar a cambios conductuales que se generan de forma permanente o duradera y se exponen mediante la experiencia vivencial del sujeto, desarrollando un mayor grado de flexibilidad y adaptación al medio" (p. 4).

Según Pérez (2016) el concepto de adaptación "permite hacer consciencia de que el campo universitario establece reglas y que pueden ser diferentes en cada carrera e institución a los cuales se les entiende como contextos" (p. 21).

1.5. Habilidades académicas

Para Stelzer, Vernucci, Juric, Galli y Guzmán (2017) las habilidades académicas que "se deben desarrollar son compresión de lectura, cálculo matemático, estatus social y estabilidad emocional, entre las más significativas, que se deben desarrollar para la adaptación de los estudiantes de primer ingreso a la universidad" (p. 79).

Se sabe que son muchas las habilidades pero las mencionadas anteriormente representan parte vital en la adaptación y asimilación de los nuevos estudiantes de primer ingreso, replanteándolo, debe ser el proceso de inducción de estos en el mundo universitario.

1.6. Tecnologías de la información y Comunicación

Las TIC según Montalvo (2019), citando a Villanueva (2003) hace referencia a "la reunión de los recursos técnicos y las habilidades individuales e institucionales para la manipulación de la información o realización de la comunicación" (p. 107).

2. Antecedentes

En la literatura consultada se pudo constatar la preocupación de las diferentes instituciones universitarias sobre el nivel, avance y preparación de los estudiantes de primer ingreso implementado diversas estrategias, que en su mayoría son académicas, para afrontar estas necesidades y que se dan en cursos iniciales de matemática.

En esta misma línea Artavia, Campos, Coto, Jiménez y Valverde (2017) reportaron que

> 93% de los estudiantes en el 2016 obtuvieron notas inferiores a 69 en la prueba de Diagnóstico de Matemática (DiMa), cuatro años después de haber creado el curso Precálculo (MA-001) como nivelatorio para Cálculo I, ya que en este último curso el porcentaje de aprobación, según Artavia et al (2017), no superó el 50%, con esto se puede constatar que del 2008 al 2016 la situación no mostró mejoría. (p. 18)

Esta información es preocupante y más que según el periódico La Nación (2021), afirma que "96% de los estudiantes de primer ingreso a la UCR no logran aprobar el examen de diagnóstico de matemática", argumentando que no se encuentran en capacidad de afrontar estos primeros cursos de matemática, lo que indirectamente también genera que la universidad tenga que invertir presupuesto periodo a periodo en volver a ofertar los cursos, propiciando en los estudiantes atraso en los estudios, sin dejar de lado la frustración por no avanzar en la carrera y, para la administración universitaria, esto se traduce en un aumento en los gastos.

La situación no mejora de una universidad a otra, llegando a la aplicación de cursos nivelatorios para lograr equilibrar a estos estudiantes de primer ingreso y que puedan afrontar el curso siguiente, Chacón y Roldán (2021) lo afirman de la siguiente forma:

> La situación es similar en las universidades estatales costarricenses, donde frecuentemente, se registran porcentajes de reprobación entre el 40 % y el 50 % en los cursos de Matemática General que se imparten en la Universidad Técnica Nacional, la Universidad Nacional y el Instituto Tecnológico de Costa Rica. (p. 268)

La Universidad Estatal a Distancia (UNED) entre los requisitos de ingreso al Bachillerato en Ingeniería Industrial solicita aplicar una Prueba de Ubicación Diagnóstica (PUD), en caso de que los estudiantes no la aprueben requieren matricular el curso Matemática Nivelatoria, dentro de un bloque de cuatro cursos nivelatorios para el ingreso a la carrera (UNED, 2018).

Universidades como Simón Bolívar de Barranquilla, en el documento "Cursos nivelatorios: Experiencia para mitigar la deserción académica precoz" de Arrieta y Mercado (2018), expone:

> La implementación de cursos nivelatorios de matemáticas y lectura para desarrollar las competencias básicas de sus estudiantes y de esta manera, puedan cumplir con mayor facilidad las asignaturas transversales en los distintos programas académicos que se ofrecen en la Institución en el primer y segundo semestre (p. 1110).

Este problema afecta la calidad en la enseñanza de las instituciones de educación superior y conlleva a un análisis de las políticas públicas universitarias, en cuanto a permanencia y adaptación de los estudiantes de primer ingreso, ya que no solo es un asunto académico como se ha mencionado hasta ahora es también un problema administrativo.

3. Metodología

El enfoque metodológico de este trabajo es cualitativo interpretativo, el cual Villalobos (2019) afirma:

> Su interés es identificar la naturaleza profunda de las realidades intersubjetivas, su sistema de relaciones y su estructura dinámica, que emerge de su interacción con el punto de vista de las personas implicadas mediado por el lenguaje (p. 240).

En este sentido se comprende que la presente investigación hace "visible" esa visión del mundo universitario, mediante los estudiantes de nuevo ingreso, escuchando qué tenían que expresar sobre los procesos de inducción en los cuales han sido protagonistas, para así recrear esa realidad pedagógica y matemática en los estudiantes de primer ingreso universitario.

3.1. Análisis e interpretación de los resultados

Se analizó el desarrollo de habilidades académicas mediante el uso de las TIC en los estudiantes de primer ingreso a carreras universitarias que requieren de destrezas matemáticas, considerando las creencias que inciden en la permanencia y los procesos de aprendizajes significativos o exitosos, fue indispensable obtener información que respalde una propuesta oportuna y coherente con las necesidades que demanda la educación superior en la actualidad.

3.2. Discusión

La motivación y los deseos de superación como categoría emergente ha influido mucho en la adaptación de los estudiantes de primer ingreso, ya que como ellos mismos lo han contado la familia ha representado un pilar fundamental y el hecho de que hayan realizado sacrificios para que ellos pudieran estudiar los motiva a seguir.

Para los estudiantes que participaron en esta investigación tener un núcleo familiar que los empuje a conseguir sus metas los ayuda a enfrentar cualquier obstáculo que se les presente y a ingeniárselas para salir adelante a pesar de tener carencias o limitaciones, los impulsa a cubrir esas necesidades o buscar soluciones a problemas que se encuentran en el camino, les da resiliencia.

Generar una identidad o pertenencia a un grupo social o nueva sociedad educativa lleva a los jóvenes a un impulso innato a sentirse parte de la universidad. Para González, Moyano y Navarro (2021) citando a Hagedorn (2005); y Staiculescu et al (2018), esto representa

> Sentirse perteneciente a un grupo y el deseo de la constante mejora en los estudiantes, conforman una base que moldean su comportamiento individual; pues, al entrar en interacción con las creencias de una nueva realidad que imparte la universidad, el estudiante en particular fusiona sus características personales con la experiencia común del grupo, generando una identidad institucional. Situación que ocurre contrariamente con la universidad que, al ser sociedad en sí misma en donde la socialización, la pertenencia y la unidad forman parte de su cultura institucional, afectan directamente a la permanencia de estudiantes en la educación superior. (p12)

Esta investigación se suma a los esfuerzos de los estudiantes que afirman que la motivación es uno de los factores más importantes para seguir avanzando en sus estudios, además, que el apoyo del núcleo familiar es indispensable, elemento que no deja de resaltarse al entender que la mayoría de los estudiantes entrevistados son los primeros en sus familias en estudiar. Escuchar cómo hablan de la importancia de la familia en este proceso, identifica al investigador con los objetivos planteados, tocando las fibras más hondas de los sentimientos humanos.

4. Conclusiones

La falta de empatía de algunos docentes con su labor o con los estudiantes propicia que los estudiantes no logren adaptarse de la mejor manera el ambiente universitario porque limita el desarrollo de habilidades académicas.

La permanencia y éxito en la vida universitaria parece no ser una prioridad de los docentes y las autoridades universitarias ya que en muchos de los estudiantes indicaron que no sienten este acompañamiento, a excepción de los estudiantes de electrónica que en el curso de introducción a la ingeniería el docente se preocupa por establecer este vínculo.

La estrategia para proponer una "Universidad más asertiva y amigable con los estudiantes de primer ingreso" debe estar basada en estos cuatro pilares Promoción de la permanencia, Estrategia de comunicación, Adaptación y Habilidades académicas.

Referencias bibliográficas

Andrade, L. (2018). La inteligencia emocional y su relación con el rendimiento académico en asignatura de estadística en educación superior. http://cybertesis.unmsm.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12672/7715/Andrade_sl.pdf?sequence=3yisAllowed=y

Arancibia, S., Rodríguez, G., Fritiz, R., Tenorio, N. y Poblete, H. (2013). Representaciones sociales en torno a equidad, acceso y adaptación en educación universitaria. Psicoperspectivas, 12(1), 116-138. https://www.psicoperspectivas.cl/index.php/psicoperspectivas/article/viewFile/236/250

Artavia, A., Campos, Y., Coto, A., Jiménez, D., y Valverde, M. (2017). Estudio de validez predictiva del examen de diagnóstico y el curso de precálculo, en la Sede Rodrigo Facio de la Universidad de Costa Rica, en el año 2016. http://repositorio.sibdi.ucr.ac.cr:8080/jspui/bitstream/123456789/5802/1/41916.pdf

Chacón, E., y Roldán, G. (2021). Factores que inciden sobre el rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso del curso Matemática General del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Uniciencia, 35(1), 265-283. doi: **http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.16**

Díaz, V. (2017). Didáctica y prácticas en posgrado: una aproximación teórica. Revista UNIMAR, 34(1). Recuperado a partir de http://editorial.umariana.edu.co/revistas/index.php/unimar/article/view/1135

Fonseca, G., y García, F. (2016). Permanencia y abandono de estudios en estudiantes universitarios: un análisis desde la teoría organizacional. Revista de la educación superior, 45(179), 25-39. http://www.scielo.org.mx/pdf/resu/v45n179/0185-2760-resu-45-179-00025.pdfGoleman, D. (1999). Inteligencia emocional (29 edición). *Barcelona: Kairós*.

García, N. G. (2019). Modelo de aprendizaje según Vygotsky. http://repositorio.utmachala.edu.ec/bitstream/48000/14526/1/ECFCS-2019-PSC-DE00018.pdf

Gastón, C. (2020). Elaboración de estrategias de inclusión y permanencia en educación superior (Doctoral disertación, Universidad Nacional de La Plata). http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/109676/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1yisAllowed=y

González, M., Moyano, M., y Navarro, L. (2021). Comprensión de las representaciones sociales construidas frente a la decisión de permanecer o desertar del Programa de Psicología de la Universidad Santo Tomás, Sede Bogotá. https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/43345/2021mar%C3%ADgonzález.pdf?sequence=1&isAllowed=y

La Nación. (10 de abril del 2021). 88% de colegiales egresados en pandemia desaprovechó cursos de reforzamiento de UCR. https://www.nacion.com/el-pais/educacion/88-de-colegiales-egresados-en-pandemia/UUOOTBTIGVGVTBUZLCPPYK2CAE/story/

Montalvo, N. (2019). Percepción y uso de las TIC por los docentes universitarios.- *Migramos a una Nueva Plataforma<*, *19*(2). http://eticanet.org/revista/index.php/eticanet/article/view/194/177

Pérez, I. (2016). El proceso de adaptación de los estudiantes a la universidad en el Centro Universitario de Los Altos de la Universidad de Guadalajara [Tesis de Doctorado, Universidad de Guadalajara]. https://rei.iteso.mx/bitstream/handle/11117/3591/DIETesis%20Ignacio%20P%C3%A9rez_copy.pdf?sequence=5

Stelzer, A., Vernucci, S., Juric, L. C., Galli, J. I., y Guzmán, J. (2017). Regulación emocional y habilidades académicas: relación en niños de 9 a 11 años de edad. suma psicológica, 24(2), 79-86. https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0121438117300218?token=AD57658B794805693C0B7A649A13E5B028380CDA67A8B6234F3F67BCAB4CB7FBEBDF3989925AF0800360BAD748AD38BA

Villalobos, L. (2019). Enfoques y diseños de investigación social: cuantitativos, cualitativos y mixtos. Segunda Edición, Costa Rica: EUNED.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL ANÁLISIS DE GRÁFICAS DE FUNCIONES A ESTUDIANTES CIEGOS EN SECUNDARIA

Cristian Andrés Ortega Aguilar; Steven Josué Rodríguez Gómez

Universidad de Costa Rica

Costa Rica

cristian.ortega@ucr.ac.cr, steven.rodriguezgomez@ucr.ac.cr

Temática de la propuesta: Educación Matemática inclusiva – Desafíos para estudiantes con necesidades especiales.

Nivel educativo de la propuesta: Secundaria.

Resumen: Esta investigación busca desarrollar una estrategia didáctica sobre el análisis de funciones matemáticas, basada en las percepciones de personas ciegas y contextualizada según las directrices del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP). La metodología se divide en tres fases: recolección de datos mediante entrevistas a personas ciegas universitarias, diseño de la estrategia didáctica a partir de dicha información y las indicaciones del MEP, y aplicación individual de la estrategia a estudiantes ciegos en secundaria.

Aunque los resultados están en análisis, se destaca que el uso de material táctil, como gráficas impresas en Braille, facilita el análisis de funciones al mejorar la precisión, también permitir integrar información de manera clara, como la numeración de los ejes cartesianos. Este enfoque potencia la comprensión matemática y mejora la accesibilidad de los contenidos educativos.

Palabras claves: Análisis de funciones, personas ciegas, Braille, estrategia didáctica, tecnología.

1. Introducción:

La educación ha sido un elemento preciado a lo largo del tiempo, este, por mucho tiempo ha sido inherente al ser humano y le ha permitido evolucionar en aspectos básicos como alimento y abrigo, hasta cuestiones más avanzadas como eficiencia de los procesos y soluciones a problemas complejos del cosmos o de la física cuántica, además de permitirnos vivir en sociedades más justas y pacificas, generando mejores oportunidades personales, brindando autonomía, pensamiento crítico y un autoconocimiento a cada personas.

La negación de la educación a una persona implica que se pierda en gran parte de un mundo de conocimiento, un mundo que debería de estar al alcance de todas las personas. Dentro de todas las temáticas educativas, este escrito se centra en el apartado de las matemáticas, más específicamente del tema de análisis de funciones, este es un tema el cual tiene especial importancia en áreas como la ingeniería, economía, finanzas o estadística, ya que permite conocer comportamientos de datos de una forma muy sencilla, sintetizando gran cantidad de información en una sola imagen, lo cual puede ser muy útil en este tipo de trabajos.

Ahora bien, como se mencionó, "la gráfica de una función permite sintetizar mucha información en una **imagen**", esto crea la pregunta de ¿qué sucede si una persona no puede observar dicha imagen? ¿No puede aprovechar esa facilidad que brindan las funciones matemáticas? Esto, sumado a experiencias personales nos han hecho preguntarnos ¿cómo dicho tema es abordado en personas ciegas? Luego de una revisión de textos pudimos observar una cierta carencia de material referido a esto, mayormente en cuestiones nacionales ya que, dentro del programa de estudios del MEP no hay indicaciones que se refieran a esto, a cómo crear propuestas didácticas que sigan los lineamientos que ayuden a fomentar los procesos matemáticos impulsados dentro del programa de estudios, es por esto que se plantea la siguiente pregunta.

¿Cuáles propuestas didácticas promueven el desarrollo de procesos matemáticos de aprendizaje del tema de análisis de funciones desde su representación gráfica orientadas para personas estudiantes con ceguera del ciclo diversificado de la Educación Pública costarricense?

2. Marco teórico.

Uno de los pilares teóricos dentro de todo este trabajo de investigación es establecer una conceptualización de discapacidad, para esto se ha optado por seguir las ideas planteadas por Victoria (2013) o las de Palacios (2008), ya que estos ofrecen una conceptualización de la discapacidad no como un elemento relacionado a las personas, sino como un concepto arraigado más a las infraestructuras físicas y sociales que no permiten una accesibilidad universal a los distintos elementos y servicios. La línea de pensamiento que se utiliza como soporte dentro de esta investigación es el modelo social, que descrito por Victoria (2013) "significa entender la cuestión de la discapacidad como una cuestión de derechos humanos, señalando cómo este modelo supone un progreso frente a los modelos anteriores: el de prescindencia, el de marginación y el rehabilitador" (p.1095).

Se establece qué es una propuesta didáctica. Se toma de referencia lo mencionado por Baque-Reyes y Portilla-Faican (2021) los cuales definen esto como todas aquellas "herramientas que permiten innovar los modelos de educación, promoviendo la implementación de técnicas que optimicen y desarrollen el conocimiento de los estudiantes "(p.82). A su vez la propuesta debe de estar basada en alguna teoría de aprendizaje, que en el caso de esta investigación se basa en el constructivismo el cual "es un movimiento pedagógico que considera al aprendiz como un ente activo, capaz de construir su conocimiento sobre la base de sus potencialidades y experiencias, en conjunción con el contexto ambiental que lo rodea" (Díaz y Hernández, 2008, p. 25)

Asimismo, se quieren fortalecer los procesos matemáticos que el MEP hace alusión como primordiales y que se deberían de impulsar al momento de realizar una propuesta didáctica. Estos son *razonar y argumentar, plantear y resolver, conectar y establecer relaciones, representar de diversas formas, comunicar o expresar ideas matemáticas verbal y formalmente.* Se toma en cuenta lo mencionado por el MEP (2012) sobre cada uno de estos elementos, y a su vez las perspectivas de autores cómo Blanché (1973), Acosta y Hermosa (2015), García et al. (2015), Soler-Alvarez y Manrique-Pérez (2014), en el apartado de razonar y argumentar, Espinoza (2017) , Bados y García (2014), Polya (1965), sobre plantear y resolver Businska (2008), Vasquez et al. (2023), en conectar y establecer relaciones, Zapatera (2020), Oviedo et al. (2012), sobre representar de diversas formas y Gonzalez (2004), Sepúlveda-Delgado (2015), en comunicar y expresar ideas matemáticas verbal y formalmente. Todos estos referentes aportan definiciones de dichos procesos matemáticos, lo que permite generar definiciones de cada uno de los procesos desde una perspectiva más amplia, uniendo material del MEP junto con estos autores.

También se conceptualiza la temática matemática a tratar dentro de la propuesta didáctica generada, autores como Engler et al. (2020) relatan sobre cómo nace el concepto de función alrededor del siglo XVII. En nuestros días la definición más acertada que se mantiene es la brindada por el matemático Dirichlet, quien define la función como una regla de correspondencia entre dos conjuntos (Engler et al, 2020). Una función puede ser representada de diversas formas: tabular, gráfica y escrita, dichas representaciones (en mayor medida la gráfica) brinda información valiosa que puede ser analizada por el estudiante, elementos como: dominio, ámbito, imágenes, preimágenes, inyectividad, crecimiento, decrecimiento, ceros, máximos y mínimos.

3. Metodología.

En cuanto a lo metodológico, esta sección se abordará bajo un enfoque investigación - acción, pues no se centra solo en el cómo la población ciega comprende los conceptos matemáticos, si no también ofrece una solución para crear acceso a estos conocimientos.

Se emplea el tipo de metodología investigación - acción pues esta corresponde

> ...a una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en que éstas tienen lugar (Rivera-Michelena & Vidal-Ledo, 2007, p.1).

La recolección de datos se realizó en tres fases distintas, la primera de ellas fue a través de personas ciegas que ya han concluido su etapa de secundaria y se encuentran en una etapa de enseñanza superior, a estas cuatro personas, tres hombres y una mujer, dos con ceguera completa y dos con baja visión, todos en entornos universitarios, se les aplicó el instrumento de encuesta. Dicho instrumento poseía diferentes preguntas abiertas que dirigían la entrevista, que tenían como objetivo conocer la manera en que ellos percibían las matemáticas y cómo se les fueron enseñadas las mismas en secundaria, específicamente en el análisis y graficación de funciones.

La segunda fase se fundamentó en el análisis de los datos recolectados con la entrevista a los estudiantes universitarios, dicho análisis se tomó como punto de partida para la realización de la estrategia didáctica que sería aplicada a estudiantes de secundaria.

Para la tercera fase, se aplicó la estrategia didáctica que fue creada en la fase anterior, con materiales tecnológicos como impresoras en 3D y Braille. Se aplicó individualmente a personas estudiantes ciegas que se encuentran cursando la secundaria. Además de aplicar la estrategia, se empleó una entrevista antes y después de la estrategia, al inicio para poder conocer a la persona a la cual se le aplicaría la estrategia, saber su condición de ceguera y la forma en que las matemáticas le son enseñadas en el colegio. Y luego de la aplicación de la estrategia, las preguntas que se le realizaron a los estudiantes fueron orientadas para conocer la manera en que la persona ciega percibió el material que le fue brindado. Además de solicitarle una pequeña comparación con la forma en la que recibía la misma temática en sus clases de colegio.

4. Resultados, avances o resultados de la experiencia

En el momento de redactar este documento, los resultados obtenidos mediante la aplicación de la estrategia didáctica aún se encuentran en proceso de análisis. No obstante, ya es posible identificar algunas observaciones preliminares que podrían ser importantes.

La relevancia del material táctil para las personas ciegas es uno de los aspectos destacados a partir de la aplicación de la estrategia didáctica. El proceso manipulativo realizado por los estudiantes ciegos con el material didáctico se convirtió en una herramienta clave para verificar su comprensión de la temática. Esto se complementó con la oralización de términos clave al responder preguntas específicas, lo que reforzó su aprendizaje y permitió evaluar su entendimiento de manera efectiva.

Además, la experiencia previa de los estudiantes ciegos en el uso de materiales tangibles fue de gran ayuda para nosotros, como investigadores, al identificar las carencias del material didáctico diseñado. Este material resultaba, en cierta medida, novedoso para ellos, ya que incluía recursos elaborados con impresoras 3D y materiales impresos en papel mediante impresoras Braille. Por esta razón, la retroalimentación proporcionada por los estudiantes fue fundamental para identificar áreas de mejora y, en futuros proyectos, perfeccionar estos materiales para adaptarlos mejor a sus necesidades.

5. Conclusiones o reflexiones:

Al momento de la redacción de este documento, las conclusiones que se tienen no son muy amplias como desearíamos, sin embargo, con lo reflexionado hasta el momento, se logra dar un panorama de las mismas.

Una de las principales conclusiones alcanzadas es que la planificación de una clase siempre debe centrarse en las necesidades de los estudiantes. Es fundamental que los docentes conozcan estas necesidades específicas y diseñen estrategias que permitan abordar la temática de manera inclusiva, sin que las decisiones tomadas afecten negativamente al resto del grupo.

Por otro lado, es importante destacar la funcionalidad del material táctil para personas ciegas, ya que, según expresaron los estudiantes durante la aplicación, este tipo de recursos facilita significativamente la comprensión de los temas abordados. El material táctil se convierte en un apoyo indispensable para complementar las explicaciones orales del docente. Asimismo, el uso de impresoras 3D para la creación de materiales didácticos representa una valiosa herramienta para generar recursos táctiles. Cuando se emplea de manera adecuada, esta tecnología puede potenciar la enseñanza y el aprendizaje de temas como el análisis de gráficas de funciones, especialmente para estudiantes ciegos, optimizando su comprensión y participación en el proceso educativo.

6. Referencias Bibliográficas

Acosta, J.A., & Hermosa, R. (2015). La movilización de la Competencia Matemática “Razonar y Argumentar” a través del estudio de la Media Aritmética. *Revista Amazonia Investiga, 4(7),* 6-18. https://www.amazoniainvestiga.info/index.php/amazonia/article/view/690/650

Bados, A. & García, E. (2014). *Resolución de problemas*. Publicación electrónica. Colección Objetos y Materiales Docentes (OMADO). http://hdl.handle.net/2445/54764

Baque-Reyes. G. R., & Portillo-Faican, G.I. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza–aprendizaje. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, *6*(5), 75-86. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7927035

Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections. How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections.*[Tesis doctoral, Universidad de Toronto]. https://core.ac.uk/download/pdf/56373465.pdf

Díaz, F. y Hernández, G. (2003). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una Interpretación Constructivista* [Digital]. México: Mc. Graw-Hill. https://dfa.edomex.gob.mx/sites/dfa.edomex.gob.mx/files/files/2_%20estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo.pdf

Engler, A., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2020). *Funciones* (2da ed) [Digital]. Santa Fe, Argentina. Ediciones UNL. https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/bitstream/handle/11185/2308/funciones.pdf

Espinoza, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática. *Atenas,* 3 (39), 64-72. https://www.redalyc.org/journal/4780/478055149005/478055149005.pdf

García, B., Coronado, A., & Giraldo, A. (2015). *Orientaciones Didácticas para el desarrollo de Competencias Matemáticas.* Florencia: Universidad de la Amazonía.

González, J. L. (2004). Competencias básicas en educación matemática. *Málaga, España: Didáctica de la Matemática. Universidad de Málaga.* https://acortar.link/mElT84

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programa de Estudio Matemáticas.* San José, Costa Rica.

Oviedo, L.M., Kanashiro, A.M., Bnzaquen, M. & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemáticas. *Revista Aula Universitaria,* (13), 29-36. https://doi.org/10.14409/au.v1i13.4112

Palacios, A. (2008). *El modelo social de discapacidad: orígenes, caracterización y plasmación en la Convención internacional sobre los Derechos de las Personas con Discapacidad* (1st ed.). Grupo Editorial CINCA.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (1.ª ed.) [Digital]. México: Trillas. https://acortar.link/YVgFgt

Rivera-Michelena, N., & Vidal-Ledo, M. (2007). Investigación-acción. *Educación Médica Superior*, 21(4). Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412007000400012

Sepúlveda-Delgado, O. (2015). Estudio del conocimiento didáctico - matemático del profesor universitario: un marco teórico de investigación. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación, 6 (1),* 29–43. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_duitama/article/view/4048

Soler-Álvarez, M., & Manrique-Pérez, V. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas:los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. *Enseñanza de las ciencias, 2 (32),* 191-219.

Vásquez, C., Pincheira, N. & Alsina, A. (2023). Los procesos matemáticos en educación infantil: una aproximación desde libros de texto de Chile y España. *PNA, 18(1)*, 1-34. https://doi.org/10.30827/pna.v18i1.27164

Victoria, J. (2013). EL modelo social de la discapacidad: una cuestión de derechos humanos. *Boletin mexicano de derechos comparado*, *46*(138), 1093–1109. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0041-86332013000300008&lng=es&tlng=es

Zapatera, A. (2020). El método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *Revista INFAD de Psicología. International*

Journal of Developmental and Educational Psychology. 1(2). 263-274. https://dehesa.unex.es/bitstream/10662/13097/1/0214-9877_2020_2_1_263.pdf

TRANSFORMANDO EL APRENDIZAJE DE ANUALIDADES CON TECNOLOGÍA Y COLABORACIÓN DIGITAL

Carmen Rodríguez Poveda

Universidad de Panamá

Panamá

carmen.rodriguezp@up.ac.pa

Temática: Enseñanza de la Matemática con Tecnología y Otros Recursos.

Nivel educativo: Secundaria

Resumen: Esta propuesta presenta una experiencia didáctica para la enseñanza de anualidades a estudiantes de 12º grado en el área de Turismo, utilizando herramientas digitales como Padlet y Canva. La actividad se estructuró en tres etapas clave: investigación y conceptualización, creación de contenido multimedia y organización en plataformas colaborativas. A través de un enfoque colaborativo y el uso de tecnología, los estudiantes investigaron conceptos financieros, desarrollaron presentaciones, podcasts y videos explicativos, y organizaron todo en un entorno digital. Los resultados muestran una mejora significativa en la comprensión de las anualidades, su clasificación y aplicaciones prácticas en el sector turístico. Este enfoque innovador no solo conecta la teoría con la práctica, sino que también fomenta habilidades de colaboración, comunicación y creatividad en los estudiantes.

Palabras claves: Anualidades, Padlet, colaboración digital, educación financiera, creatividad

Introducción: En el ámbito educativo, los conceptos financieros, como las anualidades, suelen representar un desafío para los estudiantes debido a su naturaleza abstracta y la falta de contextualización en su vida cotidiana. Esta dificultad es particularmente evidente en estudiantes de disciplinas como el Turismo, donde la conexión entre la teoría matemática y su aplicabilidad práctica no siempre es clara. La necesidad de implementar estrategias didácticas innovadoras que integren tecnología y colaboración es fundamental para transformar este panorama y mejorar el aprendizaje significativo de estos conceptos.

La presente experiencia didáctica busca responder a la pregunta: ¿Cómo puede el uso de herramientas digitales y la colaboración en entornos virtuales transformar el aprendizaje de las anualidades? Su objetivo es facilitar la comprensión de las anualidades mediante un enfoque que combina investigación, creación de contenido multimedia y uso de plataformas colaborativas. Esta metodología busca no solo enseñar conceptos financieros, sino también promover la creatividad, la interacción y la capacidad de los estudiantes para aplicar sus aprendizajes en contextos reales relacionados con el sector turístico.

Marco Teórico: El aprendizaje colaborativo y el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el aula son pilares fundamentales de esta propuesta. Enmarcada en un enfoque constructivista, la metodología empleada se basa en la idea de que los estudiantes aprenden mejor cuando colaboran para construir conocimiento y cuando asumen un rol activo en su proceso de aprendizaje (Álvarez et al., 2008). En este contexto, herramientas como Padlet y Canva permiten la organización de información y la creación de materiales educativos que conectan la teoría con la práctica, promoviendo un aprendizaje significativo y participativo.

La actividad también está fundamentada en la metodología de aprendizaje por indagación y el enfoque C-E-D (Conectar-Extender-Desafiar). Este enfoque guía a los estudiantes a conectar conocimientos previos con conceptos nuevos, extender su aprendizaje mediante aplicaciones prácticas y desafiar sus ideas preconcebidas sobre las finanzas, transformando las anualidades en herramientas prácticas y aplicables (Widada et al., 2021). Estas estrategias, apoyadas en la tecnología, estimulan la creatividad y el pensamiento crítico de los estudiantes, mientras fomentan la interacción y el intercambio de ideas en entornos digitales.

Además, el uso de recursos multimedia como videos, podcasts y presentaciones interactivas amplía las oportunidades de aprendizaje visual y auditivo, facilitando la comprensión de conceptos abstractos (Dianati et al., 2020). Estas herramientas no solo permiten que los estudiantes desarrollen habilidades prácticas en tecnología, sino que también fomentan su autonomía y la capacidad de trabajar en colaboración, competencias esenciales en el contexto educativo actual.

Metodología: clave, siguiendo un modelo de aprendizaje colaborativo combinado con elementos de la metodología de resolución de problemas, comúnmente utilizada en la educación matemática.

Etapa 1: Investigación y Conceptualización

Esta primera etapa se centró en que los estudiantes comprendieran el concepto de anualidades y sus elementos fundamentales. Organizados en tres equipos, cada uno se dedicó a un subtema específico: Anualidades ciertas y contingentes; Anualidades simple y generales; Anualidades vencidas y anticipadas.

Aplicando el enfoque *C-E-D (Conectar-Extender-Desafiar),* los estudiantes comenzaron por investigar los conceptos teóricos de las anualidades, lo que les permitió conectar su conocimiento previo con los nuevos contenidos y extender su entendimiento hacia aplicaciones prácticas, como planes de ahorro o financiamiento turístico. Finalmente, fueron incentivados a desafiar sus ideas iniciales, investigando cómo las anualidades impactan en decisiones financieras reales dentro del sector turístico.

Durante esta fase, los equipos trabajaron con fuentes digitales y bibliográficas, analizando cómo los diferentes tipos de anualidades se reflejan en el turismo a través de ejemplos como el pago de paquetes turísticos a plazos o el ahorro para viajes.

Etapa 2: Creación de Contenidos Colaborativos y Multimedia

Una vez completada la fase de investigación, los estudiantes pasaron a desarrollar contenidos colaborativos y creativos, demostrando sus conocimientos adquiridos a través de diferentes recursos multimedia.

Cada equipo produjo:

- *Presentación interactiva*: Utilizando Canva u otras herramientas similares, crearon presentaciones atractivas que explicaban los elementos básicos de las anualidades y su clasificación. Estas presentaciones incluían gráficos y ejemplos del sector turístico para hacer más accesible la información.
- *Podcast educativo*: Los estudiantes grabaron un podcast donde discutieron los conceptos de anualidades aplicados al turismo, destacando cómo estos afectan decisiones financieras. A través de este formato, exploraron cómo las anualidades influyen en la compra de paquetes turísticos, el financiamiento de viajes y la toma de decisiones de ahorro.
- *Video explicativo*: Cada equipo creó un video corto en el que explicaban, de manera visual, los conceptos de anualidades que les correspondían. En los videos, los estudiantes ilustraron ejemplos reales, como el cálculo de intereses en pagos a plazos y cómo los planes de financiamiento afectan el costo final de los viajes.

Etapa 3: Organización y Presentación en Padlet

En la última etapa, los equipos organizaron todo su trabajo en un Padlet colaborativo. Cada grupo subió su presentación, podcast y video, permitiendo que sus compañeros comentaran, evaluaran y discutieran los temas abordados. Este entorno colaborativo y digital facilitó la interacción entre los estudiantes, quienes pudieron intercambiar ideas y mejorar sus proyectos basados en la retroalimentación recibida.

Figura 1. *Reuniones de trabajo*

Fuente: Elaboración propia

Resultados de la Experiencia: Los resultados evidencian una mejora significativa en la comprensión y aplicación de conceptos relacionados con las anualidades. Los estudiantes lograron conectar la teoría con ejemplos prácticos, fortaleciendo su capacidad para analizar y resolver problemas financieros del sector turístico. Además, el uso de herramientas digitales fomentó la creatividad y la colaboración, permitiendo a los estudiantes asumir un rol activo en su aprendizaje. La interacción en Padlet, combinada con la creación de contenido multimedia, facilitó un entorno de aprendizaje enriquecedor que motivó a los estudiantes a participar de manera comprometida y reflexiva.

Reflexiones: Esta experiencia destaca el valor de integrar tecnología y metodologías colaborativas en la enseñanza de conceptos financieros. El enfoque implementado no solo fortaleció la comprensión teórica de las anualidades, sino que también permitió a los estudiantes desarrollar habilidades prácticas en comunicación, investigación y creación de contenido. En el futuro, se recomienda ampliar las aplicaciones prácticas a otros sectores y explorar nuevas herramientas digitales para enriquecer aún más el aprendizaje.

Referencias bibliográficas:

ÁLVAREZ, F., Rodríguez-Perez, J. R., Sanz-Ablanedo, E., & Fernández-Martínez, M. (2008). Aprender enseñando: elaboración de materiales didácticos que facilitan el aprendizaje autónomo. Formación universitaria, 1(6), 19-28. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062008000600004

DIANATI, S., Nguyen, M., Dao, P., Iwashita, N., & Vásquez, C. (2020). Student perceptions of technological tools for flipped instruction: The case of Padlet, Kahoot! and Cirrus. *Journal of University Teaching and Learning Practice*. https://doi.org/10.53761/1.17.5.4.

MORA-VICARIOLI, F., & Hooper-Simpson, C. (2016). Collaborative Work in Virtual Learning Environments: Some Reflections and Prospects of Students. *Revista Electrónica Educare*, *20*, 393-418. https://doi.org/10.15359/ree.20-2.19

SILAS, I. (2022). Versatile Padlet. Policies, Practices, and Protocols for the Implementation of Technology Into Language Learning. https://doi.org/10.4018/978-1-7998-8267-1.ch003.

VÁZQUEZ, J., N. P. (2020). La enseñanza y el aprendizaje desde el enfoque de proyectos integradores para la educación turística. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, *11*(21). https://doi.org/10.23913/ride.v11i21.763

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL BASADO EN EL ENFOQUE DE AULAS HETEROGÉNEAS Y UN CURRÍCULO POR COMPETENCIAS: APLICACIÓN A LAS MATEMÁTICAS

Rebeca Polo Ayala de Daza

Colombia

rebepo8@gmail.com

Temática de la propuesta: Enseñanza de la matemática y prácticas educativas

Nivel educativo de la propuesta: Preescolar, primaria y Secundaria

Resumen: El presente trabajo deja ver el proceso de cambio de un Proyecto Educativo Institucional basado en un currículo por contenidos a un Proyecto basado en un currículo por competencias desde el enfoque de aulas heterogéneas, durante los últimos 8 años en el Colegio Philadelphia International (CPI).

El proceso dio inicio con la parte directiva, demostrando con evidencias que existen diferentes formas de enseñar de manera contextualizada para poder cambiar los paradigmas de prácticas de aula en los docentes y que por ende llevar a los estudiantes a desarrollar sus competencias matemáticas, científicas, verbales y ciudadanas, así como su pensamiento crítico y creativo a través de la lectura y escritura tanto en español como en inglés.

Esta transformación ayudó al posicionamiento del CPI, duplicando la cantidad de estudiantes y colocándolo en el ranking de las mejores instituciones educativas según el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación.

Palabras claves: Currículo por Competencias, Enfoque de Aulas Heterogéneas, Evaluación Alternativa, Proyecto Educativo Institucional (PEI).

1. Introducción.

Esta investigación busca responder la siguiente pregunta, ¿Cómo diseñar e implementar un Proyecto Educativo Institucional basado en el Enfoque de Aulas heterogéneas y un currículo por competencias?

Este problema se enmarca en los estudios cualitativos de las temáticas propias del Diseño Curricular que son fundamentales en el Diseño de los Proyectos Educativos Y como dice Vergel (2017, pág. 82) “El currículo es la esencia de la institución educativa, guía nuestros pasos hacia lo que queremos hacer y cómo hacerlo, responde a preguntas como ¿a quién enseñar?, ¿para qué enseñamos?, ¿qué enseñamos?, ¿cuándo?, y ¿qué, ¿cómo y para qué evaluamos? En ese sentido, el currículo brinda herramientas para comprender el contexto, las finalidades de la educación, las secuencias, las estrategias metodológicas y los procesos de evaluación en una institución educativa”.

Lo anterior ayuda a romper con paradigmas sobre las asignaturas de mayor complejidad o dificultad como las matemáticas.

2. Marco teórico.

Perrenoud (1990), manifiesta que: "si se brinda la misma enseñanza a alumnos cuyas posibilidades de aprendizaje son desiguales, sólo es posible que se mantengan las diferencias entre ellos y, acaso, que aumenten". Algo que es muy usual en los currículos de las asignaturas de matemáticas.

Para esta investigación se hizo uso de los postulados de Rebeca Anijovich desde el enfoque de aulas heterogéneas y el de Sergio Tobón para entender las competencias dentro de un currículo.

La función docente como plantea Poblano Hernández, 2013 ha cambiado de una didáctica tradicional en donde era un transmisor de conocimientos, impartiendo su práctica profesional de la misma manera en que el la recibió, a una práctica, en donde se retoman libros de texto o textos guías, adecuándola a un contexto; teniendo en cuenta que la función docente es compleja y cumple con múltiples tareas.

Aun así, es necesario hacer detenimientos que lleven al maestro a realizar reflexiones sobre sus propias prácticas para que estas puedan ser modificadas teniendo en cuenta la heterogeneidad de las aulas porque como plantea Anijovich, 2019 (pág 21)

> "Un enfoque pedagógico que contemple la diversidad como una condición inherente al ser humano y, por lo tanto, como un valor para respetar parte de la base de que cada persona nace con una carga biológica diferente y se desarrolla en múltiples contextos sociales, culturales, económicos y educativos"

Todo esto supone una postura educativa que le adjudica a la institución educativa una responsabilidad que ubica al estudiante, como el sujeto que aprende, en el centro del proceso educativo ofreciéndole una modalidad de enseñanza adaptada a sus posibilidades y atendiendo a su contexto en un mundo globalizado lo que obliga al maestro re pensarse las formas didácticas para desarrollar un currículo por competencias partiendo del vínculo maestro- estudiantes que es el que favorece el aprendizaje tal como lo expresa Quiroga, 2010 "Si no se da una correcta relación maestro- alumno puede causar un bloqueo que impide el procesamiento de todas las nuevas informaciones que se les suministra". Por lo que hacer consciencia sobre ese vínculo es parte fundamental de cualquier cambio de enfoque que incluya la diversidad para poder favorecer ambientes de diálogo no sólo cognitivo sino afectivo que favorezca el clima del aula a partir de la comprensión, el apoyo, la complicidad y la transparencia en la relación cada uno desde el lugar que le pertenece tanto al maestro como adulto referente como al estudiante, cada uno desde procesos de crecimiento diferentes.

En estos momentos, Colombia atraviesa una crisis en la educación, ver los resultados de pruebas estandarizadas como las PISA lleva a que todos los que nos movemos en el sector educativo nos cuestionemos sobre la calidad de la educación, que le estamos ofreciendo a nuestros estudiantes y busquemos la forma de mejorar esos procesos de formación para que Colombia sea realmente una nación competente a nivel mundial ofreciendo a sus estudiantes la formación y habilidades necesarias para desempeñarse en los ámbitos mundiales.

Puede existir diversidad de propuestas estatales o privadas para mejorar el nivel de educación de un país, pero si no se toman decisiones frente a la formación y actualización de los maestros es imposible lograr cambios porque solamente se pueden tener estudiantes que piensan y reflexionan cuando hay maestros que lo hacen y lo generan en sus estudiantes por lo que es necesario trabajar en un proceso de formación docente que se ajuste a las competencias consideradas prioritarias desde el enfoque y que sean coherentes con el nuevo papel de los profesores, la evolución de la formación continua, las reformas de la formación inicial y las ambiciones de las políticas de la educación como lo planteo Perrenoud, 2013 quien habla de diez grandes familias de competencias a saber:

1. Organizar y animar situaciones de aprendizaje.
2. Gestionar la progresión de los aprendizajes.
3. Elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación.
4. Implicar a los alumnos en sus aprendizajes y en su trabajo.
5. Trabajar en equipo.
6. Participar en la gestión de la escuela.
7. Informar e implicar a los padres.
8. Utilizar las nuevas tecnologías.
9. Afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión.
10. Organizar la propia formación continua.

Las que se fueron retomando en la capacitación docente que internamente se desarrolló con los maestros del CPI, pero anudado a los dos aspectos fundamentales a trabajar como son el currículo por competencias y el enfoque de aulas heterogéneas dentro de éste nuevo Proyecto Educativo.

En Colombia, como en otros países latinoamericanos se han multiplicado las diversas propuestas innovadoras. Sólo basta recordar, como dice Barriga (2006) que en distintos momentos han surgido diversas propuestas como en los años 70 el currículo modular o por áreas de conocimiento, la programación curricular por objetivos, la organización de la educación superior por modelos departamentales. En los 90 fue el empleo en:

> "las situaciones de enseñanza de enfoques constructivistas, el currículo flexible, la noción de aprendizaje colaborativo —que le concede un nuevo nombre al trabajo grupal—, la enseñanza situada, el aprendizaje basado en la resolución de problemas, el

> empleo de simuladores en la enseñanza… algunos de estos enfoques, que incluso se pueden considerar como elementos vertebrales de algunas propuestas de la política educativa, en ocasiones entraron en contradicción con otras propuestas como el establecimiento de diversos exámenes masivos —técnicamente llamados a gran escala— los cuales tienden a centrarse en procesos de recuerdo y manejo de la información. Un elemento que caracteriza las propuestas que se impulsan en la primera década del nuevo siglo es el denominado enfoque por competencias".

En esa dirección se vio la necesidad de empezar a trabajar en el CPI en el proceso de cambio en el currículo en primera instancia, para ir en consonancia con las exigencias de la educación mundial globalizada.

Uno de los retos más grandes fue en relación con los docentes, que necesitaban disponer de todos los elementos para poder transitar el cambio, muy acompañados y resignificar el vínculo como agentes educativos desde la perspectiva que planteó Viktor Frankl en su obra "El hombre en busca de sentido": **"**Cuando ya no somos capaces de cambiar una situación, nos encontramos ante el desafío de cambiarnos a nosotros mismos".

Desde este punto de vista fue necesario trabajar con los maestros porque dejarían de tener el control sobre los conocimientos, para convertirse en generadores de procesos. Por lo que es necesario hacer un detenimiento sobre su yo, la razón por la que llegaron a la profesión y el vínculo que han generado sobre la misma, teniendo en cuenta que:

> **"**La Educación no es sólo una tarea técnica de procesamiento de la información bien organizado, ni siquiera sencillamente una cuestión de aplicar "teorías del aprendizaje" al aula ni de usar resultados de "pruebas de rendimiento" centradas en el sujeto. Es una empresa compleja de adaptar la cultura a las necesidades de sus miembros, y de adaptar a sus miembros y sus formas de conocer a las necesidades de la cultura" (Bruner, 1997, pág. 62).

Es una realidad que la única forma en se logren los cambios es trabajando con quienes los generan: los maestros, que puedan ser conscientes de esa diversidad que tienen en el aula y cómo garantizar los aprendizajes a todos estudiantes.

Por eso, el énfasis de la innovación se centra en la formación a los docentes, lo que implica hacer un trabajo reflexivo sobre el propósito de la educación, la concepción del aprendizaje por competencias, la puesta en práctica de la diversidad que implica ajustes en el diseño curricular, en las estrategias de aula y por ende en la evaluación. Estas reflexiones pueden realizarse de manera circular, simultánea y no escalonada, sino también desde el desarrollo de las competencias y no por contenidos, pero haciendo las clarificaciones conceptuales que permiten unificar los criterios teóricos que sustentan la innovación.

En este documento se evidenciará como se diseña e implementa un proyecto educativo que generó cambios en los estudiantes como el desarrollo de un pensamiento crítico, dándole nuevos significados a sus aprendizajes a partir de las modificaciones realizadas por sus maestros en los últimos 7 años que no sólo incluyó la modificación curricular sino diferentes aspectos que se evidenciarán más adelante y que implicó cambios en la enseñanza y en la mirada del sujeto que enseña y el sujeto que aprende.

3. Metodología.

La metodología utilizada en este proyecto es cualitativa-descriptiva por contraste frente al primer proyecto de educación tradicional y se centrará en la descripción del cómo se diseñó e implementó el nuevo proyecto que en primera instancia favorece a los estudiantes matriculados en la institución también tuvo afectación frente a los maestros quienes fueron los primeros beneficiados al modernizar sus prácticas de aula desarrollando competencias lo que los convirtió en personal deseable para otras instituciones educativas que pueden ofrecerles mejores condiciones salariales; lo que llevaría al CPI a ponerse como punta de lanza en innovación educativa en la región.

Se retoma esta metodología porque "Estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas" (García, Gil y Rodríguez, 1996, p. 48)

Para el diseño e implementación de este proyecto se recogió una variedad de información, incluida una entrevista de grupo focal, observaciones y variedad de materiales entre los que aparecen los resultados de las pruebas de estado del colegio en relación con los de colegios similares.

4. Hipótesis

Hipótesis de trabajo. Diseñar e implementar un Proyecto Educativo Institucional basado en el Enfoque de Aulas Heterogéneas y un currículo por competencias requiere partir del trabajo con los docentes que requieren la formación conceptual y práctica para moverse a un cambio reflexivo que les permita hacer uso de las estrategias del enfoque de aulas heterogéneas

Hipótesis nula. Diseñar e implementar un Proyecto Educativo Institucional basado en el Enfoque de Aulas Heterogéneas y un currículo por competencias se realiza por orden de los directivos de la institución que deben ser ejecutadas por los maestros haciendo uso de las estrategias que se les indiquen

Las acciones, las técnicas y los instrumentos para el desarrollo del estudio, se realizaron durante 7 años en el Colegio Philadelphia Internacional, ubicado en la ciudad de Cali en Colombia.

5. Resultados.

Este Proyecto ha dado resultados desde diferente índole como se muestran a continuación.

En los puntajes de las pruebas de estado no se evidencia mayor cambio porque el colegio ya se encontraba posicionado entre los 5 primeros puestos de la región y pasó al 2o puesto en la región y ha venido subiendo en la posición a nivel nacional dado que en el año 2012 obtuvo el puesto 30 y en 2019 pasó al puesto 20 a nivel nacional según la revista dinero quien saca los ranking de acuerdo a los resultados en las pruebas SABER 11 en el territorio colombiano y en el año 2020 aparece en el Ranking realizado por Sapiens Research en el puesto 14 como uno de los mejores colegios del país en el 2021 por sus avances en las pruebas de estado según su desempeño en materias como Ciencias Naturales, Inglés, Lectura, **Matemáticas,** Ciencias Sociales y Ciudadanas. Este ranking toma en cuenta PEI los colegios privados y públicos (ver anexo 6)

Por otra parte, se vio un incremento en la cantidad de estudiantes, pasando a ser el colegio con mayor crecimiento en la región, mientras algunas instituciones privadas se cerraban por falta de estudiantes el Colegio Philadelphia Internacional tuvo un incremento del 32% al 2020.

Por otra parte, se realizó una encuesta de Grupo Focal con los maestros que trabajaban en el CPI antes del diseño y la implementación del nuevo proyecto y que han sido parte del nuevo proyecto educativo (ver anexo 7). La encuesta evaluó los 8 ítems específicos del Diseño e Implementación del nuevo Proyecto Educativo en términos de cómo se manejaba en el antiguo proyecto y como se pasó a manejar en el nuevo proyecto. Desde la perspectiva de los maestros entrevistados el 100% evidencian cambios favorables al determinar que el proyecto diseñado, ellos lo están implementando en el aula.

En esta misma línea el 15% de los maestros que participaron de este proceso han sido contratados en colegios internacionales de la ciudad y el 2% en colegios públicos lo que deja ver que el Proyecto Educativo diseñado e implementado en el CPI ha empezado a generar un impacto regional porque cada uno de esos maestros está empezando a implementar los aspectos de prácticas de aula que aprendieron e implementaron en el CPI.

6. Conclusiones o reflexiones

Este trabajo nos permite concluir que es posible el diseño de un proyecto educativo desde el enfoque de aulas heterogéneas con un currículo por competencia, es decir un proyecto que involucra dos ejes de innovación, e implementarlo en cualquier tipo de institución educativa en la que sus directivos tomen una decisión de arriesgarse a cambiar primero los paradigmas personales y modelar ese cambio en los demás miembro del equipo iniciando por los docentes que son los que generan los cambios en el diseño y desarrollo curricular.

Por otra parte, se puede decir que es necesario contar con la dirección de un profesional con conocimientos no solo en educación y currículo sino también en el enfoque de aulas heterogéneas y en el enfoque basado por competencias (EBC) con formación en práctica reflexiva para poder liderar procesos de cambio como el que propone este proyecto, siguiendo un proceso de fases y de aspectos a trabajar como se proponen en el cuadro anexo. Finalmente, se puede decir que se pudo comprobar la hipótesis de trabajo que proponía que diseñar e implementar un Proyecto Educativo Institucional basado en el Enfoque de Aulas Heterogéneas y un currículo por competencias requiere partir del trabajo con los docentes que requieren la formación conceptual y práctica para moverse a un cambio reflexivo que les permita hacer uso de las estrategias del enfoque de aulas heterogéneas además se logró el alcance de los objetivos planteados de tal forma que la gestora y autora del proyecto ha iniciado proceso de capacitación a los docentes de dos instituciones educativas del sector oficial que buscan diseñar e implementar un proyecto educativo desde el enfoque de aulas heterogéneas.

7. Referencias bibliográficas

Anijovich, R. M. (2004). *Una Introducción a la Enseñanza para la Diversidad.* Buenos Aires: Fondo de Cultura Económico.

Anijovich, C. (2019). *La Evaluación como Oportunidad.* Buenos Aires: Ed. Paidós.

Anijovich, C. (2019). *Gestional una escuela con Aulas Heterogéneas*. Buenos Aires: Ed. Paidós.

Barriga, Á. D. (2006). *El Enfoque De Competencias En La Educación*. *Perfiles Educativos. vol. XXVIII, núm. 111*, 7-36.

Bruner, J. (1997). *La Educación, Puerta De La Cultura.* Madrid: Aprendizaje Visor.

Corredor, Z. (2016). *Las adecuaciones curriculares como elemento clave para asegurar una educación inclusiva*. Zulia: Universidad Nacional Abierta. Educ@ción en Contexto, Vol. II, N° 3,

Chuquilin.J, Zagaceta M· (2016). *The Curriculum of Basic Education in Times of Transformation: The Cases of Mexico and Peru.* revista@comie.org.mx**.** México,

Frankl, V. (1994). *El Hombre En Busca De Sentido* . México: Herder.

ICFES. 2018. *Guía introductoria al Diseño centrado en Evidencias.* Bogotá.

Levin, E. (2019). *La Dimensión desconocida de la Infancia. El juego en el diagnóstico*. Buenos Aires: Noveduc

Nuñez R, JJ. (2019) *Análisis Del Conocimiento De Las Medidas De Tendencia Central Que Emplean los Niños de Quinto Grado*. (Tesis de Maestría). Universidad del Norte. Barranquilla.

Pineda Z, P. (2010). *La Caracterización: Una Mirada Enriquecida De Los Niños.* Cali: Universidad del valle.

Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar.* Querétaro, México: Gráficas Monte Albán.

Poblano, L. (2013). *La Influencia Docente En El Aprendizaje Cooperativo.* México (Tesina) Universidad Pedagógica Nacional. Unidad Ajusco.

Rodríguez, M (2017). *Evaluación de un Currículo Centrado en la Formación Integral de los Estudiantes. (*Tesis de Maestría). Universidad Católica de Colombia. Bogotá.

SENA. (2003). *EL ABC de las Competencias. Cartilla 1*. Bogotá: SENA.

Tobón, S. (2005). *Formación Basada en Competencias.* Madrid.

Tobón, S. (s.f.). *Diseño del currículo*. Madrid .

Tobón, S, Francisco. J, Serna. M y otros. 2018. *Aprendizaje, formación y Educación por competencias.* La Ceja Antioquía. Ed. Corporación CIMTED

Trigos -Carrillo, Carreño, García, Alvarez. y otros. (2017). "Innovación y Prácticas Pedagógicas en la Educación Superior" Perspectivas teóricas, investigación y experiencias. Bogotá. Ed. Universidad del Rosario

Vargas, L.M.R. (2008). Diseño Curricular por Competencias. México. ANFEI

INCERTIDUMBRE Y PROBABILIDAD

Francisco Barrientos B; Mariangel Vargas V
Saint Francis College
Costa Rica
francisco.barrientos@stfrancis.ed.cr; mariangel.vargas@stfrancis.ed.cr

Educación de la probabilidad y la estadística
Educación secundaria

Resumen: Los Programas de estudio del Ministerio de Educación Pública vigentes incorporan contenidos matemáticos relacionados con la Estadística y Probabilidad. De esta manera, se propone abordar conceptos tales como "incertidumbre", relacionándolo con el "azar" o lo "impredecible". Sin embargo, se considera que el diseño curricular no es completamente pertinente, dado que deja de lado conocimientos previos básicos para el aprendizaje de la probabilidad. Por lo tanto, la presente ponencia pretende fomentar el estudio de la noción de "incertidumbre" a partir de su relación con la probabilidad.

Palabras claves: Incertidumbre, Información, Probabilidad condicional.

1. Proemio

Con la implementación de los nuevos Programas de estudio del Ministerio de Educación Pública (MEP), se incorporaron a los planes de estudio en matemáticas dos tópicos que, a lo largo de la historia educativa de Costa Rica, habían sido relegados al ostracismo. Hablamos de la Probabilidad y la Estadística.

Leemos en dichos Programas la justificación del porqué esta incorporación:

> *La adición de más tópicos de probabilidad en el presente programa busca formar en el pensamiento aleatorio y en el desarrollo de capacidades para abordar el azar, lo impredecible, la incertidumbre, características que participan en el conocimiento y en la vida de múltiples maneras.* (MEP, 2012, p. 54)

Vemos en esta justificación que figura el concepto de "incertidumbre", el cual, en este contexto está relacionado con términos como "azar" e "impredecible".

Sin embargo, por nuestra experiencia docente, hemos logrado detectar que el enfoque que plantean estos programas presenta una deficiencia importante al no considerar, de forma explícita, la relación de dependencia entre la incertidumbre y probabilidad, la cual, en la cotidianidad está medida por la noción de condicionalidad o información previa.

En este sentido, pretendemos en esta ponencia proponer su estudio a partir de una situación concreta, para que así, docentes y estudiantes puedan debatir la noción de probabilidad descrita en los planes de estudio cuando las situaciones propuestas incluyan informaciones *a priori* que deben ser consideradas en el contexto en estudio.

2. Planteo del problema

Citando a Hans-Georg Gadamer en *Verdad y Método*, el científico costarricense Mauricio Molina (2009) sostiene que "los procesos de comprensión se llevan a cabo siempre a partir de preconcepciones (nunca se parte de conocimiento cero) las cuales eventualmente pueden ser revisadas y modificadas" (p. 78). Esto quiere decir que, si en cierto contexto tenemos datos o informaciones previas recolectadas que están relacionadas de forma directa con cierto experimento aleatorio, estas deben ser tomadas en consideración en la investigación como "preconcepciones", las cuales pueden (y deben) estar sujetas siempre al escrutinio de nuevas evidencias.

La pregunta esencial en este asunto sería entonces:

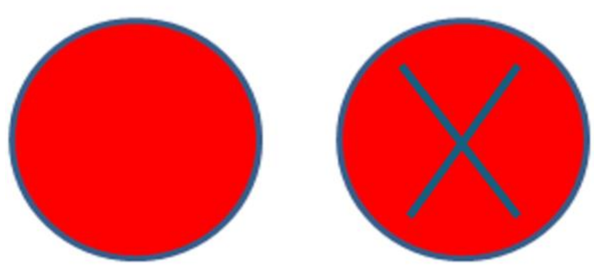
> *¿De qué forma pueden alterar la información previa nuestro pronóstico sobre cuál podría ser resultado de un experimento aleatorio?*

Es decir: dadas las condiciones informativas previas del problema, ¿qué relación puede establecerse entre la indeterminación y la probabilidad?

3. Situación de aprendizaje: las dos monedas

Dado que es difícil encontrar o fabricar una moneda ilegal o adulterada (¡sin caer en un delito!), podemos tomar dos fichas plásticas del mismo color de algún juego de mesa. A una de ellas la dejamos igual, a la otra le hacemos una marca "X" con un marcador per-manente en una de sus caras. De esta forma, tendríamos dos monedas, a saber: blanca-blanca (denotada por BB y consideraremos "ilegal") y una moneda blanca-marca (BX, moneda "legal").

Figura 1. Las dos monedas de la Situación I



Ahora, suponga que pedimos a un estudiante elegir al azar una de las monedas y lanzarla *tres veces* al aire.

Los escenarios de esta situación son variados, pero, nos vamos a quedar con una situación concreta ilustrativa, pues, las restantes situaciones, se resuelven de forma análoga. También aclaramos que las preguntas girarán en torno a seleccionar al azar la moneda legal (BX), aunque, podríamos estudiar el otro escenario posible (BB).

Supongamos que salen seguidos tres **blancos** (B).

¡Claro! ─nos decimos─ *Es casi seguro que no elegimos la moneda legal* (BX).

Esto nos lleva a plantearnos el problema siguiente: *¿De qué forma puede alterar la información "salen tres blancos", nuestra preconcepción sobre cuál fue la moneda elegida inicialmente?* Es decir, ¿cómo podemos expresar nuestro grado de creencia en un contexto de ignorancia parcial?

Vamos por partes. La probabilidad de elegir inicialmente la moneda **legal** es $\frac{1}{2}$. El con-texto descrito (información recolectada: "**obtuvimos tres blancos**") hace que la probabi-lidad de que la **moneda elegida sea la legal** descienda hasta $\frac{1}{9}$. Veamos porqué.

Sea P la probabilidad (condicional) del evento "**dado que obtuve tres blancos, elegí la moneda legal**". Así, los *casos favorables* de este evento serían entonces

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{16}$$

Donde el primer medio describe la probabilidad de elegir la moneda legal; los medios del paréntesis dan la probabilidad de cada evento particular de obtener blanco en la moneda legal, dado que son eventos *independientes*.

Por otra parte, el total de casos posibles viene dada por,

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot 1$$

dado que incluye el caso anterior, pero, además, el caso de elegir la moneda ilegal (BB), la cual -evidentemente- arrojará con certeza eventos "blanco" en su lanzamiento. Así,

$$P=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot 1}=\frac{1}{9}\approx 11\%$$

La conclusión que sacamos es que, "es muy poco probable que hayamos elegido la moneda legal, dada la información previamente de que obtuvimos tres blancos".

En términos de la **incertidumbre**, podemos decir que, dada una probabilidad tan baja de haber elegido la moneda legal, estamos *casi seguros* de haber elegido la moneda ilegal.

Así, este hecho revela la idea intuitiva de que "muy poca incertidumbre de haber elegido la moneda BB (89%)".

Caso límite. Imaginemos la misma situación anterior, pero esta vez imaginemos se lanza la moneda 10 veces, ¡de las cuales *todas* salen "B"! ¿Habremos elegido la moneda ilegal? Hagamos los cálculos:

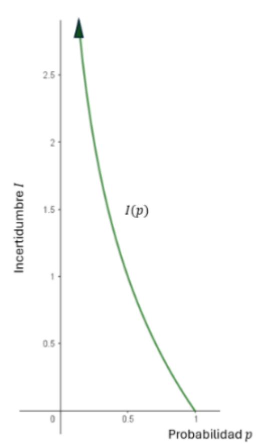
$$P = \frac{\frac{1}{2}\cdot 1}{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \frac{1}{2}\cdot 1} = \frac{512}{513} \approx 99\%$$

¡Inevitablemente tomamos la moneda ilegal! *Ergo*, el evento cuya información previa (condicional) es "han salido 10 blancos", y, cuya conclusión es "por lo tanto, he elegido la moneda ilegal" (teóricamente) no tiene *incertidumbre*, dado que, intuitivamente prevemos que no debería de haber "sorpresas" en el lanzamiento número once de esta moneda.

4. Conclusión

Manipulando los distintos escenarios de la situación de aprendizaje descrita anteriormente, podemos llegar a observar que hay una relación de dependencia entre la incertidumbre y la probabilidad. Podríamos describir la situación mediante el gráfico siguiente.

Figura 2. Incertidumbre vs. probabilidad



Se observa en la gráfica que, dado que $0 \leq p \leq 1$, cuando $p \to 1^-$, la incertidumbre tiende a "cero", pero, a medida que $p \to 0^+$, es decir, que las probabilidades se hacen muy pequeñas, entonces la incertidumbre puede llegar a ser "enorme".

Esto quiere decir que, si contamos con informaciones o condiciones previas (*a priori*) en un experimento del azar, estas podrían incrementar o disminuir la incertidumbre de posibles eventos *a posteriori*, dejando en evidencia la relación de dependencia de la incertidumbre o indeterminación de un suceso y las probabilidades asociadas.

Nota. La razón de que hemos recurrido a una gráfica como la expuesta en la Figura 1 (es decir: decreciente, continua y convexa) se debe a que la relación incertidumbre vs. Probabilidad, está descrita por el Teorema de Shannon sobre la entropía H de la información para una variable aleatoria de Bernoulli, la cual es descrita por un logaritmo base 2; a saber (Cuevas, 1975):

$$H(p) = -\log_2 p$$

siendo p la probabilidad de los k estados posibles de la variable binaria de Bernoulli, los cuales son todos equiprobables e independientes.

5. Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Pública. (2012) *Programas de Estudio: Matemáticas*. San José, Costa Rica.

Molina D., M. (2009). "Bayes y el círculo de la probabilidad". *Rev. Filosofía Univ. Costa Rica*. Vol. XVVII. 75-80.

Cuevas, G. (1975). *Teoría de la información, codificación y lenguajes*. Instituto de informática de Madrid. España.

IMPLEMENTACIÓN DE UNA ESTRATEGIA DE GAMIFICACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LA ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Rolando Navarro Rodríguez; Danny Ramírez Lobo

Yeshiva Jajam Sion Levy, Universidad Nacional de Costa Rica

Panamá, Costa Rica

rolnava@gmail.com, danny.ramirez.lobo@una.cr

Temática de la propuesta: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo de la propuesta: secundaria.

Resumen: Mantener la atención de los estudiantes durante la clase hace necesario que el profesor planifique e innove sus estrategias didácticas. Para ir tras ese propósito, la gamificación ha demostrado ser una herramienta importante y el uso de GeoGebra permite crear experiencias de clase interesantes. La creación de actividades lúdicas que puedan ser puestas en práctica para el beneficio de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría es un objetivo en sí mismo, pero la implementación de estas actividades en clase puede brindarnos información valiosa y resultados positivos en el rendimiento académico de los estudiantes, además de mantener el interés por la matemática. Presentamos un avance en la implementación de una unidad didáctica para la enseñanza de la ecuación de la circunferencia en geometría analítica.

Palabras claves: ecuación de la circunferencia, Gamificación, GeoGebra.

1. Introducción

El estudio de la geometría analítica en Costa Rica tiene un antes y un después por la implementación de la Reforma Matemática en la educación costarricense en 2012 a los programas de estudio de matemática. A partir de esa reforma se hizo necesario para los profesores la reformulación de sus lecciones. Antes de esta fecha no estaba en el currículo costarricense el estudio de la ecuación de la circunferencia de forma analítica en el plano cartesiano; solo se trabajaban cálculos de área y longitud de la circunferencia. Con la reforma, las clases de geometría cambian por completo y la utilización de la tecnología desempeña un papel fundamental. Aprender sobre las circunferencias, su ecuación y sus transformaciones puede contextualizarse usando múltiples escenarios, incluidos los videojuegos que tanto llaman la atención de los estudiantes, o con herramientas tecnológicas que permitan la visualización, por ejemplo, los paquetes de geometría dinámica. Sabiendo las bondades de la gamificación, una buena forma de innovar es la creación de estrategias didácticas que se apoyen en estas dinámicas de clase.

En este reporte de avance de investigación presentamos las etapas de formulación de la experiencia de clase, de creación del juego o applet en GeoGebra y de la unidad didáctica con la cual se espera que trabajen los estudiantes que serán objeto de estudio.

2. Antecedentes

La reforma de la educación matemática en Costa Rica planteó como meta un cambio en las estrategias didácticas y en la forma de mirar la matemática, razón por la que "no solo variaron los temas de estudio, sino también la forma de impartirlos y de evaluarlos" (Ministerio de Educación Pública, 2012, p. 5). Desde entonces la creación de experiencias didácticas innovadoras que desafíen y cautiven el interés de las nuevas generaciones en las temáticas de estudio es una prioridad. Los programas de estudio de matemática establecen la resolución de problemas como el enfoque principal del currículo, al indicar que "Aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia central para generar esas capacidades" (Ministerio de Educación Pública, 2012, p. 13). Esto conlleva la necesidad de mostrar a los estudiantes las ciencias naturales y exactas como disciplinas recreativas conec tadas con problemas cotidianos y que pueden resultar divertidas de aprender (Coronel y Curotto, 2008, p. 465).

Algunos autores, como Leung (2008), destacan que la implementación de herramientas tecnológicas, como el software de geometría dinámica (SGD) –en nuestro caso, GeoGebra– brinda la posibilidad de interactuar con las construcciones, facilitando el estudio de los lugares geométricos.

> Una de las ventajas de un SGD es que nos provee de una habilidad para retener el contexto o la esencia de una configuración geométrica mientras que podemos traer al frente aquellas partes dinámicas de toda la configuración que nos intere san. Esto es, podemos visualizar el estudio de la variación de un aspecto de la configuración mientras mantenemos otros aspectos constantes, anticipando así la emergencia de patrones invariantes. (Leung, 2008, p. 135)

Por otra parte, la gamificación refiere a una estrategia pedagógica que intenta aprovechar el potencial educativo y emocional de las actividades lúdicas para favorecer y mejorar el aprendizaje por parte de los estudiantes bajo la premisa de "aprender jugando" (Torres-Toukoumidis y Romero-Rodríguez, 2018, p. 2 62). El principio fundamental es plantear actividades que demanden a los participantes desarrollar procesos de pensamiento y articular conocimientos previos con el fin de avanzar o ganar un juego. En investigaciones recientes, los estudiantes comentan sobre la gamificación "que este tipo de aprendizaje es muy enriquecedor" (Mora, Pizarro y Ramírez, 2016, p. 78), e indican que les agradó descubrir los conocimientos por sí mismos, de manera autodidacta, y luego ponerlos en práctica. La gamificación ha demostrado ser una herramienta valiosa. Al utilizar una estrategia de gamificación en esta unidad didáctica se respetan los principios constructivistas presentes en el aprendizaje activo y específica mente en la evaluación auténtica. Como lo menciona Ahumada (2005, p. 22) "los estudiantes tienen diferentes ritmos de aprendizaje producto de poseer diferentes estilos, capacidades de razonamiento y memoria" también menciona que se "valora el desarrollo de un pensamiento divergente en que resulta funda mental la crítica y la creatividad".

3. Adaptación del juego a la clase

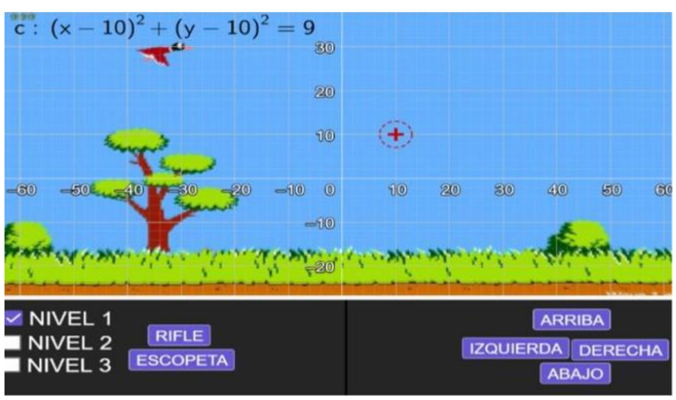
La herramienta consiste en un applet de GeoGebra que emula el juego llamado Duck Hunt. Este es un videojuego clásico desarrollado por Nintendo en el año1984, cuya dinámica se basa en la cacería de patos. El jugador debe apuntar y disparar a estos animales que intentan escapar volando. Conforme el jugador avanza en el juego, este va incrementando su dificultad al mostrar hordas de patos cada vez más numerosas y veloces.

Para la implementación de esta estrategia gamificada se sugiere realizar una pequeña introducción presentando el juego original a los estudiantes y sondeando su familiaridad con la dinámica.

La adaptación con fines didácticos propuesta contempla el uso de una circunferencia que simula ser la mira del arma con la que el jugador "disparará" a los patos. Para apuntar a sus objetivos, el jugador deberá realizar traslaciones de esta circunferencia.

Inicialmente, el jugador operará con botones de acción que fungirán como los controles del juego; y a la vez podrá observar en la pantalla cómo la ecuación de la circunferencia se va modificando cada vez que él oprime estos botones. Posteriormente, conforme "avance" de nivel, el jugador dejará de lado estos controles para empezar a usar unas casillas de ingreso que le permitirán realizar las traslaciones de manera más analítica. Creación y validación del applet en GeoGebra Para crear el applet fue necesario tener a mano las imágenes que servirán de fondo y ambientación para el juego. Se sugiere que sean al menos tres imágenes para que el juego tenga niveles de dificultad, permitiendo plantear tres ejercicios con un grado de complejidad ascendente. El jugador podrá elegir el nivel que desea jugar habilitando la casilla correspondiente (figura 1).

Figura 1. interfaz del Nivel 1 de juego - movimiento con botones direccionales

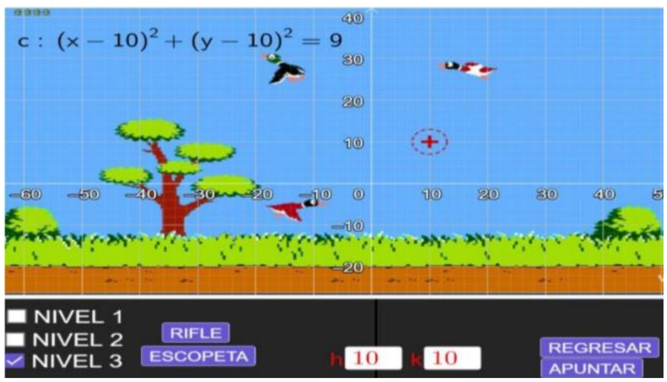


Fuente: Elaboración propia.

Para la mira del arma serán necesarios tres deslizadores: "h", "k" y "r" con los que se construye la circunferencia de ecuación $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$. La fórmula o criterio algebraico de esta circunferencia debe habilitarse en la vista gráfica para que el estudiante pueda visualizar los cambios que realiza. Adicionalmente, se crearon cuatro botones de acción con las leyendas “arriba”, “abajo”, “derecha” e “izquierda”. Estos botones permitirán desplazar la mira en las cuatro direcciones; su programación estará basada precisamente en modificar los valores de h y k aumentando o disminuyendo en una unidad cada vez que el jugador dé clic en cada botón.

De la misma forma, se crearon dos botones de acción con las leyendas “Rifle” y “Escopeta” para que el jugador elija qué arma utilizar al modificar el valor del radio r de la mira (figura 2).

Figura 2. interfaz del Nivel 3 del juego - movimiento usando las coordenadas del centro (h, k)



Fuente: Elaboración propia.

4. **Creación y aplicación de la guía didáctica del estudiante**

Esta unidad didáctica representa una propuesta para la enseñanza de la geometría analítica, específicamente el tema de círculos y circunferencias. Su objetivo es que los estudiantes manipulen la herramienta de manera lúdica, pero al mismo tiempo logren conocer y aplicar la ecuación de la circunferencia para avanzar en los niveles del juego.

Figura 3. Guía didáctica para el Nivel 1 del juego (1)

Guía de clase "Caza de patos"

A continuación, se le brindan las instrucciones que debe seguir durante el desarrollo de la lección, acompañado del uso del juego presentado por el docente debe completar o contestar las interrogantes que se planteen en cada nivel del juego.

Guía para el NIVEL 1:

1. Inicie el juego en el nivel 1 marcando sólo la casilla correspondiente a ese nivel:
   ☑ NIVEL 1
2. Escriba la ecuación inicial que se muestra en la vista algebraica: _______________
3. Para poder apuntar al pato que vuela, debe mover la mira del arma utilizando los botones de movimiento direccional.
   ARRIBA
   IZQUIERDA DERECHA
   ABAJO

Fuente: Elaboración propia.

Se recomienda que cada estudiante tenga la posibilidad de explorar el applet y sería ideal que cada estudiante cuente con una computadora, y que se disponga de por lo menos una hora de clase para que pueda trabajar en la guía didáctica.

En la figura 3 se muestran las instrucciones para iniciar el juego en el Nivel 1, se espera que el estudiante descubra la funcionalidad de los botones, así como la relación que existe entre las modificaciones que realiza y el criterio algebraico de la circunferencia. Con esto el estudiante estará desarrollando la habilidad de aplicar traslaciones a una circunferencia presente en los programas de estudio de matemática.

Por otra parte, en la figura 4 se muestran las preguntas que guiarán a los estudiantes a realizar una comparación y análisis de las ecuaciones de las circunferencias para apuntar al pato, para desarrollar la habilidad de representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio.

Figura 4. Guía didáctica para el Nivel 1 del juego (2)

4. Una vez tenga el pato apuntado con el arma, escriba la ecuación que se muestra en la vista algebraica: _______________

5. Compare sus respuestas de las preguntas 2 y 4: ____
____
____.

6. ¿Qué se mantiene? ¿Qué varía? ¿Que pudo notar al presionar los botones de movimiento direccional?
____
____
____.

7. Revise que sucede al cambiar de arma de rifle a escopeta:
ESCOPETA RIFLE

8. ¿Cómo se ve afectada la ecuación que se presenta en la vista gráfica al cambiar el arma? ¿Qué podría concluir entonces?
____
____.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 5 se muestran las instrucciones para continuar el juego en el Nivel 2. Se espera que el estudiante modifique el criterio algebraico de la circunferencia usando los valores de u y v como vector de traslación. Con esto el estudiante estará desarrollando la habilidad de aplicar traslaciones a una circunferencia y a la vez representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio.

Por otra parte, en la figura 6 se muestran las instrucciones del juego en el Nivel 3. Se espera que el estudiante modifique el criterio algebraico de la circunferencia usando los valores de h y k como coordenadas del centro de la circunferencia. Con esto, el estudiante estará desarrollando la habilidad de aplicar traslaciones a una circunferencia y, a la vez, de representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio, además de relacionar las representaciones gráfica y algebraica.

Figura 5. Guía didáctica para el Nivel 2 del juego

Guía para el NIVEL 2:

1. Inicie el juego en el nivel 2 marcando sólo la casilla correspondiente a ese nivel:
   NIVEL 2
2. Escriba la ecuación inicial que se muestra en la vista algebraica: _______________
3. Para poder apuntar a los patos que vuelan en la parte superior de la pantalla, debe mover la mira del arma utilizando las casillas de entrada para el valor de u y v:
   U 0 V 0
4. Una vez tenga cada pato apuntado con el arma, escriba las ecuaciones que se muestran en la vista algebraica: ___________________, _____________________
5. Explique ¿cómo determinó los valores que debía escribir en las casillas de entrada para u y v?
   ____
   ____
   ____.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6. Guía didáctica para el Nivel 3 del juego

Guía para el NIVEL 3:

1. Inicie el juego en el nivel 3 marcando sólo la casilla correspondiente a ese nivel:
   NIVEL 3
2. Escriba la ecuación inicial que se muestra en la vista algebraica: _______________
3. Para poder apuntar a los patos que vuelan, debe mover la mira del arma utilizando las casillas de entrada para el valor de h y k:
   h 0 k 0
4. Una vez tenga cada pato apuntado con el arma, escriba las ecuaciones que se muestran en la vista algebraica: ___________________, _____________________, _____________________.
5. Explique ¿cómo determinó los valores que debía escribir en las casillas de entrada para h y k?
   ____
   ____
   ____.

Fuente: Elaboración propia.

Se propone realizar un cierre de la actividad donde el profesor, junto con los estudiantes, establece los conceptos matemáticos con la rigurosidad necesaria.

Por otra parte, se brindará una actividad de evaluación sumativa donde el estudiante, utilizando la aplicación, pueda darles solución a los diferentes ejercicios planteados, considerando niveles de dificultad que le permitan lograr las habilidades planteadas al inicio de la unidad didáctica. Esto sumado a la evaluación del trabajo cotidiano y la respectiva realimentación de estos dos documentos de guía serán los indicios que tendrá el profesor del avance en el desarrollo de habilidades planteadas en la clase.

5. Reflexiones finales y conclusiones

En este artículo presentamos los detalles del planeamiento, formulación y expectativas de la implementación de una unidad didáctica con GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría analítica mediante la gamificación, específicamente en el tema de la ecuación de la circunferencia.

La unidad didáctica ha sido presentada a dos grupos de profesores en ejercicio y profesores en formación, los mismos han dado importante realimentación al applet de GeoGebra, tanto en la parte lúdica o de diseño del juego como en lo que subyace al alcance del contenido matemático. Los comentarios y recomendaciones dadas por los participantes en los talleres de validación de expertos para la unidad didáctica ya fueron implementados, pero se sigue en construcción y mejora permanente.

Este tipo de investigaciones son necesarias para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y las experiencias docentes en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática tanto en secundaria como en nivel superior.

6. Referencias bibliográficas

Ahumada, P. (2005). La evaluación autentica: un sistema para la obtención de evidencias y vivencias de los aprendizajes. Perspectiva Educacional, Formación de Profesores, 45, 11-24.

Coronel, M. y Curotto, M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 7(2), 463.

Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. Int J Comput Math Learning, 13, 135-157. DOI 10.1007/s10758-008-9130-x

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programas de estudio de matemáticas. Costa Rica: Autor.

Mora, F., Pizarro, E. y Ramírez, D. (2016). Experiencia docente en la enseñanza de la probabilidad por habilidades matemáticas en décimo año. En M. Murillo (ed.), Memorias 10 Festival internacional de matemática (73-79). Limón, Costa Rica.

Torres-Toukoumidis, A. y Romero-Rodríguez, L. M. (2018). Aprender jugando. La gamificación en el aula. En R. García-Ruiz, A. Pérez-Rodríguez y Á. Torres (eds.), Educar para los nuevos medios (pp. 61-72). Quito, Ecuador: Editorial Universitaria AbyaYala.

INTEGRACIÓN DE LA TECNOLOGÍA EN LA FORMACIÓN INICIAL: CONSTRUYENDO UN PERFIL PROFESIONAL DEL FUTURO PROFESOR DE MATEMÁTICA

Fabián Gutiérrez-Fallas; Vilmar Gomes da Fonseca

Universidad de Costa Rica (UCR), Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ)

Costa Rica, Brasil

luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr, vilmar.fonseca@ifrj.edu.br

Temática de la propuesta: Saberes del profesor de matemática, creencias e identidad

Nivel educativo de la propuesta: Universidad

Resumen: Esta ponencia presenta avances del proyecto *TechSchool: a tecnologia na escola e na formação de professores*, desarrollado entre el Instituto Federal de Río de Janeiro y la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. El estudio explora la integración de la tecnología en la formación inicial de profesores de matemática, abordando tres dimensiones clave: conocimientos profesionales, habilidades y actitudes-creencias. Mediante un enfoque cualitativo-interpretativo, se analizaron cuestionarios aplicados a futuros docentes en Costa Rica y Brasil. Los resultados preliminares revelan actitudes mayoritariamente positivas hacia la tecnología, aunque persisten desafíos en su implementación, especialmente en el diseño de estrategias pedagógicas efectivas. El proyecto resalta la importancia de experiencias formativas auténticas y reflexivas que promuevan competencias sólidas para la enseñanza tecnológica. Estos hallazgos contribuyen a la construcción de un perfil profesional docente que responda a los retos actuales de la educación matemática en un contexto digital.

Palabras claves: Tecnología en la Educación, Formación Inicial de Profesores de Matemática, Perfil Profesional Docente.

1. Introducción

La incorporación de la tecnología en la formación inicial de profesores es un desafío clave en la Educación Matemática del siglo XXI. Este proceso no solo responde a la necesidad de preparar docentes competentes en contextos tecnológicos, sino también a la transformación de las prácticas pedagógicas tradicionales. Esta ponencia presenta avances del proyecto de investigación *TechSchool: a tecnologia na escola e na formação de professores*, una colaboración entre el Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ) y la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica (UCR).

El propósito de esta ponencia, como avance de investigación, es presentar resultados preliminares asociados con el objetivo de identificar cómo futuros profesores de Matemática en Costa Rica y Brasil perciben la integración de la tecnología en su formación inicial y su potencial impacto en el perfil profesional docente. A través del análisis cualitativo de cuestionarios aplicados, se busca identificar creencias, conocimientos y habilidades relacionadas con el uso didáctico de la tecnología.

2. Conceptualización teórica: perfil profesional docente

La construcción del perfil profesional del futuro profesor de matemática en contextos tecnológicos se puede conceptualizar a partir de tres dimensiones clave: conocimientos profesionales, habilidades y actitudes-creencias. Estos elementos, definidos permiten entender las competencias necesarias para integrar efectivamente la tecnología en la práctica docente.

2.1. Conocimientos Profesionales

El conocimiento profesional abarca el dominio de los contenidos matemáticos, los métodos de enseñanza y la integración de tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, el modelo TPACK (Niess, 2012a) proporciona una estructura dinámica que integra conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido matemático.

Según Niess (2012a), es esencial que los futuros profesores desarrollen un conocimiento curricular que les permita organizar y estructurar conceptos matemáticos a través de herramientas tecnológicas.

Además, deben comprender cómo los estudiantes aprenden con tecnología, anticipando dificultades y utilizando recursos digitales para fortalecer el pensamiento matemático.

2.2. Habilidades Profesionales

Las habilidades del profesor en formación están vinculadas a la capacidad de planificar, implementar y reflexionar sobre prácticas de enseñanza efectivas con tecnología. Según Agyei y Voogt (2015), estas habilidades incluyen:

- Diseñar lecciones que incorporen herramientas tecnológicas para facilitar representaciones múltiples de conceptos matemáticos.
- Utilizar estrategias didácticas adaptadas al contexto tecnológico, permitiendo experiencias de aprendizaje colaborativas y auténticas.
- Reflexionar y ajustar las prácticas pedagógicas en función de la interacción con los estudiantes y los resultados obtenidos.

2.3. Actitudes y Creencias

Las actitudes y creencias hacia la tecnología desempeñan un papel determinante en el proceso de formación inicial. Swars et al. (2009) sostienen que las concepciones previas de los futuros docentes influyen en su disposición para integrar la tecnología.

- *Actitud positiva hacia la tecnología*: Experiencias formativas exitosas pueden generar confianza y entusiasmo en el uso de herramientas digitales (Agyei & Voogt, 2015).
- *Reflexión crítica sobre la enseñanza*: La formación debe promover un espacio donde los futuros profesores cuestionen las prácticas tradicionales y adopten una visión innovadora del uso de la tecnología en el aula.
- *Creencias sobre el aprendizaje matemático*: Las creencias sobre la naturaleza de la matemática y su enseñanza impactan en cómo los docentes visualizan el rol de la tecnología en el aprendizaje de sus estudiantes (Huang & Zbiek, 2017).

3. Elementos metodológicos

El estudio adoptó un enfoque cualitativo-interpretativo para analizar los datos recolectados mediante cuestionarios aplicados a futuros profesores de matemática en Costa Rica y Brasil. La muestra incluyó estudiantes de programas de formación inicial de ambos países.

- *Recolección de datos:* Cuestionarios estructurados que indagan sobre la percepción de los futuros profesores en cuanto a sus conocimientos profesionales, habilidades y actitudes hacia la integración de la tecnología en la enseñanza de la matemática.
- *Análisis de datos:* Los datos se analizaron de manera cualitativa, identificando patrones temáticos y reflexiones emergentes de las respuestas proporcionadas por los participantes.

4. Avance de resultados

Los resultados preliminares muestran similitudes y diferencias significativas entre los futuros profesores de Costa Rica y Brasil respecto a la integración tecnológica en su formación:

4.1. Actitudes positivas hacia la tecnología:

- Una mayoría de los participantes reconocen la importancia de la tecnología para mejorar la enseñanza y aprendizaje de la matemática.
- Sin embargo, algunos manifiestan incertidumbre sobre cómo implementarla de manera efectiva en sus prácticas futuras.

4.2. Desarrollo de habilidades tecnológicas:

- En Brasil, los participantes destacan experiencias colaborativas y prácticas en el uso de herramientas tecnológicas, fortaleciendo su confianza en el uso del TPACK.
- En Costa Rica, se identifican necesidades de mayor formación en herramientas específicas y estrategias didácticas que integren tecnología.

4.3. Desafíos y limitaciones:

- Se evidencian dificultades en la planificación de lecciones que incorporen tecnología de forma efectiva, lo cual coincide con los hallazgos de Agyei y Voogt (2015).
- Factores contextuales, como el acceso limitado a recursos tecnológicos en algunas instituciones, también emergen como barreras relevantes.

Los datos preliminares sugieren que las experiencias formativas auténticas y contextualizadas con tecnología son esenciales para que los futuros profesores desarrollen habilidades sólidas y actitudes reflexivas hacia su integración en el aula.

5. Conclusiones

La integración de la tecnología en la formación inicial de profesores de matemática es un proceso complejo que exige un equilibrio entre teoría, práctica y reflexión. Los resultados del proyecto *TechSchool* evidencian la necesidad de:

- Promover experiencias auténticas y colaborativas con herramientas tecnológicas, permitiendo a los futuros docentes reflexionar sobre su impacto en el aprendizaje.
- Desarrollar estrategias didácticas específicas, basadas en el modelo TPACK, que ayuden a los futuros profesores a planificar y ejecutar lecciones efectivas con tecnología.
- Superar barreras contextuales, garantizando acceso a recursos tecnológicos adecuados en los programas de formación inicial.

Este estudio constituye un avance significativo en la construcción de un perfil profesional docente que responda a las demandas actuales de la enseñanza matemática en la era digital.

Referencias Bibliográficas

Agyei, D. D., & Voogt, J. (2015). Exploring the potential of technology in pre-service mathematics teacher education. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 19(1), 14-24.

Costa, J., Peralta, H., & Viegas, W. (2008). A integração das TIC na formação de professores: um estudo exploratório. *Revista Portuguesa de Educação*, 21(1), 33-54.

Gómez, P. (2007). *Diseño y evaluación de tareas matemáticas*. Universidad de Granada.

Hiebert, J., Gallimore, R., & Stigler, J. W. (2003). The teaching gap. *Educational Leadership*, 61(5), 12-17.

Huang, R., & Zbiek, R. M. (2017). The use of technology in mathematics teacher education. In D. Ball & A. I. Forzani (Eds.), *Mathematics Teacher Education and Development* (pp. 45-67). Springer.

Niess, M. L. (2012a). Teacher knowledge for teaching with technology: A TPACK framework. *Computers in the Schools*, 29(4), 318-332.

Niess, M. L. (2012b). *TPACK framework for integrating technologies in mathematics education*. IGI Global.

Swars, S. L., Smith, S. Z., Smith, M. E., & Hart, L. C. (2009). A longitudinal study of changes in primary grades teachers' beliefs and content knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(1), 47-66.

Willermark, S. (2017). Technological Pedagogical and Content Knowledge: A review of empirical studies published from 2011 to 2016. *Journal of Educational Computing Research*, 56(3), 315-343.

PROBLEM POSING EN COMBINATORIA COMO APOYO A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE PERMUTACIONES Y OTRAS CONFIGURACIONES.

Mirna Guadalupe Galdámez Constante

Universidad de El Salvador

El Salvador

mirna.galdamez@ues.edu.sv

Temática: Educación matemática universitaria

Nivel educativo Universitario

Resumen: En un curso de Combinatoria, los principios de conteo son fundamentales para avanzar en los diferentes contenidos, especialmente en la formación de configuraciones derivadas de las permutaciones: circulares, con repetición y arreglos. La estrategia de resolución de problemas suele tener un mayor impacto en estos contenidos. Una actividad importante en esta estrategia es la de reformulación del problema, que a su vez es una forma de planteamiento de problemas o problema posing. En la experiencia mostrada en este trabajo se generó un cuestionario enfocado a problem posing para asimilar los conceptos y estrategias de resolución de problemas de permutaciones y configuraciones afines. Luego se contrastó con los resultados de evaluaciones escritas y prácticas previo y posterior a dicho cuestionario y los resultados fueron satisfactorios y reveladores en cuanto a la incidencia que tiene la tarea de problema posing y el arraigo de conceptos.

Palabras claves: Combinatoria, problem posing, permutaciones, profesorado, conteo.

1. Introducción

En el presente trabajo se establece el concepto de planteamiento de problemas. El término en inglés *problem posing* y su traducción planteamiento de problemas se utilizará de forma intercambiable en el resto del trabajo. Diversos autores resaltan la importancia del problem posing para afianzar los conceptos matemáticos vistos en clase. Además establecen que los estudiantes más pequeños formulan sus propios problemas basados en la curiosidad que les despierta un nuevo conocimiento.

En el curso de Combinatoria para estudiantes del Profesorado en Matemática de la Universidad de El Salvador (docentes en formación), se identificó hace un tiempo la necesidad de reforzar los principios básicos de conteo a través de todo el curso. Los principios de conteo se presentan al inicio del curso y se espera que sean aplicados con exactitud a lo largo del curso. Sin embargo, al aislarlos en una unidad introductoria los estudiantes pierden de vista sus características e importancia. Esta habilidad es especialmente necesaria en el conteo de configuraciones de características precisas: permutaciones (lineales, circulares y con repetición), arreglos y combinaciones.

Para afianzar los conocimientos en cuanto a permutaciones, se preparó un cuestionario a modo de tarea en-aula para que, guiados por la docente, los alumnos formularan sus propios problemas e identificaran el enunciado apropiado dada la expresión de los principios del producto y de la suma. Los resultados obtenidos en el cuestionario se utilizaron para contrastar las notas en una prueba previa sobre principios de conteo y una posterior sobre permutaciones y otras configuraciones.

2. Marco Teórico

En su artículo “Multiple Approaches to Problem Posing”, Papadoupulus (2022) recopila diversas definiciones de problem posing a través de una investigación sistemática exhaustiva. Según él, el concepto de problem posing se define en la literatura así:

- Generación de nuevos problemas.
- Reformulación de problemas ya existentes.
- Una combinación de los puntos anteriores.
- Formulación de nuevas preguntas y visión de preguntas anteriores desde otro ángulo.
- Un acto de modelamiento

En este trabajo se espera que los estudiantes aborden las cuatro definiciones anteriores para dar paso a sus propias creaciones.

Para Dostál (2015), el pensamiento de un problema comienza cuando toma conciencia de una situación problemática. Dicha situación crece hasta convertirse en un problema que requiere de una solución. Esta conciencia sobre la existencia de la situación problemática es la que permite que un estudiante desarrolle su capacidad de identificar una situación desconocida y convertirla en un problema. Sin embargo, dicha situación problemática convertida en problema puede o no generar en el individuo una voluntad de resolverlo. Dicha voluntad conlleva al estudiante a generar un interés en resolver el problema. Es más probable que un estudiante presente una voluntad de resolver problemas si se involucra más en el proceso de la creación de estos.

Según Possami (2024), Los estudiantes se plantean problemas desde edades muy cortas a través de conjeturas hechas desde su curiosidad: ¿cuántas veces aparece el 0 si cuento del 1 al 100 o ¿cuántos días me tardaré en juntar $10.00 si ahorro $0.25 al día? En su artículo, Possami establece que en varios países de América Latina se introduce problema posing como estrategia de enseñanza, pero que no está del todo normalizada en un sistema integral de educación. El autor recopila tres categorías de planteamiento de problema (problem posing): libre, semiestructurado y estructurado.

3. Contexto de la Actividad y Resultados Obtenidos

La actividad consistió en ocho problemas divididos en tres categorías diferentes con elementos semiestructurados y estructurados. El propósito de la actividad fue el reforzamiento de conceptos y habilidades de resolución de problemas a través planteamiento de problemas. La tabla 1 muestra un resumen del cuestionario.

Tabla 1. Descripción del Cuestionario

Configuración	Categoría	Descripción	Cantidad
ARREGLOS	Estructurado	Elección del enunciado para una respuesta dada	3
PERMUTACIONES CONREPETICÓN	Semi Estructurado	Creación de enunciado específico dado uno general.	2
PERMUTACIONES CIRCULARES	Estructurado	Compleción de enunciado dada una respuesta y creación de su representación gráfica	3

Fuente: Cuestionario Teoría Combinatoria

La siguiente tabla muestra los resultados colectivos de la prueba y su incidencia en las evaluaciones previa y posterior:

Tabla 2. Tabla de estadísticas básicas de los resultados

	Prueba Previa	Cuestionario Problem Posing	Prueba Posterior
Total Participantes	22	22	22
Promedio	5.57	8.27	7.07
Total aprobados (≥ 7.0)	9	20	11

Fuente: Cuestionario Teoría Combinatoria

En los resultados obtenidos, en dieciséis de los veintidós estudiantes evaluados se observó una mejora en los resultados obtenidos, siendo el mayor salto en desempeño de 3.5 puntos sobre 10 y el menor de 0.2 puntos sobre 10.

4. Conclusiones

- En concordancia con lo expuesto por Dostál, problem sugiere ser una herramienta importante en el proceso de aprendizaje de la Matemática.
- Los resultados sugieren que los estudiantes presentan una mayor voluntad de resolución de problemas cuando se involucran en el planteamiento de estos.
- La experiencia didáctica aquí presentada puede ser la base de una investigación formal sobre la incidencia que tienen las habilidades de problema posing en aquellas de problema solving.

5. Referencias bibliográficas

Dostál, J. (2015). Theory of problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *174*, 2798-2805.

Papadopoulos, I., Patsiala, N., Baumanns, L., & Rott, B. (2022). Multiple approaches to problem posing: Theoretical considerations regarding its definition, conceptualisation, and implementation. *Center for Educational Policy Studies Journal*, *12*(1), 13-34.

Possamai, J. P., & Allevato, N. S. G. (2024). Problem Posing: understandings. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *38*, e2300421.

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO INTEGRODIFERENCIAL: RELACIÓN CON EL CONTEXTO UCR.

Prof. Kendal Rojas Rojas.

Universidad de Costa Rica (UCR)

Costa Rica.

kendal.rojas@ucr.ac.cr, kendallrr98@gmail.com.

Temática: Aproximaciones y perspectivas teóricas en la investigación de la Matemática Educativa (15)

1. Resumen: En el presente estudio, se da un análisis sobre los principales problemas de aprendizaje en el cálculo integrodiferencial basado en la literatura sobre la disciplina. Para el abordaje, se considerarán 2 líneas principales que generan problemáticas entre las cuales se tienen: las dificultades cognitivas, los factores didáctico-pedagógicos.

Desde una perspectiva metodológica, este análisis contemplará una revisión de la literatura en donde se identificarán problemas que se consideren de índole cognitivo y factores de enfoque didáctico-pedagógico sintetizados de manera teórica, además de su correspondiente contextualización a los espacios de enseñanza-aprendizaje del cálculo integrodiferencial en la Universidad de Costa Rica. Para dicha contextualización, se hará una revisión específica de literatura generada en la institución educativa correspondiente.

Términos Clave: Factores cognitivos, Factores didácticos, Factores pedagógicos, Enfoque procedimental.

1. Abstract: This study presents an analysis of the main learning difficulties in integral and differential calculus based on the literature surrounding the discipline. Two main lines that generate problems will be considered: cognitive difficulties and didactic-pedagogical factors.

From a methodological perspective, this analysis will involve a literature review in which cognitive problems and didactic-pedagogical factors, synthesized theoretically, will be identified. Additionally, the corresponding contextualization of these issues will be made in the teaching and learning spaces of integral and differential calculus at the University of Costa Rica. To achieve this contextualization, a specific review of literature generated within the institution will be conducted.

Keywords: Cognitive factors, Didactic factors, Pedagogical factors, Procedural approach.

2. Introducción

El cálculo integrodiferencial es una disciplina matemática esencial que abarca un conjunto amplio de conceptos y técnicas fundamentales para muchas áreas del conocimiento, tales como la física, la ingeniería, la economía y otras ciencias aplicadas. Su estudio implica la integración de diversos conocimientos matemáticos y la comprensión de abstracciones conceptuales que, por su naturaleza, pueden generar serias dificultades para los estudiantes. La complejidad de estos temas radica no solo en la adquisición de habilidades técnicas, sino también en la capacidad para conceptualizar y aplicar los conceptos a situaciones diversas, lo que provoca que muchos estudiantes enfrenten barreras significativas en su proceso de aprendizaje.

En consecuencia, una considerable cantidad de estudios se han centrado en identificar los factores que contribuyen a estas dificultades. La literatura existente ha documentado diversos causales de estas problemáticas y como principal objetivo de esta ponencia se tendrá la tarea de realizar un análisis de las principales problemáticas asociadas al aprendizaje del cálculo integrodiferencial, centrando la atención en dos grandes áreas: los factores cognitivos, que se refieren a las dificultades que los estudiantes experimentan al intentar comprender y aplicar conceptos abstractos, y los factores didácticos y pedagógicos, que engloban las metodologías de enseñanza, las estrategias didácticas utilizadas en el aula y el diseño curricular.

Además de la revisión teórica de los problemas identificados, se incorporará una discusión sobre los abordajes teóricos que se han implementado en la Universidad de Costa Rica para atender estas dificultades, con el fin de contextualizar y evaluar las estrategias utilizadas para mejorar el aprendizaje del cálculo integrodiferencial en este contexto particular. Al hacerlo, se busca proporcionar una visión comprensiva de los obstáculos que enfrentan los estudiantes y explorar posibles soluciones que podrían contribuir a mejorar los métodos de enseñanza y el rendimiento académico en esta área tan crucial.

3. Marco Teórico

Para contextualizar el problema de la ponencia, es correspondiente analizar las corrientes teóricas que fundamentan las factores cognitivos y factores didáctico-pedagógicos como dificultades en el aprendizaje del cálculo integrodiferencial. En esa línea, García (2013) menciona que al tratar de no generar choques cognitivos y en el marco de muchos formalismos matemáticos, los profesores han recaído en discursos carentes de profundidad dentro de un modelo didáctico tradicional.

Aunado a esto Tall (1992) recalca, que los estudiantes presentaron varios problemas cognitivos en el aprendizaje del cálculo entre los cuales destacan: deficiencias con el lenguaje propio de la disciplina, las imágenes mentales limitadas del concepto de función, contextualización de problemas reales, manipulación algebraica y una preferencia de lo procedimental por encima del entendimiento profundo de conceptos. Por otro lado, en relación con los factores didácticos, Cantoral (1993) menciona que las habilidades geométricas, algebráicas y numéricas de los estudiantes son distintas y que parte de la problemática didáctica del cálculo es la desatención de los aspectos aritméticos y geométricos en el aula. Además otra problemática a tratar es el tradicionalismo didáctico en este contexto, en donde el profesor informa de los saberes al estudiante e intenta que este tenga un entendimiento profundo gracias a la imitación.

Según el análisis que se realiza a la literatura, otros problemas didácticos presentes en la enseñanza del cálculo son en relación con la literatura utilizada para apoyo estudiantil. Con respecto a esto Valencia & Valenzuela (2017) mencionan que gran parte de los ejercicios de los libros de texto analizados en este estudio vinculan sus ejemplos y ejercicios de práctica con enfoque más procedimental y se deja de lado situaciones didácticas donde se aplique el conocimiento a situaciones contextualizadas o modelaje matemático. Además con respecto a problemas en el área didáctica, García (2013) menciona que parte de los retos didácticos que tienen los profesores de cálculo es lidiar con los conocimientos simplistas que tienen los alumnos que ingresan a la universidad en áreas de interés relacionadas con el cálculo integrodiferencial.

Entre otros de los grandes retos que se presentan con respecto a la didáctica del cálculo está el entendimiento de conceptos básicos de la disciplina como límite, continuidad, derivada e integral y además la vinculación de la teoría con contextos prácticos (Cruz & Herrera, 2024). Además como posibles alternativas a estos problemas, los autores recomiendan la utilización de instrumentos como la realidad virtual y realidad aumentada

4. Marco Metodológico

La metodología a aplicar, se basa en la revisión bibliográfica de múltiples fuentes donde se hablen de problemáticas relacionadas con factores cognitivos y factores didáctico-matemáticos. Esta revisión se llevará a cabo para analizar de qué forma son abordados dichas problemáticas desde una perspectiva teórica en la Universidad de Costa Rica y que líneas de investigación podrían desarrollarse con mayor amplitud. Para esta investigación en específico, se tomarán problemáticas tratadas en el apartado anterior y se contrastará con investigaciones que de manera directa o indirecta hayan tratado dichos objetos investigativos en el contexto de la Universidad de Costa Rica.

Para hacer dicho contraste, se utilizarán las bases de datos del Sibdi-UCR, con el fin de encontrar aquellos trabajos que buscan un conocimiento y contextualización de lo anterior mencionado. Para esta búsqueda, se prioriza los trabajos finales de graduación y artículos científicos contextualizados para entender el tratamiento teórico en el interior de la universidad.

4.1. Problemáticas Cognitivas y Didáctico-Pedagógicas.

Tabla 1. Mediación teórica de los problemas de aprendizaje del cálculo en la Universidad de Costa Rica.

Problemática a tratar	**Descripción de la problemática**	**Investigaciones relacionadas en el contexto de la Universidad de Costa Rica.**
Concepción de Función	Según Tall (1992), los estudiantes presentan una noción muy vaga del concepto de función.	En el contexto universitario, se generan ciertas investigaciones relacionadas con el tema de la enseñanza de las funciones. Se tratan temas como la transposición didáctica de las gráficas de las funciones (Jara et al., 2020), además es posible encontrar trabajos en donde se analizan diversos aspectos de este objeto de estudio.
Contextualización de problemas reales	Según Tall (1992) esta problemática atiende a que el enfoque de la disciplina se basa muchas veces en el manejo simbólico y no tanto en la resolución de problemas.	En cuanto a la utilización de la metodología de resolución de problemas, hay ciertos avances. Poveda (2019) Presenta un trabajo de investigación donde se utiliza la tecnología y la resolución de problemas en un entorno MOOC.
Manipulación Algebraica	Lo mencionado por Tall (1992) los estudiantes universitarios presentan dificultades en el manejo	Esta área, presenta mucho desarrollo en cuanto a investigaciones se refiere. Ejemplo de ello es el trabajo

	algebraico de situaciones apegadas a contextos de cálculo.	de Rodríguez (2021) en donde toca el tema del desarrollo del pensamiento algebraico desde la niñez y propone talleres para los docentes de primaria en este aspecto.
Enfoque procedimental y Pedagogía Tradicional.	Según Tall (1992) el enfoque procedimental, es aquel en donde se prioriza la replicación del procedimiento de manera mecánica. A su vez, Cantoral (1993) define el enfoque tradicional, como aquel que busca la apropiación del conocimiento por mera imitación.	En este sentido, se han hecho esfuerzos para la apertura de modelos teóricos. De León & Robles (2019) hacen aportes en cuanto al aprendizaje del concepto de infinito a partir de la teoría de Piaget. Sin embargo faltan propuestas que den una apertura a las metodologías de clases preestablecidas en el aula de cálculo.
Libros de Texto	Valencia & Valenzuela (2017) mencionan que los ejercicios y ejemplos presentes en los libros de texto a fin de la enseñanza del cálculo, tienen un enfoque procedimental y desplazan de cierta forma la aplicación profunda de conceptos matemáticos.	Este aspecto carece de investigaciones en el contexto de la Universidad de Costa Rica. Es decir, no se ha generado investigación que analice los libros de texto, ejercicios y material didáctico utilizado en el aula de cálculo integrodiferencial.

Fuente: Elaboración Propia.

5. Conclusiones y Recomendaciones

Se recomienda abrir líneas de investigación específicas para los estudiantes de cálculo integrodiferencial en la Universidad de Costa Rica, dado que falta material que evalúe su situación actual. Las problemáticas identificadas en este estudio han sido abordadas de manera desarticulada, lo que limita la construcción de un marco referencial que beneficie el espacio educativo.

Aunque no todos los profesores utilizan enfoques tradicionalistas, es evidente la necesidad de propuestas didácticas que enriquezcan la práctica profesional. Además, preocupa la falta de estudios sobre los contenidos de los libros de texto, lo que puede llevar a un enfoque mecánico y procedimental, alejando a los estudiantes de un aprendizaje profundo de los conceptos clave del cálculo. En relación, sería provechoso generar investigaciones que traten la clase de cálculo a partir de la metodología de resolución de problemas.

En síntesis, aunque se han realizado esfuerzos para mejorar la enseñanza del cálculo integrodiferencial en la Universidad de Costa Rica, aún se requiere más investigación centrada en los estudiantes y sus necesidades. Esto permitirá desarrollar estrategias didácticas más efectivas en el aula.

Se espera que esta ponencia impulse a los investigadores del área a reflexionar sobre estas problemáticas y a proponer soluciones creativas que favorezcan el aprendizaje y el éxito académico de los estudiantes, contribuyendo así a un futuro más prometedor para ellos.

Referencias Bibliográficas

Cantoral, R. (1995). Hacia un didáctica del calculo basada en la cognición. *Publicaciones Centroamericanos*, *7*, 391-410. https://www.researchgate.net/profile/Ricardo-Cantoral/publication/263010052_Hacia_una_didactica_del_calculo_basada_en_la_cognicion/links/0deec5398af4fd76c2000000/Hacia-una-didactica-del-calculo-basada-en-la-cognicion.pdf

Cruz López, S. L., & Herrera Castrillo, C. J. (2024). *Desafíos en la enseñanza del Cálculo en contextos universitarios en un enfoque por competencias*. *Plumilla Educativa*, 33(1), 1-27. https://doi.org/10.30554/pe.33.1.5099.2024

De León Urbina, M. A., & Robles Padilla, C. (2019). Aporte de la teoría piagetiana para la enseñanza del concepto de infinito a partir de la experiencia de aprendizaje de los docentes. Universidad de Costa Rica, Facultad de Educación, Escuela de Formación Docente. Ciudad Universitaria Rodrigo Facio. San José, Costa Rica.

García Retana, J. Á. (2013, Enero 30). REFLEXIONES SOBRE LOS ESTILOS DE

APRENDIZAJE Y EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO PARA INGENIERÍA. *Revista Actualidaes Investigativas en Educación*, *13*(1), 1-28. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S1409-47032013000100014&script=sci_arttext

García, J. (2013, junio). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Revista Educación*, *37*(1), 29-42. https://www.redalyc.org/pdf/440/44028564002.pdf

Manning, G., Segura, N. y Ventura, R. (2020). Análisis de una Transposición Didáctica del Saber

Transformaciones de Gráficas de Funciones en el plano en la secundaria costarricense, estudio de casos (Seminario de Graduación para optar por el grado de Licenciatura). Universidad de Costa Rica, Costa Rica.

Poveda Fernández, W. E. (2019). *Resolución de problemas matemáticos y uso de tecnologías digitales en un curso masivo en línea* (Tesis de doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Zacatenco, Departamento de Matemática Educativa. Ciudad de México, México.

Rodríguez-Segura, J. (2021). Razonamiento algebraico elemental: Talleres formativos para docentes de primaria en ejercicio. Universidad de Costa Rica, Facultad de Ciencias, Escuela de Matemática. Ciudad Universitaria Rodrigo Facio. San José, Costa Rica.

Tall, D. (1992, Agosto). Students' difficulties in calculus. *In proceedings of working group*, *3*. https://www.academia.edu/download/70412584/dot1993k-calculus-wg3-icme.pdf

Valencia Álvarez, A. B., & Valenzuela González, J. R. (2017, Diciembre). ¿A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de Cálculo? Un análisis de libros de texto. *Educación matemática*, *29*(3), 51-78. https://doi.org/10.24844/em2903.02

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UNA PROPUESTA PARA GUIAR EL PROCESO

Emmanuel Ramírez Garita; David Córdoba Segura; Yendry Quesada Calderón, Olivia Dixon Roub

Universidad de Costa Rica

Costa Rica

emmanuel.ramirezgarita@ucr.ac.cr, david.cordobasegura@ucr.ac.cr, yendry.quesadacalderon@ucr.ac.cr, olivia.dixon@ucr.ac.cr

Implementación teoría - práctica en la educación matemática

Universidad y secundaria

Resumen:

La resolución de problemas es central en la mayoría de currículos de matemática. El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica considera que los contenidos del programa de estudios deben converger al desarrollo de esta habilidad. Actualmente existen carencias en la resolución de problemas por parte de los estudiantes y en la forma en la que se aborda desde la mediación pedagógica. Entonces, se percibe la existencia de una necesidad de instrumentos que guíen al estudiantado en el proceso de resolución de problemas. Por tanto, se presenta la propuesta de una matriz que tiene como objetivo guiar el proceso de resolución de problemas basada en la metodología de Polya. Esta se evaluó mediante un diseño cuasiexperimental con dos grupos (experimental y control). Se observó una mejora significativa en la resolución de problemas por parte del grupo experimental, lo que permite concluir que utilizar dicha matriz mejora la resolución de problemas en el estudiantado.

Palabras claves: Resolución de problemas, Método Polya, Diseños cuasiexperimentales.

1. Introducción

La resolución de problemas es una habilidad central en el aprendizaje y aplicación de los conocimientos matemáticos, el Consejo Nacional de Educadores de Matemática menciona que la resolución de problemas debe ser la base de todos los aspectos de la enseñanza de las matemáticas para que los alumnos experimenten el poder de las matemáticas en el mundo que les rodea.

Sin embargo, los objetivos educativos en torno a la resolución de problemas a nivel nacional, no se están alcanzando. Según el último informe del Estado de la Educación elaborado por el Programa Estado de la Nación (PEN) publicado en el 2023, en las pruebas nacionales FARO del año 2021 menos del 6% de los estudiantes evaluados fueron capaces de “desarrollar ítems relacionados con los más altos niveles de desempeño esperados para su nivel, como establecer relaciones de causa y efecto en un texto leído, resolver problemas en contextos complejos o desarrollar ítems que implicaban mayor comprensión y análisis” (PEN, 2023, p. 94).

Con esto, resulta de importancia desarrollar estrategias para apoyar a los estudiantes en materia de resolución de problemas. La presente es una propuesta para mejorar el ordenamiento de los procedimientos de los estudiantes a nivel de cursos universitarios, para que de esta manera su desempeño se vea aumentado. Esta propuesta tiene su origen en el curso MA0011-Evaluación de los Aprendizajes Matemáticos de la carrera de Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica, donde se diseñó la matriz para apoyar la resolución de problemas que se muestra en la Figura 1. Por tanto, este estudio tuvo como objetivo determinar si utilizar una matriz basada en la metodología propuesta por Polya (1965) mejora la resolución de problemas en los estudiantes.

2. Marco teórico

Esta matriz está basada en las ideas de Polya (1965), quien plantea 4 fases para llevar a cabo la resolución de un problema, a saber:

Comprender el problema: “El alumno debe comprender el problema. Pero no solo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo” (Polya, 1965, p.28). Este primer paso implica leer minuciosamente y comprender la información que se brinda y lo que se pide.

Formular un plan: “Tenemos un plan cuando sabemos al menos a ‘groso modo’, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita” (Polya, 1965, p.30). En esta segunda etapa, después de entender el problema, se debe crear una estrategia para la solución; para ello se deben recolectar las herramientas con las que se cuentan para la solución, tales como conceptos, teoremas, fórmulas, entre otras.

Ejecutar el plan: “El plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajan bien en esa línea. Nos hace falta, pues, examinar los detalles uno tras otro, pacientemente hasta que todo esté perfectamente claro, sin que quede ningún rincón oscuro donde podría disimularse un error” (Polya, 1965, p.33). En esta penúltima etapa se va a poner en marcha la estrategia planteada anteriormente, lo que conlleva realizar cálculos o utilizar las herramientas observadas en la etapa 2.

Revisión/reflexión de lo realizado: “Reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas” (Polya, 1965, p.35). En esta última etapa se analizará la respuesta para determinar si esta es una solución racional y lógica, además de si lo realizado anteriormente es correcto.

3.Metodología

El diseño de la presente investigación es de tipo cuantitativo cuasiexperimental. La población del estudio estuvo conformada por las personas que cursan MA0002 Álgebra Elemental, un curso exclusivo para el estudiantado de la carrera de Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica. En el estudio participaron 40 estudiantes, en primer año de carrera, con edades entre 16 y 38 años, 62.5% hombres y 37.5% mujeres. El 77.5% de los participantes llevaba el curso por primera vez. Para la recolección de los datos se utilizaron dos versiones distintas de un instrumento que contenía dos problemas del área de Álgebra. En una de ellas (Anexo 1), la que se utilizó en el grupo control, se presentaron únicamente las instrucciones generales y los enunciados de los problemas. En la otra versión (Anexo 2), se incluyó la matriz basada en el método de Polya (Figura 1). Los problemas son los mismos en ambos instrumentos. Adicionalmente, en ambos grupos se utilizó la rúbrica que se presenta en el Anexo 3 para evaluar conocimientos y competencias en la resolución de problemas matemáticos. El curso MA0002 cuenta con dos grupos de estudiantes. La aplicación se realizó en dos días consecutivos, en horario de clase. La asignación de los instrumentos a los grupos se hizo en forma aleatoria. Posterior a la entrega del instrumento, las personas tuvieron un tiempo máximo de 40 minutos para resolver los ejercicios. Para el análisis, se utilizó la rúbrica mencionada previamente para asignar una puntuación a cada problema; el promedio de puntuación de ambos problemas es la nota final de cada persona. La nota final, las puntuaciones individuales de cada problema y las puntuaciones por criterio evaluado fueron analizadas con una prueba de normalidad Shapiro-Wilk. Se calcularon las medias de las puntuaciones mencionadas y se analizó si las diferencias encontradas fueron significativas mediante una prueba T-Student o U de Mann-Whitney dependiendo del resultado de la prueba de normalidad. Todo el análisis de datos fue hecho utilizando el software Jamovi versión 2.5.5.

4.Resultados

Haciendo la prueba de normalidad Shapiro-Wilk se obtuvo que la distribución de la nota final de los estudiantes fue normal y con una asimetría de 0.540. De manera similar, para la puntuación del problema 1 (Puntuación P1) se concluyó que poseía distribución normal, mientras que la puntuación del problema 2 (Puntuación P2) no.

En lo que respecta a las puntuaciones medias, se obtuvo que el promedio de nota final del grupo control fue de 29.4 (DE = 25.7), mientras que el del grupo experimental fue de 43.7 (DE = 14.9). De la misma manera, se encontró que las puntuaciones promedio en cada uno de los problemas fue superior en el grupo experimental (Tabla 1).

Tabla 1. Medias de puntuación de cada problema y de la nota final.

	Grupo	Media	DE
Puntuación P1	Control	36.3	32.6
	Experimental	49.0	19.8
Puntuación P2	Control	22.5	25.9
	Experimental	38.4	23.2

Nota final	Control	29.4	25.7
	Experimental	43.7	14.9

Fuente: Datos del Elaboración propia.

Mediante una prueba T-Student se obtuvo que las diferencias en las medias de las puntuaciones en Nota final y Puntuación P1, pues tienen distribución normal, en el primer caso fueron estadísticamente significativas ($p = 0.019 < 0.05$) y en el otro no ($p = 0.072 > 0.05$). Por otro lado, como la distribución de Puntuación P2 no es normal, se utilizó la prueba U de Mann-Whitney para concluir que la diferencia sí fue significativa ($p = 0.018 < 0.05$). Es importante mencionar que estos fueron calculados tomando como hipótesis que la media del grupo experimental es mayor a la del grupo control.

5.Reflexiones

El instrumento que se utilizó en la investigación tiene como objetivo recopilar información sobre las capacidades de resolución de problemas de los estudiantes en diversos contextos y utilizando diferentes herramientas matemáticas. Esto permite identificar las fortalezas y debilidades de cada estudiante al momento de resolver problemas, además de guiarlo en el paso de cada etapa. Si un estudiante no es capaz de resolver un problema, se puede visualizar en qué fase de la resolución tiene dificultades. Como se pudo observar en los resultados, el grupo experimental tuvo un desempeño significativamente mejor que el grupo control en ambos problemas. Esta mejora en el desempeño podría ser atribuida a una mayor comprensión del problema, primera etapa del método planteado por Polya (1965). La matriz basada en la metodología de Polya ayuda a los estudiantes a seguir un enfoque estructurado, asegurando que no se salten pasos cruciales. De esta manera, se considera que la matriz permite un diagnóstico más detallado de las capacidades de resolución de problemas de cada estudiante, lo que facilita la personalización de la enseñanza y el apoyo educativo. Al identificar claramente las fases en las que los estudiantes tienen dificultades, los educadores pueden intervenir de manera más efectiva y específica. Asimismo, es posible que las habilidades adquiridas a través de la resolución estructurada de problemas no solo sean aplicables a las matemáticas, sino también a otras áreas del conocimiento y a situaciones de la vida cotidiana; hipótesis que se podría poner a prueba en futuras investigaciones. Del mismo modo, se podría indagar cómo diferentes tipos de problemas (p.ej., problemas algorítmicos versus problemas de razonamiento abstracto) afectan la eficacia de la matriz. Adicionalmente, aunque el estudio se realizó a nivel inicial universitario, sería valioso investigar si esta metodología mejora la resolución de problemas en secundaria u otros niveles educativos. Esto podría revelar si la matriz tiene una aplicación más amplia y si es adaptable a diferentes etapas del desarrollo cognitivo del estudiantado. Por último, se podría implementar la metodología de Polya como estrategia didáctica en las clases, de manera tal que se presente una forma estructurada y sistemática de abordar el aprendizaje de la resolución de problemas. Los docentes podrían recibir formación específica para utilizar esta herramienta, optimizando así su aplicación en el aula. Las futuras investigaciones y aplicaciones prácticas en diferentes niveles educativos podrían expandir aún más los beneficios de esta metodología, contribuyendo significativamente al desarrollo de habilidades críticas en los estudiantes.

Referencias bibliográficas:

Amalina, I. & Vidákovich, T. (2022). Assessment in STEM problem-solving: A systematic review. The International Journal of Assessment and Evaluation 29(2), 63-80. https://doi.org/10.18848/2327-7920/CGP/v29i02/63-80

Bahar, A. & Maker C. (2015) Cognitive backgrounds of problem solving: A comparison of open-ended vs. closed mathematics problems. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 11(6), 1531-1546. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1410a

Cárdenas, J. A., Blanco, L. J., Guerrero, E. & Caballero, A. (2016). Manifestaciones de los profesores de matemáticas sobre sus prácticas de evaluación de la resolución de problemas. Bolema, 30(55), 649-669. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a17

Espinoza, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática. Atenas, 3(39), 64-79. https://acortar.link/9CTBL3

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). Metodología de la investigación. (6ª ed.). McGraw Hill

Masero, I., Camacho, M., & Vázquez, M. (2018). Cómo evaluar conocimientos y competencias en la resolución matemática de problemas en el contexto económico a través de rúbricas. Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación Del Profesorado, 21(1), 51. https://doi.org/10.6018/reifop.21.1.277981

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica [MEP]. (2012). Programas de Estudio de Matemáticas I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. Ministerio de Educación Pública.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics: An overview. NCTM.

Oliveros, D. J., Martínez, L., & Barrios, A. F. (2021). Método de Polya: una alternativa en la resolución de problemas matemáticos. Ciencia e Ingeniería, 8(2), e5716273. https://doi.org/10.5281/zenodo.5716273

Programa Estado de la Nación (2023). Noveno Estado de la Educación 2023. CONARE - PEN.

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Trillas.

Smith-Castro, V. & Molina, M. (2011). La entrevista cognitiva: Guía para su aplicación en la evaluación y mejoramiento de instrumentos de papel y lápiz. San José, Costa Rica: Instituto de Investigaciones Psicológicas.

Villacis, F. B. (2020). La comprensión del problema matemático en la ejecución del plan de resolución en estudiantes de Enseñanza General Básica. Revista Conrado, 16(73), 81-90.

http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442020000200081&script=sci_arttext&

IA Y CLASSPAD.NET: INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA PERSONALIZADA

Dr. Salomón Fernando Chaves Cascante

EducaLabCR, Casio Costa Rica, Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Universidad Internacional San Isidro Labrador

Costa Rica

salomon.chaves.cascante@educalabcr.com, casioacademico@casiostore.cr, salomon.chaves.cascante@mep.go.cr

Temática de la propuesta
14. Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo de la propuesta
Primaria,Secundaria y Universidad

Resumen
La presente ponencia examina la integración de la inteligencia artificial (IA) y ClassPad.net como herramientas innovadoras en la enseñanza de la matemática, orientadas hacia la evaluación adaptativa y la personalización educativa. Esta propuesta explora cómo las tecnologías digitales, apoyadas en IA, pueden optimizar tanto el diseño curricular como la evaluación, ajustando la dificultad de las actividades según el desempeño individual del estudiante. Se plantea una metodología estructurada para que los docentes implementen estas herramientas en sus prácticas educativas, potenciando así el aprendizaje y ofreciendo retroalimentación inmediata que permite a los estudiantes alcanzar competencias matemáticas avanzadas.

Palabras clave
Inteligencia artificial, educación matemática, evaluación adaptativa, ClassPad.net, personalización educativa

1. Introducción
La implementación de la tecnología en la educación matemática ha sido un pilar en la búsqueda de estrategias que permitan adaptar el proceso de enseñanza-aprendizaje a las necesidades individuales de los estudiantes. Según Valverde et al. (2019), la evolución en los programas de formación docente en Costa Rica refleja un interés creciente por la incorporación de tecnologías que potencien el aprendizaje autónomo y significativo. En esta ponencia se analiza cómo la inteligencia artificial (IA) y plataformas como ClassPad.net permiten a los docentes construir experiencias de aprendizaje flexibles y evaluaciones adaptativas que responden a las particularidades de cada estudiante (CASIO Education, 2023). La pregunta central que guía esta investigación es: ¿De qué manera la IA y ClassPad.net pueden contribuir a la personalización y optimización de la enseñanza matemática mediante evaluaciones adaptativas?

2. Marco teórico

La teoría del aprendizaje adaptativo, enmarcada en la pedagogía diferenciada, sostiene que la educación debe adaptarse al nivel de habilidad y ritmo de cada estudiante (VanLehn, 2011). Esta perspectiva es particularmente relevante en la enseñanza de la matemática, donde la variabilidad en las habilidades de razonamiento lógico y abstracto es notable. Investigaciones recientes sugieren que el uso de IA en la educación permite a los docentes diseñar actividades y evaluaciones que se ajustan dinámicamente al nivel de dificultad requerido por cada estudiante, promoviendo un aprendizaje personalizado y profundo (Luckin et al., 2016). Por otro lado, plataformas tecnológicas como ClassPad.net proporcionan a los estudiantes y docentes herramientas interactivas que facilitan la creación de contenido y la retroalimentación en tiempo real, aspectos que, según la investigación de Hattie y Timperley (2007), son cruciales para mejorar el rendimiento académico.

3. Metodología

El diseño de esta propuesta se basa en una intervención formativa de dos fases. En la primera fase, se capacita a los docentes en el uso de ClassPad.net y el Test Builder, dos herramientas que permiten la creación de evaluaciones adaptativas. Cada docente diseña un plan de lección y una evaluación inicial que se ajusta automáticamente en complejidad, dependiendo del desempeño de cada estudiante. La segunda fase consiste en un análisis de los datos de rendimiento generados por estas evaluaciones, los cuales son interpretados para ajustar los planes de estudio mensuales. Este enfoque metodológico permite una mejora continua del proceso educativo, basada en datos obtenidos de manera directa y dinámica, lo cual está alineado con las prácticas de evaluación formativa y retroalimentación efectiva (Black & Wiliam, 1998).

4. Resultados de la experiencia

Los resultados preliminares obtenidos durante la implementación de este proyecto indican que el uso de IA y ClassPad.net facilita la personalización de la enseñanza matemática, al tiempo que permite una evaluación adaptativa que se ajusta al rendimiento de los estudiantes. En estudios de caso, se observó que los estudiantes mejoraron significativamente en sus habilidades de resolución de problemas y en su capacidad para aplicar conceptos matemáticos en diversos contextos (Carvajal-Jiménez & Ruiz-Badilla, 2016). Además, los docentes participantes desarrollaron competencias avanzadas en la creación de evaluaciones adaptativas y en el análisis de datos educativos para la planificación de lecciones, fortaleciendo así su rol como facilitadores del aprendizaje autónomo y personalizado.

5. Reflexiones

La aplicación de IA en la educación matemática presenta una oportunidad significativa para transformar la manera en que se enseña y evalúa el aprendizaje. Sin embargo, su implementación también plantea desafíos, particularmente en cuanto a la formación de los docentes y la integración de estas herramientas en contextos educativos tradicionales. Para abordar estos desafíos, es esencial continuar investigando sobre el impacto de las herramientas de IA y su efectividad en la personalización del aprendizaje. La investigación futura podría centrarse en analizar la adaptación de este modelo en niveles educativos diversos y en la capacitación continua de docentes en el uso de tecnologías emergentes en el aula.

6. Referencias bibliográficas

Black, P., & Wiliam, D. (1998). *Assessment and classroom learning*. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 5(1), 7-74.

Carvajal-Jiménez, V., & Ruiz-Badilla, S. (2016). *Escuela Normal de Costa Rica: Historia y legado*. Revista Electrónica Educare, 20(1), 1–18. https://doi.org/10.15359/ree.20-1.21

CASIO Education. (2023). *ClassPad.net: A Dynamic Platform for Learning Mathematics*. Recuperado de https://classpad.net/landing/home/index?login=true

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). *The power of feedback*. Review of Educational Research, 77(1), 81-112.

Luckin, R., Holmes, W., Griffiths, M., & Forcier, L. B. (2016). *Intelligence Unleashed: An argument for AI in Education*. Pearson.

Valverde, A., Araya, A., & Picado, M. (2019). *Programas de formación inicial de docentes de matemáticas en Costa Rica: la perspectiva de la Universidad Pública*. En J.R Marinho (Ed.), *Formação de professores de matemática* (pp. 85-107).

VanLehn, K. (2011). *The relative effectiveness of human tutoring, intelligent tutoring systems, and other tutoring systems*. Educational Psychologist, 46(4), 197-221.

TPACK DE FUTUROS PROFESORES EN LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Yerlin Chacón-Camacho*, **; Wilbert Vargas-Delgado**; Yuri Morales-López**

Universidad Estatal a Distancia*, Universidad Nacional**

Costa Rica

yerlincc018@gmail.com, wil.vargasdelgado@gmail.com, ymorales@una.ac.cr

Temática de la propuesta: Educación matemática universitaria

Nivel educativo de la propuesta: Universidad (19 o más años).

Resumen

En esta investigación se indagó sobre el conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido (TPACK) de futuros profesores de matemáticas en la Universidad Nacional de Costa Rica, centrándose en la enseñanza de la función cuadrática. Utilizando un enfoque cualitativo, se analizaron los conocimientos de 27 estudiantes del curso MAC404 Recursos Informáticos. Los resultados revelan que, aunque los participantes tienen una percepción positiva sobre el uso de tecnología, presentan deficiencias en su eventual integración en el aula. Además, muestran un conocimiento básico de la función cuadrática, pero enfrentan dificultades al relacionar diferentes representaciones semióticas. Se concluye que es esencial aumentar los contextos y espacios en la formación inicial de los docentes para desarrollar competencias que les permitan utilizar la tecnología de manera didáctica efectiva, así como fomentar una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

Palabras claves: Educación Matemática, formación de profesores, TPACK, funciones.

1. Introducción

El uso de la tecnología en el ámbito educativo es esencial para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, su integración efectiva en la enseñanza de matemáticas sigue siendo un desafío. Este estudio investiga cómo los futuros profesores de matemáticas de la Universidad Nacional de Costa Rica manifiestan sus conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido (modelo TPACK) en la enseñanza de la función cuadrática. La investigación se basa en la premisa de que poseer conocimientos tecnológicos no garantiza su integración adecuada en el aula. De esta manera, el objetivo fue indagar los conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido que muestran los futuros profesores al resolver tareas matemáticas sobre funciones cuadráticas.

2. Marco teórico

La investigación se centra en el modelo de Conocimiento Pedagógico Tecnológico del Contenido (TPACK), propuesto por Mishra y Koehler en 2006, como fundamento para la investigación en la enseñanza de las matemáticas. Este modelo combina tres dominios esenciales para la enseñanza: el conocimiento pedagógico (PK), el conocimiento de contenido (CK) y el conocimiento tecnológico (TK). La intersección de estos conocimientos es crucial para que los docentes puedan integrar de manera efectiva la tecnología en sus prácticas pedagógicas.

Conocimiento Pedagógico (PK): El conocimiento pedagógico se refiere a las estrategias y métodos que los profesores utilizan para facilitar el aprendizaje. Según Shulman (1986, 1987), este conocimiento incluye la comprensión de cómo los estudiantes aprenden y las prácticas de enseñanza que mejor se adaptan a sus necesidades. En el contexto de la educación matemática, se destaca la importancia de que los docentes no solo conozcan la materia, sino también cómo transmitirla de manera efectiva, lo que implica una mediación adecuada en el aula (Azcárate, 1998).

Conocimiento de Contenido (CK): El conocimiento de contenido es el dominio que el profesor tiene sobre los conceptos y teorías de la materia que enseña. Este conocimiento es fundamental, ya que un docente debe ser capaz de explicar conceptos matemáticos de diversas maneras y anticipar las dificultades que los estudiantes puedan enfrentar (Mishra y Koehler, 2006). En el caso de las funciones, se enfatiza que los docentes deben ser capaces de conectar diferentes representaciones semióticas (algebraica, gráfica, tabular) para facilitar la comprensión de los estudiantes (Duval, 1993).

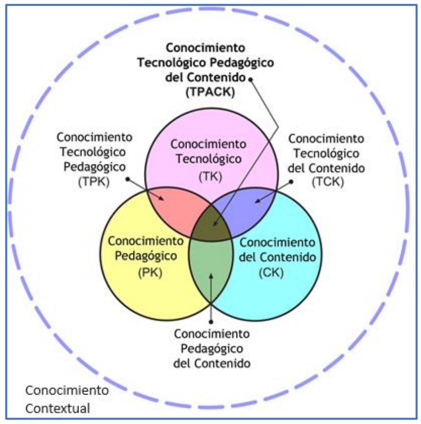
Conocimiento Tecnológico (TK): El conocimiento tecnológico se refiere a las habilidades que los docentes poseen para utilizar herramientas tecnológicas en el aula. Este conocimiento abarca desde el uso de tecnologías digitales hasta la capacidad de seleccionar y aplicar herramientas adecuadas para mejorar el aprendizaje (Mishra y Koehler, 2006). La investigación señala que la simple posesión de conocimientos tecnológicos no garantiza su integración adecuada en el contexto educativo, lo que requiere una formación específica en el uso pedagógico de la tecnología.

2.1 Interacciones entre los Conocimientos

Una de las aportaciones más significativas del modelo TPACK es la importancia de las interacciones entre los diferentes tipos de conocimiento. Mishra y Koehler (2006) argumentan que un buen contenido educativo requiere un entrelazado cuidadoso de la tecnología, la pedagogía y el contenido. Así, surgen subcategorías como el Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK), que se refiere a cómo los docentes representan y enseñan conceptos específicos, y el Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK), que implica el uso de la tecnología para mejorar la comprensión del contenido. Finalmente, el Conocimiento

Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK) es el conocimiento que resulta de la integración de estos tres dominios y es esencial para una enseñanza eficaz. Ver figura 1.

Figura 1. Esquema de dominios y subdominios del TPACK.



Fuente: http://www.tpack.org. Copyright free.

2.2 Relevancia del Modelo en la Educación Matemática

La aplicación del modelo TPACK en la educación matemática es esencial, dado que las funciones son un tema central que se utiliza en diversas áreas de la matemática. La capacidad de los docentes para contextualizar y relacionar funciones con situaciones del mundo real es fundamental para el aprendizaje significativo (Ugalde, 2014). Sin embargo, se ha observado que muchos docentes en formación carecen de la competencia necesaria para integrar efectivamente la tecnología en la enseñanza de funciones, lo que subraya la necesidad de una formación más robusta en este ámbito.

3. Metodología

Este estudio adoptó un enfoque cualitativo y hermenéutico. La muestra estuvo compuesta por 27 estudiantes del curso MAC404 Recursos Informáticos, quienes habían cursado asignaturas relacionadas con el modelo TPACK y la enseñanza de funciones. Se utilizaron herramientas de recolección de datos, incluyendo un cuestionario diagnóstico y tareas matemáticas sobre la función cuadrática, para evaluar los conocimientos de los participantes.

4. Análisis y resultados

4.1 Conocimiento Tecnológico

Los participantes mostraron una actitud positiva hacia su capacidad para aprender y utilizar tecnologías digitales. Sin embargo, se identificaron deficiencias en su habilidad para experimentar con estas herramientas y en la resolución de problemas técnicos. Esto sugiere que, aunque tienen acceso a la tecnología, no siempre saben cómo aplicarla de forma efectiva en el aula.

4.2 Conocimiento Tecnológico Pedagógico

Los futuros docentes identificaron herramientas como YouTube y GeoGebra como útiles para la enseñanza de funciones cuadráticas. Sin embargo, la falta de familiaridad con otras tecnologías más avanzadas indica una brecha en su formación. La investigación sugiere la necesidad de un enfoque más diversificado en la capacitación tecnológica.

4.3 Conocimiento de Contenido

Los participantes demostraron un conocimiento básico de la función cuadrática, pero presentaron dificultades al relacionar diferentes representaciones semióticas (algebraica, gráfica y tabular). Esto es crucial, ya que la enseñanza de funciones requiere que los docentes puedan conectar conceptos abstractos con representaciones visuales y contextuales.

4.4 Conocimiento Pedagógico de Contenido

Los futuros profesores enfrentan dificultades al diseñar actividades que integren diversas representaciones de la función cuadrática y que respondan a los errores comunes que cometen los estudiantes. La investigación revela que la formación inicial, hasta el punto actual en que se encuentran los estudiantes, no proporciona las herramientas necesarias para abordar estos desafíos de manera efectiva. Esto tiene implicaciones importantes, pero, principalmente señala que estos futuros docentes aun no construyen competencias y conocimientos suficientes como para enseñar esta temática de manera profesional.

5. Conclusiones

Se concluye que, a pesar de la formación recibida, los futuros profesores de matemáticas aun no poseen un dominio suficiente para integrar la tecnología en la enseñanza de la función cuadrática de manera efectiva. Se sugiere que es fundamental aumentar los espacios en la formación inicial de los docentes, enfocándose en el desarrollo de competencias que les permitan utilizar la tecnología como un recurso didáctico eficaz. Los resultados también evidencian la importancia de una exposición temprana a estrategias metodológicas que incluyan el uso de tecnologías, para preparar a los futuros docentes para los desafíos del aula.

6. Reconocimiento

Esta investigación se llevó a cabo en el contexto del trabajo final de licenciatura de los docentes Yerlin Chacón-Camacho y Wilbert Vargas-Delgado, de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica, el cual actualmente ya fue defendido y aprobado.

7. Referencias bibliográficas

Azcarate, M. (1998). La formación inicial del profesor de matemáticas: análisis desde la perspectiva del conocimiento práctico profesional. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, (32), 12-132. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=117983

Duval, R. (1993). Registros de Representación Semiótica y Funcionamiento Cognitivo del Pensamiento. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5*(1), 37-65. http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/ST/IST93004/IST93004.pdf

Mishra, P., & Koehler, J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge, *Teachers college record, 108*(6), 1017-1054. http://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14. https://doi.org/10.3102%2F0013189X015002004

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–23. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Ugalde, W. (2014). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. Revista digital: Matemática, Educación e Internet, 14(1), 1-48. https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i1.1564

IMPLEMENTACIÓN DE EDPUZZLE PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA MEDIANTE EL AULA INVERTIDA

Rita Díaz Flores; Marianella Bolaños Barquero

Universidad Nacional

Costa Rica

rita.diaz.flores@una.cr, marianella.bolanos.barquero@una.cr

Temática de la propuesta: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo de la propuesta: Universidad

Resumen

El estudio analiza el uso de Edpuzzle para la enseñanza y aprendizaje de algunos contenidos matemáticos básicos, en particular el de ecuaciones con radicales en un curso de Matemática General mediante la metodología de aula invertida, explorando la percepción estudiantil sobre la herramienta. Con enfoque cualitativo, se trabajó con 25 estudiantes integrando videos interactivos, actividades prácticas y evaluaciones para promover el aprendizaje autónomo. La recolección de datos incluyó observación, evaluación sumativa y un cuestionario. Los resultados reflejan que Edpuzzle ayudó a los estudiantes a practicar y superar errores comunes, mostrando resultados positivos en la evaluación sumativa. La mayoría consideró la herramienta útil, fácil de usar e innovadora, destacando su impacto en el aprendizaje interactivo. Sin embargo, se señalaron desafíos como acceso a internet, duración de los videos y retroalimentación limitada. Se concluye que Edpuzzle es eficaz para fomentar el aprendizaje autónomo y activo, representando una alternativa valiosa para integrar tecnología en la educación matemática.

Palabras clave: Edpuzzle, aula invertida, videos educativos, matemática, TIC.

1. Introducción

La tecnología ha transformado la vida cotidiana y, con la pandemia del COVID-19 en 2020, adquirió un papel central en la educación, mediante clases virtuales y el uso de videos. Sin embargo, estas prácticas se volvieron monótonas y los estudiantes tendieron a consumir los videos de forma pasiva.

En Costa Rica, algunas instituciones mantuvieron cursos virtuales tras la pandemia. En la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional (UNA), la mayoría de los cursos regresaron a la presencialidad, con evaluaciones predominantemente presenciales, como en el curso Matemática General (MAT001), donde el 100% de la evaluación correspondió a pruebas presenciales (al menos esta fue la evaluación en el año 2024).

Para estudiantes acostumbrados a entornos virtuales, el retorno a la presencialidad ha sido difícil, afectando su rendimiento. Este estudio analiza el uso de Edpuzzle en el aula invertida para la enseñanza-aprendizaje de algunos contenidos matemáticos básicos, en particular ecuaciones con radicales y describe la percepción estudiantil sobre esta herramienta como apoyo al aprendizaje matemático.

2. Marco Teórico

Este estudio se fundamenta en tres focos de interés: el uso de videos educativos, la herramienta Edpuzzle y la estrategia de clase invertida.

2.1 Videos Educativos: Los videos permiten revisar conceptos fuera del aula, facilitando el aprendizaje autónomo (Mayer, 2002; Medina, 2008). Su flexibilidad y accesibilidad mejoran la experiencia educativa al ofrecer contenido multimedia atractivo (Serrano, 2023).

2.2 Edpuzzle: Edpuzzle, creada en Barcelona, permite personalizar videos añadiendo notas, preguntas y explicaciones, promoviendo autoaprendizaje y reflexión. Al integrar preguntas interactivas, evita el avance pasivo del estudiante y favorece la comprensión. Mazcuñán (2015) señala que reduce dudas en clase, permitiendo interacciones más efectivas.

2.3 Aula Invertida: Fomenta el pensamiento crítico y el aprendizaje colaborativo, transformando al docente en facilitador (García, 2013; Blasco et al., 2016). Los estudiantes deben prepararse antes de las clases presenciales, optimizando el tiempo en el aula para resolver dudas y profundizar conceptos.

3. Metodología

Este estudio cualitativo, basado en un estudio de caso descriptivo, exploró la percepción de estudiantes sobre el aula invertida en un curso de Matemática General en la Universidad Nacional, empleando Edpuzzle como herramienta tecnológica. Participaron 25 estudiantes de primer año, combinando clases tradicionales con sesiones de aprendizaje autónomo mediante videos interactivos. La metodología incluyó observación no participante, evaluación sumativa y un cuestionario sobre la percepción de Edpuzzle, abordando temas complejos como ecuaciones con radicales. Los resultados fueron analizados mediante triangulación de datos para garantizar su validez y enriquecer la comprensión del impacto de esta metodología.

4. Resultados y Discusión

Los resultados mostraron que los estudiantes enfrentaron errores comunes en ejercicios algebraicos, como dificultades con expresiones cuadráticas y signos, pero estos fueron corregidos rápidamente, lo que sugiere que los errores fueron principalmente descuidos y no desconocimiento conceptual. En la evaluación sumativa sobre ecuaciones con radicales, el 68% obtuvo más de la mitad del puntaje asignado con un promedio de 6.60. Diez estudiantes resolvieron el ejercicio correctamente sin calculadora, demostrando dominio del tema, aunque algunos no alcanzaron el nivel esperado, resaltando la importancia del compromiso personal. En cuanto al cuestionario, el 85% nunca había usado Edpuzzle antes, pero el 70% encontró fácil su uso. El 90% calificó los videos como útiles y el 100% evaluó su calidad como buena o excelente. Además, el 60% afirmó haber aprendido mejor con Edpuzzle que con métodos tradicionales. Entre los aspectos positivos destacaron la interactividad y la posibilidad de repetir los videos, mientras que las dificultades incluyeron acceso a internet, duración de los videos y falta de retroalimentación interactiva. A pesar de estos desafíos, el 100% recomendó usar Edpuzzle en futuros cursos, resaltando su utilidad para el aprendizaje autónomo y la mejora de la comprensión conceptual.

5. Conclusiones

El uso de Edpuzzle en el aula invertida demostró ser una herramienta efectiva para fomentar el aprendizaje autónomo y mejorar la comprensión matemática. Los estudiantes valoraron la calidad y utilidad de los videos, destacando su capacidad para facilitar el aprendizaje interactivo y enfocado. Quienes visualizaron los videos de manera comprometida aplicaron estrategias rigurosas y demostraron avances significativos en autonomía y precisión. Aunque Edpuzzle fue una herramienta nueva para la mayoría, fue bien recibida y considerada innovadora. Sin embargo, se identificaron áreas de mejora. Finalmente, se concluye que Edpuzzle representa una opción pedagógica valiosa para complementar la enseñanza tradicional, siempre que se diseñe e implemente cuidadosamente para responder a las necesidades del estudiantado.

6. Referencias bibliográficas

Blasco, A., Lorenzo, J., y Sarsa, J. (2016). La clase invertida y el uso de videos de software educativo en la formación inicial del profesorado. *Revista d'innovació Educativa,*17,12-20. https://www.redalyc.org/jatsRepo/3495/349551247003/349551247003.pdf

García, A. (2013). El aula inversa: cambiando la respuesta a las necesidades de los estudiantes. *Avances En Supervisión Educativa*, (19). https://doi.org/10.23824/ase.v0i19.118

Mayer, R. (2002). Multimedia learning. *Psychology of learning and motivation*, 41, 85-139. https://doi.org/10.1016/S0079-7421(02)80005-6

Medina, J. (2008). Un método para la generación de videos docentes. Rect@, Acta 16 (1). 2008. ISSN 1575605X. http://hdl.handle.net/10317/698

Mazcuñán, E. M.. (2015). Creación de lecciones a partir de vídeos con EdPuzzle. In *Nuevos enfoques en la aplicación práctica de la innovación docente*, (pp. 47-52). Universidad de León.

Serrano, D. (2023). Los vídeos educativos como estrategias detonantes de aprendizaje. *Aloma: Revista de Psicologia, Ciències de l'Educació i de l'Esport*, *41*(1), 131-140. https://doi.org/10.51698/aloma.2023.41.1.131-140

AULA INVERTIDA Y LABORATORIO CIENTÍFICO PARA ENSEÑAR ÁLGEBRA ELEMENTAL A FUTUROS DOCENTES DE MATEMÁTICA

José David Vargas Gamboa

Universidad de Costa Rica

Costa Rica

jose.vargas_g@ucr.ac.cr

Temática de la propuesta: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo de la propuesta: universidad

Resumen: En esta experiencia se evalúa la implementación de la estrategia de aula invertida en combinación con el formato de laboratorio científico para la enseñanza del álgebra elemental a futuros docentes de matemática. Se llevó a cabo en un grupo de 8 estudiantes del primer curso de álgebra elemental de la carrera Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica. Las dinámicas de clases usadas incluyen estudio previo de contenidos, realización de quices teóricos y prácticos de entrada y actividades prácticas. Se valoró la experiencia con un cuestionario, resultando la experiencia efectiva y motivadora para el estudiantado, así como mejorando la comprensión de los temas. Se identificaron áreas de mejora como la selección del material de estudio previo y la elaboración de materiales más llamativos.

Palabras claves: Aula invertida, Laboratorio, Algebra elemental, Docentes de matemática en formación.

Las clases de matemática clásicamente son vistas como un espacio donde la persona docente explica temas abstractos, de difícil comprensión, en los que el estudiantado debe aprender ciertos procedimientos sin comprensión de fondo. Aunado a esto, uno de los principales retos para la persona docente de matemática es el mantener la motivación del estudiantado, y una de las formas en las que se puede lograr esto es a través de los trabajos prácticos (Séré, 2002, p. 358).

Al abortar la enseñanza de un tema desde una perspectiva práctica, el estudiantado puede experimentar de forma más concreta la visualización de objetos y eventos que se conceptualizan en las ciencias, así como la posibilidad de razonar sobre el caso concreto más que sobre lo abstracto (Séré, 2002, p. 358). Una forma de fomentar el trabajo práctico en el estudiantado es implementando las clases en modalidad de laboratorio científico. Esta modalidad exige una importante inversión de tiempo de clase, por lo que el uso de la estrategia de aula invertida resulta adecuado, ya que el estudiantado estudia previamente los temas y llegan a las clases para ponerlos en práctica. Por lo tanto, surge la siguiente pregunta: ¿qué resultado produce el uso de la estrategia de aula invertida en conjunto con la dinámica de laboratorio científico, para la enseñanza de temas de álgebra elemental? Para responderla, se plantea el siguiente objetivo: valorar el diseño realizado, con base en la estrategia de aula invertida y laboratorio científico, para la enseñanza de temas de álgebra elemental.

1. Marco teórico

Se puede definir la estrategia de aula invertida como aquella en la que se invierten los dos momentos intervinientes en el proceso educativo tradicional, tales son el aprender contenidos en clase y, posteriormente, realizar actividades fuera de clase. Así, en el aula invertida, el estudiantado aprende los contenidos fuera del ámbito del aula, y se dedica el tiempo de la clase a la realización de otras actividades que dependen de lo aprendido (Merla y Yáñez, s.f., p. 74).

En este tipo de estrategia, cuando se involucra el uso de la tecnología, se utilizan recursos como videos, libros electrónicos, presentaciones y artículos en línea. Esto permite realizar la distribución de la información fuera de clase, y el estudiantado puede acceder a ella en cualquier momento y lugar (Merla y Yáñez, s.f., p. 74). Es claro que esto exige, de parte del estudiantado, un compromiso importante con respecto al estudio de los materiales entregados, así como disposición para preguntar y participar en los momentos de interacción en la clase.

En el momento de trabajo en el aula, el estudiantado tiene la posibilidad de exponerse a un aprendizaje más activo, muchas veces a través del aprendizaje basado en proyectos, y a unas tareas de alta demanda cognitiva, en donde se da oportunidad al trabajo colaborativo en la búsqueda de soluciones a distintas situaciones (Merla y Yáñez, s.f., p. 74).

Además, el uso de herramientas tecnológicas apropiadas, en concordancia con una estrategia de enseñanza y aprendizaje pertinente, en conjunto con el uso de entornos educativos con herramientas tecnológicas interactivas han demostrado generar resultados favorables en el aprendizaje estudiantil, así como en su motivación (Merla y Yáñez, s.f., p. 70).

En este sentido, en la experiencia realizada, se tomó el aula invertida como estrategia base para el desarrollo de las lecciones, y el componente tecnológico usado sirvió como facilitador de algunos procesos de dicha estrategia, tales como el acceso a los recursos, la asincronicidad de los procesos de aprendizaje y la variedad de tipos de recursos utilizados.

Una forma de trabajo que concuerda de buena forma con el aula invertida es el trabajo práctico realizado en formato de laboratorio científico. Según la Real Academia Española (s.f.), se define un laboratorio como un "lugar dotado de los medios necesarios para realizar investigaciones, experimentos y trabajos de carácter científico o técnico". Esta definición es amplia, y normalmente se usa en ciencias experimentales como la química y biología, entre otras. Sin embargo, en un sentido general, puede ser adaptada a la matemática, entendiéndolo como un lugar donde se experimenta sobre la matemática, muchas veces de forma abstracta, debido a la naturaleza de esta disciplina. Además, exige que se realicen actividades prácticas de parte del estudiantado cuando se usa como espacio de aprendizaje.

Como lo menciona Séré (2002, p. 358) los trabajos prácticos de experimentación pueden aportar saberes tanto teóricos como prácticos en el aprendizaje de las ciencias. Además, permiten confrontar los saberes del estudiantado con la realidad, así como verificar mediante la práctica sus conocimientos previos, aunado a la posibilidad de comprender cómo se construye el conocimiento científico (Reyes, 2020, p. 62).

La labor del docente al usar el laboratorio para la enseñanza debe contemplar organización de espacio y tiempo en etapas, para la realización de acciones por parte del estudiantado de forma colaborativa, interactuar con los equipos en la búsqueda de soluciones (Reyes, 2020, p. 64).

En un sentido general, el proceso debe contemplar las siguientes etapas: entrega de un guion de laboratorio días antes de la clase, la introducción al trabajo, que se realiza en la misma clase, donde también se explica la dinámica y tiempos, luego hay espacio para la realización de las actividades, para finalizar con la realización del informe del trabajo realizado (Reyes, 2020, p. 65).

2. Metodología

Se desarrolló la experiencia en el curso MA0101 Matemática de Ingreso, el cual es el primer curso de la carrera Enseñanza de la Matemática, que atiende a docentes de matemática en su formación inicial. El grupo estuvo conformado por 14 estudiantes matriculados, pero cabe resaltar que solamente 8 de esos 14 asistieron a clases, por lo que se considera como la población a esos 8 estudiantes. Es de resaltar que toda la población estudiantil atendida había llevado el curso previamente, es decir, eran repitentes en ese curso. Es importante notar que se contaban con dos clases por semana, cada una de 2 horas y 30 minutos. El curso abarca temas de álgebra elemental, tales como operaciones con polinomios y fracciones algebraicas, así como resolución de ecuaciones, progresiones aritmética y geométrica, factorización de polinomios y resolución de problemas, entre otros.

A continuación, se describe el proceso que se llevó a cabo durante cada semana:

1. Estudio previo: antes de la primera clase, con al menos cuatro días de anticipación, se le brindaba al estudiantado material de estudio previo, sobre la teoría o algunos procedimientos básicos que se iban a estudiar en la semana. Cabe aclarar que este material fue seleccionado de entre los recursos disponibles en línea, y consistían en videos, explicaciones escritas o resúmenes de los temas. Estos materiales se colocaron en el entorno virtual del curso, Mediación Virtual.
2. Quiz teórico de entrada: en la primera clase de cada semana se realizó un quiz sobre la teoría, definiciones, propiedades y procedimientos, en los primeros minutos de la clase, con un tiempo previsto de 15 a 25 minutos. Con algunas excepciones debidas a la naturaleza de los temas, la mayoría de quices teóricos constaba de tres preguntas de selección única, una de falso o verdadero y una de desarrollo. Se proyectaban las

preguntas por medio de una presentación de PowerPoint, y las respuestas eran registradas por cada estudiante en una hoja de respuestas brindada por el docente, la cual se usaba para todos los quices teóricos del curso, lo cual exigía calificar el quiz realizado antes de la aplicación del siguiente, pues se respondía en esta misma hoja. Posteriormente a su realización, se resolvía el quiz en la pizarra de forma colectiva inmediatamente después de realizarlo. Las fichas de respuestas se pueden ver en el siguiente enlace: https://6f33fa7f78ea46e2aaca-my.sharepoint.com/:w:/g/personal/jose_vargas_g_ucr_ac_cr/EXNA2_oo8FFAhfS5ieff-gwB5HDoEaqyCoA4URdSaEc8OA?e=2Ykj9X.

3. Desarrollo de la primera clase: se realizaba un estudio de los temas en la pizarra, aclarando dudas existentes y estudiando ejemplos distintos a los del material previo.
4. Actividad práctica de la primera clase: se destinaba de 30 a 60 minutos al final de la clase para realizar una actividad práctica en parejas o tríos, que contenía de 1 a 3 ejercicios de desarrollo. Para estas actividades no había hoja de respuestas, pues por ser de desarrollo eran más extensas. Así es que, se les solicitaba realizarlas en hojas aparte y entregarlas al final de la clase.
5. Práctica estudiantil: después de la primera clase de la semana, se dejaban ejercicios de práctica para profundizar en lo estudiado antes de la segunda clase de la semana.
6. Quiz práctico de entrada: al inicio de la segunda clase de cada semana se realizaba un quiz con las mismas características que el quiz teórico (de la primera clase), con la diferencia de que el tipo de ejercicios eran prácticos, sobre procedimientos o resolución de problemas cortos. Para estos quices también existía una hoja de respuestas.
7. Desarrollo de la segunda clase: se desarrollaba la lección de igual forma que en la primera clase.
8. Actividad práctica de la segunda clase: se desarrollaba una actividad con las mismas características que la de la primera clase.

Es de recalcar que, durante el curso se contaba con un asistente, el cual colaboraba con la confección de las preguntas y el solucionario de cada quiz y actividad práctica, lo cual permitió hacer sostenible la dinámica expuesta, que por su naturaleza exige gran cantidad de tiempo para su realización.

Finalmente, se elaboró un cuestionario autoadministrado por medio de herramientas digitales, el cual se les brindó al estudiantado en la penúltima semana del curso, con la finalidad de obtener su valoración sobre la estrategia utilizada, desde la perspectiva estudiantil. Estos resultados fueron sistematizados por medio de estadística descriptiva para las preguntas cerradas y el caso de las preguntas abiertas se identificaron elementos comunes, o bien, aquellos de especial relevancia.

3. Resultados de la experiencia

Primero se presentan los resultados del cuestionario aplicado (el cuestionario y las respuestas se pueden ver en el siguiente enlace: https://forms.office.com/Pages/AnalysisPage.aspx?AnalyzerToken=Zj2pcLomJVXx1crQgc

D2KW50ZsfHGNxi&id=rEyY50MliE-Pl5UkM15rxNETSyAbSuBGiUdvPg-axItURFNYUEU2UVo5QVAzVDkyNTNYUEFYUVA3VC4u), y posteriormente, la valoración de la experiencia por parte del docente, quién es el mismo autor de esta síntesis. El cuestionario fue respondido por 6 de las 8 personas estudiantes, entre los 18 y los 20 años, de los cuales solamente 1 había participado previamente en un curso con aula invertida.

Todas las personas estudiantes consideraron que las instrucciones de las actividades de cada semana, así como el material de estudio previo a la clase (documentos, videos y páginas web) son de medianamente claras y útiles a muy claras y útiles. Sobre esto, la mayoría concuerdan en que fue útil estudiar y practicar antes de ver la materia en clase, pero se dieron algunas sugerencias de mejora en cuanto a los materiales, tales como el orden en el entorno virtual, la explicación de los videos (seleccionar otros) y dedicar más tiempo de clase para ver los temas explicados en los videos.

De las 6 personas estudiantes 4 dedicaron entre 1 y 2 horas a estudiar el material antes de cada clase, mientras que 2 dedicaron menos de 1 hora. De igual forma, 4 de 6 consideraron esta dinámica muy útil. Se mencionan algunas ventajas como la facilidad para que el profesor explique de manera más eficiente, ir preparados a la clase y aclarar dudas.

Sobre los quices como herramienta de evaluación de la preparación previa, 5 de las 6 personas estudiantes los consideraron muy útiles. Hubo valoraciones positivas sobre la división de los quices en teóricos y práctico, principalmente en términos de que les exigía más tiempo para estudiar, así como la importancia de conocer los temas desde lo conceptual y el uso del lenguaje técnico, pues normalmente en este curso se da un enfoque sobre todo en la práctica. Un aspecto que una persona consideró negativo es el hacer los quices al inicio de la clase, pues al vivir lejos de la Universidad, se le dificulta llegar temprano.

Las actividades prácticas fueron valoradas desde neutral hasta muy positivas en términos de la dinámica de trabajo en equipo, y 4 de las 6 valoraciones también indicaron que los ejercicios fueron muy efectivos para aplicar lo aprendido. Algunas personas mencionaron la importancia de estas actividades en equipo para que las otras personas les hagan ver los errores cometidos, además de que, al hacerlas cada clase, se dan cuenta de lo que aprendieron ese día y de lo que no. Sin embargo, hubo una sugerencia sobre incluir la posibilidad de hacerlo de forma individual.

De las 6 personas estudiantes, 5 consideran que esa metodología les ayudó a comprender mejor los temas en comparación con la metodología tradicional de clase. Una de las ventajas mencionadas fue la de la posibilidad de aprender a su propio ritmo, así como el estudiar frecuentemente, con lo cual los temas no se acumulaban y ya se llegaba con dudas a la clase, en la cual se aclaraban y se reforzaban los temas.

4. Conclusiones

Como conclusiones, se encuentra que la estrategia fue en general efectiva y motivadora para el estudiantado. Las clases prácticas con modalidad laboratorio y con evaluaciones cada clase fueron de ayuda para mantener el trabajo continuo, así como el fomento de la disciplina al estudiar.

El diseño de las clases y la planificación del curso en general se considera satisfactorio, de acuerdo con el marco teórico utilizado, pues se siguieron las etapas del aula invertida, así como los protocolos generales para un laboratorio científico, con las adaptaciones pertinentes para el área de matemática. Queda pendiente para futuros trabajos el perfeccionar más la planificación, así como el mejorar los protocolos, procedimientos y guías usadas en esta primera aplicación.

Se considera que el éxito de la experiencia se debe, en gran medida, al hecho de que los estudiantes eran repitentes, con lo que ya tenían alguna experiencia en los temas y que estaban altamente comprometidos con aprobar el curso. Queda abierta la posibilidad de aplicar nuevamente esta estrategia con un grupo de estudiantes no repitentes, para valorar los resultados en ese caso. Además, otro elemento que aportó positivamente fue el hecho de que se contaba con un asistente para el curso, que colaboró grandemente con la realización de las actividades, lo que permitió un correcto manejo del tiempo del docente.

Quedan aspectos por mejorar, tales como la selección del material para el estudio previo a la clase, o en un mejor escenario, la elaboración de uno propio. Además, queda pendiente la elaboración de presentaciones más llamativas y motivadoras para las preguntas, dado que para todos los quices se usó la misma plantilla.

5. Referencias bibliográficas

Merla, A., & Yáñez, C. (2016). El aula invertida como estrategia para la mejora del rendimiento académico. *Revista Mexicana de Bachillerato a Distancia*, *8*(16), 68-78. https://doi.org/10.22201/cuaed.20074751e.2016.16.57108

Real Academia Española. (s.f.). Cultura. En *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 19 de diciembre de 2024, de https://dle.rae.es/laboratorio

Reyes, E. (2020). Prácticas de laboratorio: la antesala a la realidad. *Revista Multi-Ensayos*, *6*(11), 61-66. https://doi.org/10.5377/multiensayos.v6i11.9290

Séré, M. (2002). La enseñanza en el laboratorio. ¿Qué podemos aprender en términos de conocimiento práctico y de actitudes hacia la ciencia? *Enseñanza de las Ciencias Revista de investigación y experiencias didácticas*, *20*(3), 357-368. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3953

IMPLEMENTACION DE CLASSPAD.NET PARA LA EXPLORACIÓN Y ANÁLISIS DE EJERCICIOS DE OPTIMIZACIÓN

Rolando Navarro Rodríguez, Salomón Chaves Cascante

Yeshiva Jajam Sion Levy, Casio Académico Costa Rica

Panamá, Costa Rica

rolnava@gmail.com, salomon.chaves.cascante@educalabcr.com

Temática: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo: Universidad

Resumen: La optimización es una disciplina esencial en matemáticas aplicadas, crucial para campos como la ingeniería y la economía. Enseñar estos conceptos puede ser complejo debido a la necesidad de visualizar y manipular múltiples variables. Classpad.net ofrece una solución innovadora para estos desafíos educativos. Esta herramienta interactiva permite a los estudiantes explorar problemas de optimización de manera dinámica, facilitando la visualización de problemas geométricos y algebraicos, y la manipulación de variables en tiempo real. La ponencia destaca cómo Classpad.net mejora la comprensión teórica y práctica de la optimización, presentando ejemplos prácticos como la minimización del tiempo de recorrido de un lanchero. Al integrar Classpad.net en el currículo educativo, se potencia el aprendizaje y la aplicación de la optimización, proporcionando una experiencia de aprendizaje más rica y comprensible.

Palabras claves: Optimización, Educación matemática, Classpad.net, Visualización interactiva, Herramientas tecnológicas.

Introducción

La optimización es una rama fundamental de las matemáticas aplicadas que se centra en encontrar las mejores soluciones dentro de un conjunto de posibles opciones. Este campo es crucial en diversas disciplinas como la ingeniería, la economía, la logística y la investigación operativa (Jin et al., 2021). En el contexto educativo, la enseñanza de conceptos de optimización puede ser un desafío debido a la necesidad de visualizar y manipular múltiples variables y restricciones. La plataforma Classpad.net ofrece una solución innovadora para abordar estos desafíos, proporcionando herramientas interactivas que facilitan la exploración y el análisis de problemas de optimización.

En esta ponencia, se presentará la implementación de Classpad.net como una herramienta educativa para la enseñanza de ejercicios de optimización. Se discutirá cómo esta plataforma permite a los estudiantes visualizar problemas geométricos y algebraicos, manipular variables en tiempo real y analizar resultados de manera efectiva. Además, se explorarán ejemplos prácticos que demuestran el uso de Classpad.net en la resolución de problemas de optimización, destacando sus beneficios en el proceso de aprendizaje.

Optimización y su Importancia

La optimización es el proceso de encontrar la mejor solución posible a un problema, generalmente bajo ciertas restricciones. Este campo es crucial en diversas disciplinas como la ingeniería, la economía, la logística y la investigación operativa (Jin et al., 2021). Los problemas de optimización pueden ser lineales o no lineales, y su resolución implica técnicas matemáticas avanzadas que buscan maximizar o minimizar una función objetivo. La importancia de la optimización radica en su capacidad para mejorar la eficiencia y efectividad en la toma de decisiones, lo cual es esencial en un mundo cada vez más complejo y competitivo (Selvarajan, 2024).

Herramientas Tecnológicas en la Educación Matemática

El uso de herramientas tecnológicas en la educación matemática ha transformado la manera en que los conceptos complejos son enseñados y comprendidos. Plataformas como Classpad.net permiten a los estudiantes interactuar con los problemas de manera dinámica, facilitando una comprensión más profunda a través de la visualización y la manipulación directa de los elementos matemáticos (Hwang et al., 2023). La integración de tecnologías digitales en la educación matemática no solo mejora la comprensión conceptual, sino que también motiva a los estudiantes al hacer el aprendizaje más interactivo y atractivo (Drijvers & Sinclair, 2023).

Classpad.net: Características y Beneficios

Classpad.net es una plataforma en línea desarrollada por Casio que integra diversas herramientas matemáticas en un entorno interactivo. Entre sus características destacan:

- **Módulo de Geometría**: Permite la construcción y manipulación de figuras geométricas, facilitando la visualización de problemas de optimización geométrica.
- **Calculadora Gráfica**: Ofrece capacidades avanzadas para graficar funciones y analizar sus propiedades, esenciales para la optimización algebraica.
- **Tablas y Expresiones**: Facilita la creación de tablas de valores y la manipulación de expresiones algebraicas, permitiendo un análisis detallado de las soluciones.

Estas herramientas permiten a los estudiantes explorar y analizar problemas de optimización de manera más efectiva, proporcionando una experiencia de aprendizaje más rica y comprensible.

Metodología

La propuesta presenta una secuencia de pasos de exploración y análisis de un problema de optimización en el que se trata de minimizar el tiempo de recorrido de un lanchero que debe remar y caminar entre dos puntos. Inicialmente se construye un modelo geométrico que permitirá evidenciar la relación entre las distintas rutas que el lanchero puede tomar y su tiempo de recorrido, demostrando la posibilidad de determinar un recorrido con tiempo óptimo.

Posteriormente, se plantea la generalización de las rutas mediante el uso una variable y abordaje algebraico de los tiempos de recorrido; para luego crear una tabla de valores que detalle el comportamiento de los tiempos del recorrido como una función en términos de la variable elegida.

Complementariamente, se propone el estudio del comportamiento de la derivada de esta función, constando el cumplimiento del criterio de la primera derivada.

Finalmente, se generan los gráficos correspondientes a la función y su derivada para complementar el análisis. Este enfoque no solo mejora la comprensión teórica, sino que también proporciona una experiencia práctica y visual que enriquece el aprendizaje.

Reflexiones

La implementación de Classpad.net en la enseñanza de ejercicios de optimización representa una herramienta versátil en la educación matemática. Al proporcionar herramientas interactivas y visuales, esta plataforma facilita la comprensión de conceptos complejos y mejora la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de manera efectiva.

El uso de tecnologías como Classpad.net en la educación matemática ofrece múltiples beneficios que van más allá de la simple resolución de problemas. Estas herramientas tecnológicas permiten a los estudiantes desarrollar habilidades y competencias esenciales en el ámbito matemático, tales como:

1.**Visualización y Comprensión Conceptual**: La capacidad de visualizar problemas geométricos y algebraicos en tiempo real ayuda a los estudiantes a comprender mejor los conceptos abstractos. Classpad.net facilita esta visualización, permitiendo una manipulación directa de las variables y observación de los resultados inmediatos.

2. **Interactividad y Participación**: Las plataformas interactivas fomentan una participación más activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Al interactuar con los problemas

de manera dinámica, los estudiantes se sienten más motivados y comprometidos, lo que mejora su retención y comprensión de los conceptos.

3. **Desarrollo de Habilidades de Resolución de Problemas**: La optimización requiere un enfoque sistemático y lógico para resolver problemas. Classpad.net proporciona un entorno donde los estudiantes pueden practicar y perfeccionar estas habilidades, experimentando con diferentes estrategias y observando los resultados de sus decisiones.

4. **Fomento del Pensamiento Crítico y Analítico**: La manipulación de variables y el análisis de resultados en tiempo real promueven el desarrollo del pensamiento crítico y analítico. Los estudiantes aprenden a evaluar diferentes escenarios y a tomar decisiones informadas basadas en datos y observaciones.

5. **Preparación para el Futuro**: En un mundo cada vez más digital y competitivo, la familiaridad con herramientas tecnológicas avanzadas es crucial. El uso de plataformas como Classpad.net prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos futuros en sus carreras académicas y profesionales, dotándolos de competencias tecnológicas y matemáticas avanzadas.

Queda en evidencia que la adopción de tecnologías como Classpad.net en la educación matemática no solo enriquece el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos de un mundo cada vez más digital y competitivo.

Al integrar estas herramientas en el currículo educativo, se potencia el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas esenciales, proporcionando una experiencia de aprendizaje más rica y comprensible.

Referencias bibliográficas

Drijvers, P., & Sinclair, N. (2023). The role of digital technologies in mathematics education: Purposes and perspectives. ZDM – Mathematics Education, 56(3), 239-248. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01535-x

Hwang, S., Flavin, E., & Lee, J. (2023). Exploring research trends of technology use in mathematics education: A scoping review using topic modeling. Education and Information Technologies, 28(5), 10753-10780. https://doi.org/10.1007/s10639-023-11603-0

Jin, Y., Wang, H., & Sun, C. (2021). Introduction to optimization. In Data-Driven Evolutionary Optimization (pp. 1-40). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-74640-7_1

Hwang, S., & Tu, Y. (2021). Artificial intelligence in mathematics education: A review. Journal of Educational Technology & Society, 24(4), 1-15. https://doi.org/10.1007/s12345-021-01234-5

RUTA PARA EL DISEÑO DE UNA TAREA FENOMENOLÓGICA APLICADA EN REGLA DE LA CADENA MULTIVARIABLE

Eduardo Emiliano Muñoz Ortiz; Axcel Picado Piedra; Priscilla Angulo Chaves; Carlos Robles Padilla.

Universidad de Costa Rica

Costa Rica

eduardo.munos@ucr.ac.cr, axcel.picado@ucr.ac.cr, priscilla.angulo@ucr.ac.cr, carlos.roblespadilla@ucr.ac.cr

Educación matemática universitaria

Universidad

Resumen: En este trabajo se propone una ruta para el diseño de una tarea fenomenológica matemática a nivel universitario con base en un estudio realizado en el curso MA-1022 Cálculo para Ciencias Económicas II de la Universidad de Costa Rica, sobre la regla de la cadena multivariable, fundamentado teóricamente en la metodología de *Design Thinking*, la teoría de Escenarios de Aprendizaje de Carroll y los Principios de Diseño de Matos. Con el diseño del enunciado propuesto en la tarea, se diseñó un escenario de aprendizaje que busca guiar la comprensión jerárquica entre las variables involucradas y la consolidación del *procept* asociado al teorema de la regla de la cadena multivariable en concordancia con lo expuesto por Tall. El enunciado de la tarea incorpora un contexto cercano al área disciplinar, y permite que el estudiantado deduzca la composición de funciones multivariables, dando sentido al diagrama de árbol de dependencia entre las variables.

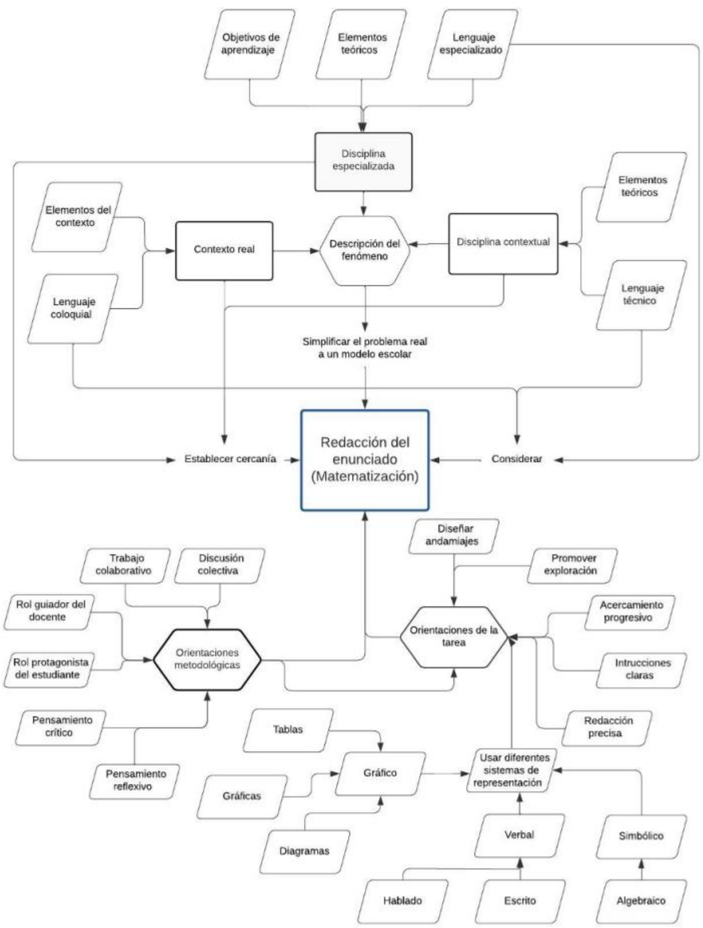
Palabras claves: Regla de la cadena multivariable, Tarea fenomenológica, Procept.

1. Introducción: La elaboración de tareas fenomenológicas en matemática conlleva un gran reto para el docente, ya que al consultar referencias bibliográficas guías de elementos metodológicos y evaluativos, es difícil encontrar conceptos contextualizados. Por lo tanto, es importante el diseño de herramientas que permitan la elaboración de tareas debidamente contextualizadas, por lo que se propone una ruta para el diseño de tareas fenomenológicas matemáticas que consideren elementos del contexto en su enunciado, y que faciliten la comprensión de los conceptos y procesos matemáticos. Además, se expone un ejemplo de implementación de esta ruta de diseño sobre regla de la cadena multivariable.

2. Marco teórico: Según Izquierdo Izquierdo et al (2022, p.3), *Design Thinking* está centrada en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiantado e integra las dificultades en la asimilación de conceptos con la capacidad de resolver problemas. Para Aguirre-Villalobos et al. (2023, p. 522), *Design Thinking* posee tres fases: introducción y presentación de una tarea, trabajo autónomo del estudiantado y discusión colectiva con una síntesis formativa. Por lo que se promueve el desarrollo de competencias, se incentiva la participación, la criticidad y la investigación. Carrol (2000, p. 43-60) menciona que un escenario es un espacio dinámico en el que las relaciones casuales entre objetos se integran y generan otro estado relacional, e indica que tienen cinco ventajas en el diseño de actividades: reflexión inducida, concreto y flexible, múltiples perspectivas, genérico y categorizable, y orientación al trabajo. Para Piedade et al. (2018, p. 11-36) los escenarios de aprendizaje deben contemplar los principios de diseño de Matos: diseño participativo, contexto y necesidades, dinámica experimentación-reflexión, pensamiento y aprendizaje, tecnologías y sugerencias, y nuevos retos para la consolidación de otros. Tall (1996) identifica dos tipos de pensamiento matemático avanzado: la *extensión de técnicas* matemáticas apoyada en conceptos previos, y la *reconstrucción y formalización* que consolida nuevos conceptos. Gray y Tall (1991, p. 73), definen *procept* como “la combinación entre proceso y concepto, en el que el procedimiento y el objeto se representan por el mismo simbolismo.”

3. Metodología: La ruta de diseño propuesta, se muestra en la figura 1, se basa en un estudio aplicado en la Universidad de Costa Rica en el I ciclo del 2023, en 4 grupos de 40 estudiantes, del curso MA-1022, en equipos de 3 a 5 personas; es acorde al ciclo fenomenológico escolar de Gutiérrez-Fallas (2024) que posee tres fases y cinco procesos; esta ruta aborda la primera fase y los procesos de simplificación y matematización.

Figura 1- Diagrama de flujo para la elaboración de una tarea fenomenológica.



Fuente: Elaboración de los autores.

En la figura 1 se establecen cuatro etapas para el diseño de una tarea fenomenológica.

3. 1. Descripción del fenómeno: Esta etapa busca la comprensión del fenómeno real, se debe explorar: el contexto real, la disciplina contextual, la disciplina especializada. El primer elemento permite identificar las necesidades, obstáculos, estrategias de abordaje, fortalezas y el lenguaje coloquial, que permiten apropiarse del contexto. El segundo busca comprender e incorporar el lenguaje técnico. El tercer elemento incorpora conceptos específicos de los objetivos de aprendizaje de la tarea y del lenguaje especializado. Estos elementos aportan insumos para el estudio de un fenómeno presente en el mundo real, y es necesario anotarlos. Otro insumo son los datos obtenidos de una exploración de precios del mercado de productos propuestos para el problema, usados para crear cercanía al contexto.

3. 2. Redacción del enunciado: Consiste en traducir el problema del fenómeno real a un modelo escolar, por lo que es indispensable reconocer la relevancia del lenguaje coloquial, el lenguaje técnico y el lenguaje especializado, en la elaboración del enunciado para establecer puentes que creen cercanía entre la persona estudiante y el constructo particular. Para la construcción del problema de la tarea se buscó incorporar el contenido matemático, el saber económico y el contexto real. Las funciones deben ser acordes al contexto real, a los ejemplos de textos arbitrados y al quehacer matemático, por lo que mediante regresión lineal se modelan los datos exploratorios del mercado. Además, la redacción del enunciado debe considerar las orientaciones metodológicas y respetar las orientaciones de la tarea.

3. 3. Orientaciones de la tarea: Promueven la exploración del tema y el acercamiento progresivo al objeto de aprendizaje, por lo que se valora todo el proceso de resolución. Incluir instrucciones claras y redacción en etapas. Elaborar andamiajes de autorregulación y comprensión progresiva del contenido. En el ejemplo se usó tres tipos de andamiajes: frases o preguntas generadoras, tablas y figuras, usados solo si son necesarios y de manera progresiva. El uso de diferentes sistemas de representación en la elaboración del enunciado y los andamiajes permite una mejor comprensión del fenómeno real y por ende de la tarea.

3. 4. Orientaciones metodológicas: Promueven la discusión y el diálogo constructivo de los aprendizajes. Propician el trabajo colaborativo, el pensamiento crítico y reflexivo. Fortalecen el papel del estudiante como responsable principal de sus aprendizajes y el papel de orientador del docente. La discusión y el análisis en la tarea aplicada induce la importancia de la composición y dependencia de funciones en la deducción de la regla de la cadena multivariable. Enunciado propuesto. “Considere la siguiente situación:

En un reciente estudio, el dueño de “Soda La Favorita” logró identificar que un alto porcentaje de sus utilidades mensuales están directamente relacionadas con la producción y venta de dos de sus productos estrella, cada combo de pollo frito, cuya variable es “x” y cada combo de pizza, cuya variable es “y”, los cuales se venden en combos tanto de manera independiente como combinados, según el gusto de cada cliente. De este modo, la utilidad total de “Soda La Favorita” en término de estos productos, se establece como:

$$\boldsymbol{U(x,y) = -\frac{x^3}{25000} - \frac{3x^2}{100} + 496\,xy + 450x + 508y - 3455000}$$

Si de manera complementaria, dicho estudio revela que la ecuación de demanda del pollo frito está determinada por $x(s,t) = 95 - 0{,}185s + 0{,}12t$, y la ecuación de demanda de la pizza corresponde a $y(s,t) = 105 + 0{,}15s - 0{,}075t$, donde “$s$” es el precio de venta de un combo de pollo frito y “t” corresponde al precio de venta de un combo de pizza.

A. Determine la utilidad que obtiene Soda La Favorita si vende cada combo de pollo frito a ¢2800 y cada combo de pizza a ¢4000.
B. Determine la utilidad que obtiene Soda La Favorita si vende cada combo de pollo frito a ¢3000 y cada combo de pizza a ¢4500.
C. Determine la tasa de cambio o velocidad a la que varían las utilidades en relación con el precio de cada combo de pollo frito.
D. Determine la tasa de cambio o velocidad a la que varían las utilidades en relación con el precio de cada combo de pizza.”

4. Resultados: El enunciado de la tarea permitió identificar la dependencia de la función utilidad de la soda respecto a los precios de los combos del pollo frito y de pizza. El principal obstáculo observado fue obtener la tasa de cambio de la utilidad a partir de las variables intermedias. En esta etapa, el andamiaje mediante frases o preguntas generadoras motivó la reflexión, y el uso de tablas y gráficas permitió establecer la dependencia entre las variables y algunos estudiantes construyeron de manera verbal el diagrama de árbol. Luego, usando lenguaje coloquial se representó dicha dependencia, y en conjunto se creó un diagrama de árbol con símbolos, formas geométricas y colores. Finalmente, se interpretaron dichos símbolos y gráficas, y se anotó algebraicamente la solución.

5. Conclusiones: La propuesta expone una guía para el diseño de tareas fenomenológicas orientadas al aprendizaje y la activación del pensamiento matemático avanzado. La introducción y desarrollo de la *Regla de la cadena multivariable* fue distinta a otros cursos de cálculo: el estudiantado tuvo un espacio de observación, para emplear conceptos previos y cultivar su intuición. La *reflexión inducida* fortalece la *relación-conexión* entre las variables y permite que el aprendizaje sea producto de la acción del estudiante. La tarea propicia una experiencia sensorial intencionada, e *intuir* las relaciones conceptuales meta. Además, potencia la autorregulación cuando se obtuvieron resultados numéricos elevados. El *diseño participativo* de la tarea y las *múltiples perspectivas* propiciaron movimiento cognitivo, y el lenguaje cercano incentivó la dialéctica entre los pares y el docente.

6. Referencias bibliográficas

Aguirre-Villalobos, E. R., Guzmán, C., y González, L. (2023). Metodología Design Thinking en la enseñanza universitaria para el desarrollo y logros de aprendizaje en arquitectura. *Revista de Ciencias Sociales*, *XXIX*(2), 509-525. https://doi.org/10.31876/rcs.v29i2.39992

Carroll, J. (2000, 1 de setiembre). Five reasons for scenario-based design. *Interacting with Computers*, *13*(1), 43-60. https://doi.org/10.1016/S0953-5438(00)00023-0

Gray, E. y Tall, D. (1991). *Duality, Ambiguity and Flexibility in Successful Mathematical Thinking*. Mathematics Education Research Centre University of Warwick. https://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1991h-gray-procept-pme.pdf

Gutiérrez-Fallas, L.F. (2024, 20 de julio). Diseño de tareas matemáticas fenomenológicas con integración de la tecnología en la formación inicial de profesores de matemática. *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, Araraquara*, 19(esp.2), 1-24. https://doi.org/10.21723/riaee.v19iesp.2.18999

Izquierdo Izquierdo, M., Gómez Calero, C. y García Lázaro, D. (2022). Design Thinking, una metodología para fomentar el aprendizaje significativo. *Revista Ingeniería Industrial*, *21*. https://doi.org/10.22320/S07179103/2022.01

Piedade, J., Pedro, A. y Matos, J. F. (2018). Cenários de aprendizagem como estratégia de planificação de aulas na formação inicial de professores: o exemplo da área de informática en A. Moser , M. S. C. Alencastro y R. O. Dos Santos (Eds.), *Educação e Tecnologias: professores e suas práticas* (pp. 11-36). Artesanato Educacional.

Tall, D. (1996). *Advanced Mathematical Thinking*. Mathematics Education Research Centre, University of Warwick. https://doi.org.10.1007/0-306-47203-1

DISEÑO DE UNA PRÁCTICA PROFESIONAL PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA MIRAR PROFESIONALMENTE EL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

Jonathan Espinoza*, Àngela Buforn**, Salvador Llinares**

Universidad Nacional, Costa Rica*, Universidad de Alicante**

Costa Rica*, España**

jonathan.espinoza.gonzalez@una.cr, angela.buforn@ua.es, sllinares@ua.es

Temática de la propuesta: Desarrollo profesional docente en Matemáticas

Nivel educativo de la propuesta: Universidad

Resumen: Se presenta una práctica profesional para desarrollar la competencia mirar profesionalmente el razonamiento proporcional de estudiantes en futuros profesores de matemática. Su diseño se fundamenta en las tres destrezas de la competencia mirar profesionalmente, las características del razonamiento proporcional y las transiciones en el pensamiento del estudiante que implica este tipo de razonamiento. Esta práctica requiere que los futuros profesores analicen las respuestas de tres estudiantes a cinco problemas sobre proporcionalidad para identificar, interpretar y proponer acciones pedagógicas. Los problemas reflejan la estructura conceptual de la proporcionalidad y las respuestas de los estudiantes evidencian distintos niveles de comprensión. Esta práctica profesional se destaca por la exigencia de un análisis individual y global de las respuestas de un mismo estudiante a los cinco problemas, a diferencia de otras que se enfocan en el análisis de la respuesta a un único problema o de varios problemas de forma independiente.

Palabras claves: Competencia docente mirar profesionalmente, formación de profesores, razonamiento proporcional, práctica profesional.

"Mirar profesionalmente" el pensamiento matemático de los estudiantes implica identificar aspectos clave en las estrategias utilizadas por los estudiantes, interpretar su comprensión matemática y tomar decisiones pedagógicas informadas (Jacobs et al., 2010). Fomentar esta competencia es esencial para que los profesores actúen con fundamento en situaciones de enseñanza (Llinares y Fernández, 2021). Algunos estudios que promueven el desarrollo de esta competencia en futuros profesores de matemáticas (FPs) utilizan programas formativos con prácticas profesionales basadas en el análisis de respuestas de estudiantes a problemas de un contenido matemático específico (Buforn et al., 2022; Jacobs et al., 2024). Sin embargo, la mayoría de ellos se centran en el análisis de respuestas de estudiantes a un solo problema o de varios problemas analizados de forma independiente, y no en analizar un conjunto de respuestas de un mismo estudiante a diferentes problemas que presentan características variadas respecto a ese contenido específico.

En este contexto, esta comunicación presenta el diseño de una práctica profesional para desarrollar la competencia mirar profesionalmente el razonamiento proporcional de estudiantes en FPs, considerando, en conjunto, las respuestas de un mismo estudiante a cinco problemas. El tópico matemático escogido es el razonamiento proporcional por ser un área importante de las matemáticas escolares que facilita la comprensión de conceptos más complejos como el de pendiente de una recta (Lobato et al., 2010), por lo que FPs deben desarrollar esta competencia para fomentar este tipo de razonamiento en sus estudiantes.

Razonar proporcionalmente implica el establecimiento de una relación multiplicativa entre dos cantidades (Lamon, 1993), así como distinguir situaciones proporcionales y no proporcionales (Van Dooren et al., 2005). Aprender a razonar proporcionalmente conlleva una serie de transiciones en el pensamiento, como coordinar dos cantidades, formar razones, usar la razón como una comparación multiplicativa y construir un conjunto infinito de razones equivalentes (Lobato et al. (2010)). Estas transiciones ayudan a los docentes a interpretar y apoyar el desarrollo del razonamiento proporcional de los estudiantes. Con base en las transiciones propuestas por Lobato et al. (2010) para este estudio se definieron tres transiciones: del pensamiento absoluto al pensamiento relativo (transición 1), de considerar una razón a formar múltiples razones (transición 2) y, de usar razones funcionales a representarlas (transición 3). Finalmente, mirar profesionalmente el razonamiento proporcional en estudiantes supone reconocer el uso de relaciones multiplicativas en las estrategias de los estudiantes; evaluar globalmente las estrategias usadas en los diferentes problemas para identificar su compresión en términos de las transiciones logradas; y proponer acciones pedagógicas basadas en esa comprensión.

La práctica profesional diseñada forma parte de una propuesta formativa para desarrollar la competencia mirar profesionalmente el razonamiento proporcional, en la que participaron 14 FPs en su tercer año de formación en una universidad pública de Costa Rica. La práctica se compone por: (i) la consigna (Figura 1), (ii) cinco problemas sobre razonamiento proporcional (Figura 1) y, (iii) las respuestas de tres estudiantes de secundaria a dichos problemas (Figura 2). Los FPs debían analizar los problemas y las respuestas de los estudiantes para interpretar su razonamiento proporcional y proponer acciones pedagógicas adecuadas.

Figura 1. Consigna y los cinco problemas incluidos en la práctica profesional

A continuación, se muestran respuestas de tres estudiantes a cinco problemas. Ahora realiza lo siguiente:

1. Analiza el pensamiento matemático de cada estudiante con base en los siguientes criterios.
   a) IDENTIFICAR. Describe la estrategia utilizada sin importar si es correcta o no. En caso de ser incorrecta explica qué es lo que el estudiante no comprende.
   b) INTERPRETAR el nivel de desarrollo del razonamiento proporcional. A partir de las respuestas dadas por un mismo estudiante a todas las tareas, identifica las transiciones que ha logrado alcanzar y aquellas que aún debe superar en su pensamiento para desarrollar su razonamiento proporcional. Con base en lo anterior, indica el nivel de desarrollo del razonamiento proporcional alcanzado por cada estudiante. Justifica tu respuesta.
2. DECISIONES DE ACCIÓN ¿Qué cuestiones o qué otras tareas propondrías para promover las transiciones en el pensamiento del estudiante que apoyan el desarrollo de su razonamiento proporcional?

P1. Yesenia y Nicole salen a correr por las mañanas en una pista circular. Empiezan al mismo tiempo, pero Yesenia es más rápida que Nicole. Cuando Nicole ha dado 4 vueltas, Yesenia ha dado 10. Con base en la información anterior completa la siguiente tabla. En las últimas dos columnas coloca dos pares de cantidades que estén relacionadas.

Nicole	4	12				x
Yesenia	10		15			

P2. Dos máquinas A y B producen tornillos a la misma velocidad, pero la máquina A ha iniciado antes. Cuando la máquina A ha producido 160 tornillos, la máquina B ha producido 40. Cuando B haya producido 80 tornillos, ¿cuántos habrá producido la máquina A?

P3. Pedro y Miguel preparan una bebida de naranja a partir de un jugo concentrado. La siguiente tabla muestra la cantidad de vasos de jugo concentrado y de agua que utilizó cada uno. ¿Cuál de los dos preparó la bebida con más sabor a naranja?

	Vasos de jugo	Vasos de agua
Pedro	12	27
Miguel	15	36

P4. Nicole sale a correr todos los días. Si hoy ha recorrido menos vueltas en el mismo tiempo que lo hizo ayer, indica si:

a) hoy ha corrido más rápido que ayer.
b) ayer corrió más rápido que hoy.
c) hoy ha corrido tan rápido como ayer.
d) no hay información suficiente para responder la pregunta.

P5. Sara descubre que en su casa hay un grifo que gotea. Para conocer la cantidad de agua derramada coloca un recipiente debajo del grifo y recoge 6 onzas cada 9 minutos.

a) ¿Cuáles de las siguientes tablas muestran cantidades que han sido derramadas por el grifo que gotea en casa de Sara?

Tabla 1

Onzas	6	7	8	9
Minutos	9	10	11	12

Tabla 2

Onzas	1	2	3	4
Minutos	1.5	3	4.5	6

b) ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones expresa la relación entre la cantidad de onzas de agua que derrama el grifo que gotea en casa de Sara y la cantidad de minutos que tarda en derramarlas?

A.1. La cantidad de onzas derramadas es igual a la cantidad de minutos que tarda en derramarlas menos tres unidades.

A.2. La cantidad de minutos es igual a $\frac{2}{3}$ la cantidad de onzas derramadas.

c) ¿Cuáles de las siguientes expresiones relaciona la cantidad de onzas de agua (x) que derrama el grifo que gotea en casa de Sara y la cantidad de minutos (y) que tarda en derramarla?

E.1 $y = 1.5x$

E.2 $y = x + 3$

Fuente: Elaboración propia.

La consigna (Figura 1) muestra tres cuestiones que enfocan la atención de los FPs en las tres destrezas de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de estudiantes: identificar, interpretar y decidir. Los problemas (Figura 1) se diseñaron con un propósito y presentaban diversas características. El problema 1 es proporcional de valor perdido, con una razón funcional no entera y dos razones escalares, una entera y otra no entera, su propósito fue utilizar relaciones multiplicativas entre cantidades de igual o distinta magnitud para completar una tabla de proporcionalidad y expresar la relación funcional algebraicamente. El problema 2, una situación no proporcional de tipo aditiva, para el reconocimiento de situaciones no proporcionales. El problema 3 es proporcional de comparación numérica en un contexto de mezclas, mostrando en una tabla dos razones funcionales y escalares, todas no enteras, para usar la razón funcional como índice comparativo. El problema 4, de comparación cualitativa en un contexto familiar, fue diseñado para comparar razones funcionales cualitativamente. Finalmente, el problema 5 es una situación proporcional para identificar la representación verbal, tabular y algebraica de la relación funcional.

Las respuestas a los problemas (Figura 2) reflejaban diferentes características del razonamiento proporcional de cada estudiante.

Figura 2. Respuestas de los tres estudiantes a los cinco problemas

<table>
<tr><th>P</th><th>Estudiante 1</th><th>Estudiante 2</th><th>Estudiante 3</th></tr>
<tr><td>1</td><td>×5
×3 ÷2 ÷2<table><tr><td>Nicole</td><td>4</td><td>12</td><td>6</td><td>20</td><td>10</td><td>x</td></tr><tr><td>Yesenia</td><td>10</td><td>30</td><td>15</td><td>50</td><td>25</td><td>x+6</td></tr></table>)+6
×3 ÷2 ÷2
×5</td><td><table><tr><td>Nicole</td><td>4</td><td>12</td><td>9</td><td>5</td><td>6</td><td>x</td></tr><tr><td>Yesenia</td><td>10</td><td>18</td><td>15</td><td>11</td><td>12</td><td>x+6</td></tr></table>▪ 10 − 4 = 6 4 → 10
▪ 12 + 6 = 18 12 → 18
▪ 9 + 6 = 15 9 → 15
▪ 5 + 6 = 11 5 → 11
▪ 6 + 6 = 12 6 → 12
▪ x + 6 x → x+6</td><td><table><tr><td>Nicole</td><td>4</td><td>12</td><td>6</td><td>1</td><td>0.4</td><td>x</td></tr><tr><td>Yesenia</td><td>10</td><td>30</td><td>15</td><td>2.5</td><td>1</td><td>2.5x</td></tr></table>)x2.5]x0.4
▪ 10 ÷ 4 = 2.5 vueltas de Yesenia por cada vuelta de Nicole.
12 x 2.5 = 30.
▪ 4 ÷ 10 = 0.4 vueltas de Nicole por cada vuelta de Yesenia.
15 x 0.4 = 6.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>A B
160 40
¿? 80
80 − 40 = 40
R/ Como producen a la misma velocidad A producirá 160 + 40 = 200 tornillos.</td><td>▪ Máquina A: 160
▪ Máquina B: 40
160 ÷ 40 = 4
R/ 80 · 40 = 320</td><td>La diferencia entre la producción se debe a que la máquina A inicia antes.
160 − 40 = 120.
R/ 80 + 120 = 200.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Pedro
÷3 ×4<table><tr><td>Jugo</td><td>12</td><td>4</td><td>16</td></tr><tr><td>Agua</td><td>27</td><td>9</td><td>36</td></tr></table>÷3 ×4
R/ La bebida de Pedro Sabe más a naranja</td><td>R/ Miguel porque utilizó más vasos de jugo concentrado</td><td>▪ 27 ÷ 12 = 2.25. Pedro mezcló 2.25 vasos de agua por cada vaso de jugo concentrado
▪ 36 ÷ 15 = 2.4. Miguel mezcló 2.4 vasos de agua por cada vaso de jugo concentrado
R/ Pedro preparó una bebida con menos agua, por lo tanto tiene un sabor más a naranja.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>R/ Ayer corrió más rápido que hoy. Por ejemplo, 5 Km/h es más veloz que 3 Km/h</td><td>R/ Ayer corrió más rápido que hoy, porque recorrió más distancia en el mismo tiempo.</td><td>R/ Ayer corrió más rápido que hoy.
▪ Si ayer corrió 10 Km en 2 horas entonces su velocidad es de 5 Km/h.
▪ Si hoy corrió 8 Km en 2 horas entonces su velocidad es de 4 Km/h.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>a) R/ La tabla 2
x3
x2 x2
Tabla 2<table><tr><td>Onzas</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>Minutos</td><td>1.5</td><td>3</td><td>4.5</td><td>6</td></tr></table>x2 x2
x3
b) R/ Ninguna. Lo correcto es que al sumar uno a las onzas se debe sumar 1.5 a los minutos.
c) R/ Ninguna de las dos. la correcta es x+1 = y+1.5</td><td>a) R/ La tabla 1 porque las onzas y los minutos van de uno en uno cada uno iniciando en 6 y 9. Además, la tabla 2 no tiene los números 6 y 9.
b) R/ La primera porque 6=9−3
c) R/ La segunda porque si cambio "y" por 9 y "x" por 6, se obtiene 9 = 6+3.</td><td>a) R/ La tabla 2 porque 9 ÷ 6 = 1.5 Es decir, 1.5 minutos por onza.
onzas min
1 → 1.5
2 → 1.5+1.5 = 3
3 → 1.5+1.5+1.5 = 4.5
4 → 1.5+1.5+1.5+1.5 = 6
b) R/ La segunda ya que 6 ÷ 9 = 0,66… = 2/3.
c) R/ La primera.
Tabla 2<table><tr><td>Onzas</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>X</td></tr><tr><td>Minutos</td><td>1.5</td><td>3</td><td>4.5</td><td>6</td><td>Y</td></tr></table>) Y/X = 1.5
Y = 1.5 X</td></tr>
</table>

Fuente. Elaboración propia

El estudiante 1 usa relaciones multiplicativas en cantidades de igual magnitud (primera parte de P1, P3 y P5a), distingue situaciones no proporcionales (en P2), pero tiene dificultades para usar razones funcionales en contextos no familiares (en P4) y en representar la relación funcional (en segunda parte de P1, P5b y P5c), reflejando características de la transición 2. El estudiante 2 establece relaciones multiplicativas en el problema no proporcional (P2) y aditivas en proporcionales (en primera parte de P1 y P5). Además, no comprende relaciones multiplicativas entre cantidades de distinta magnitud (en P3) a menos que sea en un contexto familiar (en P4) y presenta dificultades para representar la relación funcional (en segunda parte de P1 y P5), estando aún en la transición 1. El estudiante 3 domina el concepto de razón funcional (en primera parte de P1, P3 y P4), distingue situaciones no proporcionales (en P2) y representa correctamente la relación funcional (en segunda parte de P1 y P5), superando la transición 3.

Esta práctica profesional promueve el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el razonamiento proporcional de estudiantes en FPs, mediante el análisis de las características de los problemas y las respuestas de los estudiantes, para interpretar su nivel de razonamiento proporcional y proponer decisiones pedagógicas basadas en su comprensión. Su diseño se destaca por exigir que los FPs analicen las respuestas de cada estudiante, tanto individualmente como en conjunto, para identificar, interpretar y tomar decisiones pedagógicas. Además, contempla una amplia gama de variables relacionadas con el razonamiento proporcional desde un punto de vista matemático como didáctico y aborda la complejidad de examinar el pensamiento matemático en múltiples problemas, en contraste con estudios que se centran en un problema a la vez (Buforn et al., 2022; Jacobs et al., 2024).

Agradecimientos: Este trabajo forma parte del proyecto Referencia: PID2020-116514GB-I00 y PID2023-149624NB-I00, Agencia Estatal de Investigación, Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

5. Referencias bibliográficas

Buforn, À., Llinares, S., Coles, A. y Brown, L. C. (2022). Pre-service teachers' knowledge of the unitizing process in recognizing students' reasoning to propose teaching decisions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(2), 425-443. https://doi.org/10.1080/0020739x.2020.1777333

Jacobs, V.R, Lamb. L.C. y Philip, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169-202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169

Jacobs, V. R., Empson, S. B., Jessup, N., Dunning, A., Pynes, D., Krause, G. y Franke, T.M. (2024). Profiles of teachers' expertise in professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education, 27*, 295-324. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09558-z

Lamon, S. (1993). Ratio and proportion: children's cognitive and metacognitive processes. En T. Carpenter, E. Fennema y T. Romberg(eds.), *Rational Numbers. An Integration of Research* (pp.131-156). Lawrence Erlbaum Associates.

Llinares, S. y Fernández, C. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, *24*(1), 185-205. https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1625

Lobato, J., Ellis, A. B. y Zbiek, R. M. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics: grades 6-8*. National Council of Teachers of Mathematics.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. y Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities of overgeneralization. *Cognition and Instruction, 23*(1), 57-86. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2301_3

ANSIEDAD ANTE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DE FUTUROS DOCENTES DE PRIMARIA

Kenneth García-Chaves; Katty Villalobos Morales, Islande Delgado Monge, Ronny Gamboa Araya

Universidad Nacional

Costa Rica

kenneth.garcia.chaves@est.una.ac.cr, katty.villalobos.morales@est.una.ac.cr, islande.delgado.monge@una.cr, ronny.gamboa.araya@una.cr

Temática de la propuesta: Afectividad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Nivel educativo de la propuesta: Universidad.

Resumen: El estudio buscó describir el nivel de ansiedad ante la enseñanza de las matemáticas en futuros docentes de primaria. La muestra incluyó a 44 estudiantes de dos universidades públicas en Costa Rica, utilizando una versión traducida de la escala Mathematics Teaching Anxiety Scale. Los resultados mostraron que el nivel promedio de ansiedad entre los participantes fue clasificado como medio en el constructo general de ansiedad ante la enseñanza de las matemáticas.

Palabras claves: Ansiedad ante la enseñanza de la matemática, Docentes de primaria en formación, Afectividad, Domino Afectivo.

1. Introducción

Ciertamente, hoy en día las personas docentes deben capacitarse y formarse en muchas áreas para asumir un papel efectivo dentro del salón de clases (Syuhada y Retnawati, 2020), no obstante, esta capacitación no es únicamente académicamente, si no que se debe ser integral, contemplando aspectos afectivos y emocionales.

Las emociones, actitudes y creencias juegan un papel crucial en la comprensión del proceso de enseñanza-aprendizaje, actuando como indicadores clave para evaluar el desarrollo de las prácticas pedagógicas (Martínez-Artero y Nortes, 2017). La influencia de estos factores puede desarrollar trastornos como lo es la ansiedad. Específicamente la ansiedad ante la enseñanza de la matemática es un constructo que afecta a docentes antes, durante y después de impartir una clase de matemática (Peker, 2009).

La enseñanza de la matemática presenta un reto considerable, especialmente para los docentes en formación inicial. Es habitual que estos maestros novatos experimenten niveles de ansiedad al enseñar esta disciplina (Delgado, 2021). Es por ello, que se ha realizado este estudio con futuros docentes de primaria provenientes de dos universidades estatales de Costa Rica, con el objetivo de describir el nivel de ansiedad ante la enseñanza de la matemática que presentan. Es necesario realizar estudios que permitan visibilizar este fenómeno, con la intención de fijar pautas y lineamientos para combatir las causas y efectos de presentar un nivel de ansiedad.

2. Marco Teórico

En la actualidad, las matemáticas son esenciales para el progreso de la sociedad, actuando como una herramienta crucial para abordar una amplia gama de problemas en ámbitos como los negocios, la ciencia, la tecnología, el arte y la vida diaria (Martínez-Artero y Nortes, 2017).

2.1 Ansiedad ante la Enseñanza de la Matemática

Este tipo de ansiedad se define como la ansiedad que se produce en el docente durante la enseñanza de conceptos matemáticos, teorías y fórmulas o durante la resolución de problemas (Peker, 2006). Principalmente, según Syuhada y Retnawati (2020), un elevado nivel de ansiedad en la enseñanza de las matemáticas en los docentes puede estar relacionado con una insuficiente adquisición de las competencias que deberían haber sido desarrolladas durante su formación profesional. Esta ansiedad ante la enseñanza de la matemática es descrita según Peker (2006) a través de cuatro dimensiones que permiten explorar su comportamiento, las cuáles se detallan a continuación.

2.2 Dimensiones de la AEM

Las dimensiones de este constructo Peker (2006) las divide en conocimiento del contenido, conocimiento didáctico, autoeficacia y actitudes hacia la enseñanza de la matemática. La dimensión conocimiento del contenido se define como el saber que tienen los docentes sobre los temas matemáticos que deben enseñar a sus alumnos. Se refiere a la comprensión que el educador tiene de los contenidos que imparte. Asimismo, la dimensión conocimiento didáctico, se refiere al entendimiento que poseen los docentes sobre las metodologías y estrategias para enseñar matemáticas. Incluye su conocimiento de diversas técnicas y teorías pedagógicas que aplican o planean aplicar en sus clases. Luego, la dimensión de autoeficacia se describe la confianza de los docentes en su capacidad para enseñar matemáticas y su nivel de autoconfianza para transmitir los conceptos matemáticos, reflejando así su seguridad en la eficacia de su enseñanza. Finalmente, actitudes hacia la enseñanza de la matemática se define como la disposición del docente al impartir conceptos matemáticos. Esta actitud está influenciada por el entusiasmo del educador hacia la materia y su confianza en su propia capacidad y habilidad para enseñar matemáticas.

3. Metodología

El presente estudio, de enfoque cuantitativo y tipo descriptivo, tuvo como objetivo determinar el nivel de ansiedad ante la enseñanza de las matemáticas (AEM) en futuros maestros de Educación Primaria durante el primer ciclo del 2024. La muestra estuvo conformada por 44 estudiantes costarricenses de dos de las tres universidades públicas que ofrecen esta carrera: 17 de una universidad y 27 en la otra institución, incluyendo a 8 hombres y 36 mujeres. Es importante destacar que los datos obtenidos corresponden a actividades relacionadas con un trabajo de graduación. Específicamente, se relacionaron con el proceso de validación del instrumento de la investigación.

Para la recolección de datos, se utilizó una versión traducida de la Mathematics Teaching Anxiety Scale (MATAS), creada originalmente en turco por Peker (2006) y adaptada al español por Caballero y Gómez (2015). La escala MATAS es de tipo Likert compuesta por 23 ítems.

Las variables dependientes analizadas incluyen la AEM y sus dimensiones. Las variables independientes consideradas fueron la edad, el número de materias cursadas, rendimiento académico y el estrato (tipo de colegio de procedencia). Los valores de las variables dependientes se calcularon sumando las puntuaciones de cada ítem y dividiendo el total por el número de ítems, obteniendo así una puntuación mínima de uno y máxima de cinco; un puntaje más alto indica un mayor nivel de AEM en cada variable.

4. Resultados

En primer lugar, se evaluaron la confiabilidad y validez de la escala de AEM y sus dimensiones mediante el coeficiente Alfa de Cronbach. Los resultados indicaron un alfa de 0.92 para la escala general, 0.88 para la dimensión de conocimiento del contenido, 0.89 para autoeficacia, 0.78 para actitudes hacia la enseñanza de las matemáticas, y 0.91 para conocimiento didáctico. Todos estos valores superan el valor alfa de 0.70, lo que señala una consistencia interna aceptable para los fines de la investigación. Seguidamente en la tabla 1, se presenta un análisis descriptivo de las medidas de tendencia central del constructo de ansiedad ante la enseñanza de las matemáticas y sus dimensiones.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de los datos de la muestra, por nivel de AEM según dimensión

Dimensión de AEM	Media	Desviación Estándar	Mediana	Mín	Máx
AEM	2,88	0,96	2,97	1,00	5,00
CC	2,56	0,96	2,49	1,00	5,00
AT	2,47	0,83	2,50	1,00	5,00
AC	2,13	0,86	2,00	1,00	5,00
CD	1,90	0,86	2,00	1,00	5,00

Fuente: Elaboración propia.

Según la tabla 1, el promedio de ansiedad ante la enseñanza de las matemáticas entre los participantes se clasificó en un nivel medio, tanto en el constructo general como en la dimensión de conocimiento del contenido (CC). En contraste, las dimensiones de autoeficacia (AT), conocimiento didáctico (CD) y actitudes hacia la enseñanza de las matemáticas (AC) presentaron un nivel promedio de AEM calificado como bajo. Cabe destacar que la clasificación utilizada para medir el nivel de AEM es la misma utilizada por Caballero y Gómez (2015) y Delgado (2021).

La ansiedad relacionada con la enseñanza de las matemáticas se considera un constructo que es explicado a partir de sus cuatro dimensiones. En consecuencia, se realizó una clasificación de los futuros docentes de educación primaria en función de su nivel de ansiedad ante las matemáticas (AEM), cuya distribución se muestra en la tabla 2.

Tabla 2. Distribución de los docentes en formación de acuerdo con su nivel de ansiedad ante la enseñanza de la matemática según constructo y sus dimensiones

Nivel de AEM	AEM	CC	AT	AC	CD
Muy Baja	3	4	5	9	15
Baja	11	21	15	20	22
Media	18	11	19	11	4
Alta	11	7	4	3	2
Muy Alta	1	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, se procedió a verificar los supuestos paramétricos para cada variable empleando la prueba de *Shapiro-Wilk* y la prueba de *Levene*. En este contexto, se aplicó la prueba *t-student* para las variables del constructo general de AEM y en las dimensiones CC y AT. En las dimensiones AC y CC, donde no se cumplió el supuesto de normalidad, se utilizó la prueba *U de Mann-Whitney*. Como resultado, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas ni en el constructo general ni en ninguna de las dimensiones. Esto se atribuye a que los niveles de ansiedad fueron consistentes entre los grupos analizados, sin variaciones que justifiquen una diferencia significativa.

No obstante, para la variable edad se observó un tamaño de efecto moderado en la dimensión AT según el criterio de Cohen (1988), y en la dimensión AC, de acuerdo con la clasificación de Funder y Ozer (2019). De igual forma, en las variables cantidad de materias matriculadas y rendimiento académico se obtuvo un efecto medio en la dimensión AC, mientras que para la variable estrato se identificó un efecto grande en la práctica, también conforme a la clasificación de Funder y Ozer (2019).

5. Conclusiones

En conclusión, el estudio sobre la ansiedad ante la enseñanza de la matemática en futuros docentes de primaria revela que este factor impacta su percepción y eficacia. Aunque los niveles de ansiedad fueron similares entre grupos, hubo diferencias relevantes en la práctica en dimensiones específicas, destacando la necesidad de un enfoque de formación docente que incluya aspectos académicos y emocionales. En este estudio se evidenció la presencia de AEM en los participantes, lo cual tiene múltiples consecuencias desde aspectos como la planificación hasta la ejecución de las actividades dentro del aula, lo cual puede causar en los estudiantes ansiedad y bajo rendimiento (Delgado, 2021; Syuhada y Retnawati, 2020). La influencia de factores como la edad, el número de materias matriculadas, rendimiento académico y el estrato subraya la importancia de estrategias de apoyo personalizadas para los futuros maestros.

Referencias bibliográficas

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203771587

Delgado, I.C. (2021). *Ansiedad ante la enseñanza de la matemática en estudiantes universitarios para profesor de educación primaria* [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada]. DIGIBUG: Repositorio Institucional de la Universidad de Granada. https://digibug.ugr.es/handle/10481/75929

Funder, D.C. & Ozer D.J. (2019). Evaluating Effect Size in Psychological Research: Sense and Nonsense. *Advances in Methods and Practices in Psychological Science, 2*(2), 156-168. https://doi.org/10.1177/2515245919847202

Gómez, R. y Caballero, A. (2015). La ansiedad de los estudiantes para maestro ante la enseñanza de la matemática. En L. Blanco, J. Cárdenas y A. Caballero (Eds.), *La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria*. (pp. 59-80). Universidad de Extremadura. https://core.ac.uk/download/pdf/304886831.pdf

Martínez-Artero, R. y Nortes, A. (2017). Ansiedad, motivación y confianza hacia las Matemáticas en futuros maestros de Primaria. *Números*, *95*, 77-92. https://core.ac.uk/download/pdf/95360093.pdf

Peker, M. (2006). Matematik öğretmeye yönelik kaygi ölçeğinin geliştirilmesi. *Journal of Educational Sciences & Practices*, *5*(9), 73-92. https://toad.halileksi.net/wp-content/uploads/2022/07/matematik-ogretmeye-yonelik-kaygi-olcegi-toad.pdf

Peker, M. (2009). Pre-service teachers' teaching anxiety about mathematics and their learning styles. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *5*(4), 335-345. https://doi.org/10.12973/ejmste/75284

Syuhada, N., & Retnawati, H. (2020). Mathematics teaching anxiety in novice teacher. *Journal of Physics: Conference Series*, *1511*, 1-10. http://doi.org/10.1088/1742-6596/1511/1/012039

FORMACIÓN DE FUTUROS DOCENTES DE MATEMÁTICAS EN DIDÁCTICAS ESPECÍFICAS: DESAFÍOS Y REALIDADES DE LA IMPLEMENTACIÓN

Helen Alfaro Víquez
Universidad de Costa Rica
Costa Rica
helen.alfaro@ucr.ac.r

18. Saberes del profesor de matemática, creencias e identidad

Universidad

Resumen: Este estudio analiza la implementación de cursos de didáctica específica en la formación de futuros docentes de matemática en la Universidad de Costa Rica. Mediante entrevistas y análisis de documentos, se identificaron diferencias en la interpretación de los organizadores curriculares de Moreno (1998) y desafíos como la falta de tiempo y vacíos en el conocimiento previo de los estudiantes. Los resultados revelan enfoques variados en álgebra, geometría y funciones, lo cual subraya la necesidad de lineamientos claros que optimicen estos cursos y fortalezcan la preparación de los futuros docentes de matemática.

Palabras claves: Didácticas específicas, formación de docentes, matemáticas

1. Introducción: En la disciplina de Educación Matemática, existen diversos marcos teóricos que describen el conocimiento y las competencias profesionales deseables en los docentes de matemáticas (p. ej., Carrillo et al., 2018; Ball et al., 2008). Sin embargo, estos marcos no ofrecen estrategias ni directrices específicas sobre cómo promover dichos conocimientos y habilidades durante la formación académica. De hecho, existen diversas tradiciones para formar docentes de matemática a nivel mundial, por ejemplo, en algunos países las personas se forman en la disciplina, Matemática, con conocimientos avanzados en la misma, y hasta en su posgrado reciben formación docente, mientras que en otros se combinan ambas líneas en la formación de grado (Tatto et al., 2012). No obstante, los programas de formación docente tienden a enfocarse en la enseñanza de matemáticas avanzadas (Sødal, 2022) ofreciendo pocas o nulas oportunidades para conectar estos contenidos con las matemáticas escolares (Buchholtz y Kaiser, 2013). Buchholtz y Kaiser sugieren que los cursos sobre conocimiento matemático avanzado y el conocimiento pedagógico deberían integrarse, especialmente en los primeros años, para promover vínculos significativos. Esto es crucial en la formación, ya que como apuntan Harr et al. (2014), cuando el aprendizaje se separa en cursos o departamentos distintos, la integración se vuelve desafiante y suele recaer en los futuros docentes, haciéndolos responsables de una tarea para la cual no están equipados.

En respuesta a esta necesidad de formación, en la Universidad de Costa Rica se realizó una propuesta integral de formación de docentes de matemática, en la cual sobresalen, entre otras cosas, cinco cursos de didácticas específicas sobre: álgebra, geometría, funciones, estadística y números. Esta investigación busca responder a las preguntas: ¿cómo se ha planteado la implementación de tres de estos cursos de didáctica en los últimos cinco años? y ¿cuáles han sido las diferencias entre lo propuesto en los programas y lo efectivamente implementado por los docentes? El objetivo final es ofrecer lineamientos que mejoren la implementación de estos cursos, optimizando así la formación de futuros docentes de matemática (FDM).

2. Referentes teóricos: Las referencias sobre la formación en didácticas específicas para FDM son escasas, y no hay consenso internacional sobre cómo integrar el conocimiento matemático y didáctico en su formación. Para diseñar los programas de los cursos en este estudio, se tomó como referencia la propuesta de Moreno (1998) para un curso de didáctica de la matemática en un programa de maestría. Esta propuesta se asume como marco teórico para garantizar coherencia en el enfoque. Moreno incluye elementos denominados organizadores del currículo, considerados fundamentales para el diseño, desarrollo y evaluación de las clases. Su selección e interpretación suponen que los FDM participantes ya tienen conocimientos sobre matemática escolar y que el curso les permitirá analizarlos desde una nueva perspectiva. Los siete *organizadores curriculares* (ver tabla 1) propuestos funcionan como andamiajes en la construcción del conocimiento didáctico.

Tabla 1. *Organizadores curriculares*

1. Análisis fenomenológico: Descripción de un concepto matemático en relación con el fenómeno para el que fue creado y sus aplicaciones a lo largo del aprendizaje humano (*fenomenología*). Facilita al docente identificar los caminos de aprendizaje por los que debe guiar al estudiante para comprender el concepto (*fenomenología didáctica*).	**4. Representaciones y modelos:** Los futuros docentes de matemáticas deben dominar los modelos y representaciones de conceptos matemáticos para enriquecer la comprensión de los estudiantes y anticipar posibles dificultades en el uso de diversas representaciones.
2. Desarrollo histórico: Herramienta que facilita a los futuros docentes de matemáticas el análisis conceptual del contenido matemático y la comprensión de los procesos individuales, sociales y culturales en su construcción.	**5. Materiales y recursos:** El FDM debe ser capaz de seleccionar los materiales y recursos didácticos más adecuados para facilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos, y tener una comprensión profunda tanto de las limitaciones como de los beneficios que cada recurso ofrece
3. Ubicación y tratamiento [de los contenidos en el currículo escolar]: Implica analizar la organización de contenidos en el currículo de secundaria y su relación con los objetivos de aprendizaje, las metodologías y las evaluaciones propuestas.	**6. Errores y dificultades:** El futuro docente de matemáticas debe conocer los diferentes tipos de errores y dificultades típicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de un concepto, para poder diseñar estrategias efectivas que los aborden y superen.
	7. Bibliografía: Búsqueda y selección de referencias que amplíen o respalden los organizadores anteriores.

Fuente: Elaboración propia, tomando como referencia Moreno (1998)

En este estudio, se analizará en las propuestas documentales y las narrativas sobre las implementaciones de los cursos de las personas docentes, cómo se evidencian estos organizadores, y los desafíos de ponerlos en práctica.

3. Metodología: Este es estudio cualitativo que se desarrolla en dos etapas. En la primera etapa, se realizó un análisis documental (Bowen, 2009), tomando como fuente los programas de los cursos los de didáctica del álgebra (DA), didáctica de la geometría (DG) y didáctica de las funciones (DF), así como las cartas al estudiantado desde el año 2019. El análisis documental consistió en identificar de qué manera se evidenciaban los organizadores del currículo descritos por Moreno (1998) en los documentos. En la segunda etapa, se realizaron entrevistas semiestructuradas, en línea a las personas docentes que implementaron los cursos en el año 2023, las cuales fueron videograbadas y transcritas. En la entrevista se solicitó a las personas docentes que describieran cómo recordaban haber implementado en el curso los organizadores curriculares, a partir de lo que se había identificado en la primera etapa. Luego se realizó un análisis de contenido (Kuckartz, 2019) sobre las transcripciones.

4. Resultados

4.1 I etapa: En los documentos analizados se identificaron todos los organizadores del currículo propuestos por Moreno (1998). Algunos de ellos se abordaron con una temática completa en el curso, mientras que otros se integraron en diferentes temas. Por ejemplo, en todas las didácticas se incluyó una unidad de estudio dedicada a la *fenomenología didáctica* y otra a la *historia y epistemología*, alineadas con los organizadores 1 y 2 de Moreno (1998). En los cursos de DA y DG, los organizadores 3 y 4 aparecen en la temática *álgebra o geometría escolar*, donde además se plantea un análisis de la utilidad y pertinencia del conocimiento matemático formal para el currículo escolar. En el curso de DF, bajo la temática *funciones como contenido escolar* aparecen los organizadores 3, 4 y 6, incluyendo también el contraste con el contenido escolar. Por otro lado, en los cursos DA y DG, en la temática *tratamiento didáctico del álgebra o geometría escolar* se incluyen los organizadores 6 y 5, junto con el estudio de las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje del contenido, estrategias de enseñanza y aprendizaje, y el diseño de propuestas de enseñanza. En el curso DF, en la temática con mismo nombre, se repiten los mismos contenidos, excepto que solamente se incluye el organizador 5. A lo largo de los documentos analizados, los organizadores se evidencian en diferentes secciones. Por ejemplo, en los objetivos del curso, en el objetivo 7 de DA: "Establecer los modelos y representaciones que se proponen usualmente en álgebra escolar" se evidencia el organizador 4. También se evidencian los organizadores en las sugerencias metodológicas y de evaluación. Es importante señalar que, aunque los nombres de los organizadores aparecen explícitamente en los documentos analizados, en ningún apartado se describe cómo deben interpretarse. Esto deja a criterio del docente encargado del curso decidir si consulta la referencia de Moreno (1998), aunque sería poco probable que lo haga, ya que no se menciona en el plan. Alternativamente, el docente tendría que investigar de forma individual para obtener esta información.

4.1 II etapa: En las transcripciones de entrevistas a docentes se identificaron desafíos en la implementación y desarrollo de los organizadores, así como variaciones en su interpretación. Los principales retos mencionados fueron la falta de tiempo y las deficiencias en los conocimientos matemáticos previos de los FDM. La escasez de tiempo, por ejemplo, limitó el tratamiento de la temática de *historia y epistemología* (organizador 2), reduciéndolo a una lectura (en DA) o un video (en DG). Los conocimientos débiles limitaron el trabajo del organizador 6, ya que para los FDM es difícil identificar, prever o analizar errores que aún ellos mismos cometen. El organizador 1, fue interpretado e implementado de maneras distintas en cada curso. En DA, se sigue la propuesta de Freudenthal, utilizándola para identificar y clasificar errores comunes. En DG, la fenomenología se centra en la interpretación y pertinencia de los contextos, ayudando a reflexionar sobre su viabilidad en el aprendizaje. En DF, se conecta con fenómenos que dan origen a conceptos y se relaciona con la Resolución de Problemas (RP), aplicándose principalmente al diseño de tareas didácticas.

5. Conclusiones: Los cursos de didáctica de la matemática en la formación de futuros docentes muestran variaciones significativas en la interpretación y uso de los organizadores curriculares propuestos por Moreno (1998). Las diferencias en el enfoque de la fenomenología y otros organizadores reflejan adaptaciones que podrían estar asociados a las necesidades específicas de cada área, aunque persisten desafíos relacionados con el tiempo y los conocimientos previos de los FDM. Estas observaciones sugieren la necesidad de unificar criterios y proporcionar lineamientos más claros para optimizar el desarrollo de los cursos y mejorar la preparación de los futuros docentes.

Referencias bibliográficas

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative research journal*, *9*(2), 27-40.

Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2013). Improving mathematics teacher education in Germany: Empirical results from a longitudinal evaluation of innovative programs. International *Journal of Science and Mathematics Education*, 11, 949-97

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. f

Harr N, Eichler A and Renkl A (2014) Integrating pedagogical content knowledge and pedagogical/psychological knowledge in mathematics. *Front. Psychol*. 5:924. https://doi: 10.3389/fpsyg.2014.00924

Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. L., & Lai, Y. (2016). Making progress on mathematical knowledge for teaching. *The Math Enthusiast*, 13(1), 3–34.

Kuckartz, U. (2019). Qualitative Text Analysis: A Systematic Approach. En: Kaiser, G., Presmeg, N. (eds) *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education. ICME-13 Monographs*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_8

Moreno Carretero, M. F. (1998). *Didáctica de la matemática en la Educación Secundaria: manual para la formación inicial del profesorado de secundaria*. Universidad de Almería.

Sødal, A. (2022). A resource approach to mathematics teacher education. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*, February, Bozen-Bolzano, Italy. ⟨hal 03744887⟩

Tatto, M. T., Peck, R., Schwille, J., Bankov, K., Senk, S. L., Rodriguez, M., Ingvarson, L., Reckase, M., & Rowley, G. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary math in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).

ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN DESDE EL CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DE FUTUROS PROFESORES

Jonathan Espinoza González*, Aarón Cordero Guerrero**, Ricardo Poveda Vásquez*

*Universidad Nacional, **Ministerio de Educación Pública

Costa Rica

jonathan.espinoza.gonzalez@una.cr, aaroncg10@outlook.es, ricardo.poveda.vasquez@una.cr

Temática de la propuesta: Saberes del profesor de matemática, creencias e identidad

Nivel educativo de la propuesta: universitaria

Este estudio explora los conocimientos pedagógicos del contenido matemático que utilizan futuros profesores de matemáticas para analizar la enseñanza del concepto de función. Basado en el modelo MTSK y a partir de narrativas que elaboraron los futuros profesores después de observar un video que presenta a un docente cuando enseña este concepto, se identificaron tres perfiles de futuros profesores que indican cómo utilizan sus conocimientos. El perfil más completo enfatiza conocimientos sobre la enseñanza y el aprendizaje o los estándares de aprendizaje, mientras que los otros dos muestran enfoques más limitados o fragmentados. Estos resultados muestran diferentes niveles de competencia en el uso del conocimiento pedagógico por parte de los futuros profesores, lo cual tiene implicaciones directas en la calidad de la enseñanza matemática. La investigación debe continuar explorando estos aspectos para contribuir a una formación docente más efectiva.

Palabras claves: MTSK, conocimiento pedagógico del contenido, funciones, formación inicial.

El conocimiento que poseen los profesores es fundamental para la calidad educativa. Investigaciones recientes han demostrado que un profundo entendimiento del contenido y su pedagogía puede influir significativamente en la forma en que se enseñan y aprenden las matemáticas (Ball, Thames y Phelps, 2019). En particular, el conocimiento pedagógico del contenido es crucial para los futuros profesores de matemáticas, ya que les permite conectar conceptos abstractos con experiencias prácticas y cotidianas; además, ayuda a anticipar las dificultades del estudiantado y a desarrollar estrategias didácticas efectivas (Shulman, 1986, 1987). Al dominar tanto el contenido como las metodologías pedagógicas adecuadas, los docentes estarían mejor preparados para fomentar un aprendizaje significativo y duradero.

Los conceptos básicos de funciones son fundamentales en el currículo de matemática, ya que forman la base para una comprensión más profunda de temas avanzados en matemáticas y ciencias. Por esto, su estudio es fundamental tanto en la matemática teórica como en la aplicada, donde se utiliza para modelar fenómenos cotidianos y naturales. Su universalidad le otorga una gran importancia y un correcto entendimiento del concepto es esencial para su aplicación efectiva (Ugalde, 2013).

Con base en lo anterior, investigar los conocimientos pedagógicos del contenido que utilizan los futuros profesores de matemática es esencial para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos básicos como las funciones. Además, permitirá identificar áreas donde se necesita más formación y desarrollo profesional. En este sentido, este estudio no solo contribuirá a la formación docente, sino que también impactará directamente en la calidad educativa que reciben los estudiantes. Así, en esta comunicación se pretende evidenciar el conocimiento pedagógico que utilizan futuros profesores para analizar la enseñanza del concepto de función.

Este estudio se basa en el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTSK) (Carrillo, Climent, Montes, Contreras, Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Vasco, Rojas, Flores, Aguilar-González, Ribeiro y Muñoz-Catalán, 2018), que se organiza en dos dominios: el conocimiento matemático y el conocimiento pedagógico del contenido, ambos con subdominios y subcategorías. Este modelo es útil para analizar la actuación docente, y en esta investigación se pone énfasis en el dominio del conocimiento pedagógico del contenido.

El conocimiento pedagógico del contenido (PCK) se enfoca en la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos a partir de estándares curriculares. Se organiza en tres subdominios: (1) El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) que refiere al conocimiento de estrategias y tareas para la enseñanza, así como de recursos materiales y virtuales para presentar contenidos matemáticos, (2) El conocimiento de las características del aprendizaje (KFLM) que aborda particularidades del aprendizaje que resultan de las interacciones entre el contenido matemático y los estudiantes, y (3) El conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) que enfoca la delimitación temática y la organización conceptual en un nivel escolar determinado. El KMT abarca estrategias, recursos y tareas para la enseñanza, el KFLM se centra en las formas de aprendizaje, errores, interacciones con el contenido y concepciones del estudiantado y el KMLS incluye la delimitación temática, el desarrollo conceptual y la secuenciación de contenidos en un nivel escolar específico.

Los participantes del estudio son seis futuros profesores de matemática de educación secundaria (FPs) de una universidad pública en Costa Rica en el último año de su formación. Para la recolección de datos, cada FPs observó un video de 10 minutos que muestra a un profesor enseñando los conceptos básicos de una función. Luego, se les solicitó que escribieran una narrativa en la que registraran, de manera secuencial, los aspectos que consideraban relevantes de la enseñanza observada. Así, los datos del estudio son las narrativas elaboradas por los FPs las cuales fueron analizadas utilizando un sistema de categorías y subcategorías del conocimiento pedagógico del MTSK, que permitió clasificar los conocimientos empleados por FPs.

Los resultados del estudio se estructuran en función de los conocimientos pedagógicos del contenido del MTSK que los FPs utilizan para analizar la enseñanza del concepto de función.

Se identificaron tres perfiles: (1) FPs que emplean todos los tipos de conocimientos sobre la Enseñanza de la Matemática y algunos del Aprendizaje de las Matemáticas o de los Estándares de Aprendizaje (FP1, FP4 y FP6), (2) FPs que usan algunos conocimientos sobre la Enseñanza y sobre el Aprendizaje de la Matemática (FP2 y FP5) y (3) FPs que utilizan algunos conocimientos sobre la Enseñanza, el Aprendizaje y los Estándares de Aprendizaje (FP3).

Perfil 1. FPs que usan todos los conocimientos del KMT y algunos del KFML o KMLS.

En este perfil los FPs emplean conocimientos sobre (i) metodologías, medios y tareas para la enseñanza del KMT y (ii) formas de aprendizaje, fortalezas y limitaciones del KFML o contenidos que se requieren enseñar del KMLS. Por ejemplo, el FP6 resalta dos métodos de enseñanza del docente: uno que consiste en enfatizar palabras claves en la definición de función, lo que "permite a los estudiantes entender la definición en su totalidad" y otro que "promueve la participación del alumnado por medio de preguntas generadoras". El FP1, por su parte, subraya la importancia del orden en la pizarra, especialmente al utilizar representaciones icónicas, al indicar que el profesor no señala en la pizarra "cuál es el ejemplo y cuál la definición" del concepto, demostrando así conocimiento sobre la eficiencia en el uso de medios como la pizarra. Por otro lado, el FP4 utiliza su conocimiento sobre tareas para la enseñanza al destacar que el docente "plantea un ejemplo de función con 2 conjuntos que representan una idea natural para los estudiantes (un ejemplo cotidiano, real)" resaltando la cercanía de la situación planteada con la realidad del estudiantado. Además, el FP4 reconoce una posible manera para facilitar la aprehensión del concepto de función al destacar que "el docente plantea la definición de función y el concepto formal de una forma más simple con un lenguaje más coloquial pero sin perder los elementos fundamentales de la definición". El FP4 también destaca la potencialidad del uso de diagramas de Ven para el aprendizaje de las funciones ya que "el estudiante puede hacer la relación entre la definición escrita en prosa con la representación". Finalmente, el FP6 subraya que el docente informa al estudiantado sobre las habilidades que esperan que adquieran, demostrando su conocimiento de los estándares de aprendizaje y su comprensión de los temas que deben promoverse al enseñar el concepto de función, según las normativas curriculares del país.

Perfil 2. FPs que usan algunos conocimientos sobre el KMT y el KFLM.

Los FPs de este perfil usan conocimientos sobre: (i) metodologías y tareas para la enseñanza del KMT y (ii) formas de aprendizaje, fortalezas y limitaciones o concepciones de los alumnos sobre las matemáticas del KFLM. Por ejemplo, el FP5 señala que la metodología del profesor limita la exposición de los argumentos de alumnado, ya que "solo pregunta el por qué cuando los estudiantes contestan erróneamente". También usa su conocimiento sobre tareas matemáticas para indicar que "el ejemplo es apropiado para comprender el concepto de función". Además, este EP identifica una posible dificultad en el aprendizaje del concepto de función al señalar "me da la curiosidad sobre si todos los estudiantes han comprendido". Finalmente, señala la influencia de las concepciones en el aprendizaje al observar que "son dos o tres estudiantes los que contestan sus preguntas”, incluso a preguntas sencillas, lo que refleja una posible falta de interés o comprensión de parte del estudiantado.

Perfil 3. FPs que usan algunos conocimientos sobre el KMT, KFLM y KMLS.

El FPs de este perfil usa conocimientos sobre: (i) metodologías y tareas de enseñanza del KMT; (ii) fortalezas y limitaciones del KFLM y (iii) contenidos que se requieren enseñar del KFLM. Por ejemplo, el FP3 reconoce la estrategia del docente de sintetizar las características clave de una definición, señalando que “es bueno como una vez explicada la definición de función […] trata de resumir de nuevo el concepto”. Además, usa su conocimiento sobre tareas para destacar que “tal vez el ejemplo es muy general […] hubiese puesto uno más sencillo para evidenciar que habían comprendido”, también el FP3 reconoce la potencialidad del tema de función al destacar que “es importante como a través de ejemplos de la vida cotidiana evidencia el concepto de función”, acercando así el aprendizaje al estudiantado. Por último, este EP muestra dominio del contenido que se quiere enseñar al mencionar que el docente “deja claro lo que se pretende que aprendan los estudiantes del tema”.

Los resultados del estudio sobre los conocimientos pedagógicos del contenido (PCK) que utilizan FPs de matemáticas para analizar la enseñanza del concepto de función revelan tres perfiles que reflejan la diversidad de los conocimientos sobre la enseñanza, aprendizaje y estándares de aprendizaje. Los FPs del Perfil 1 poseen una comprensión más integral sobre la enseñanza del concepto de función al enfatizar el uso de conocimientos sobre la enseñanza y a la vez demuestran un enfoque holístico y reflexivo hacia la enseñanza al utilizar también conocimientos de los subdominios del KFLM o KMLS. Los FPs del Perfil 2 muestran limitaciones en el análisis realizado ya que emplean algunos conocimientos del KMT o del KFLM; mientras que el FP del Perfil 3 posee un conocimiento fragmentado, pero equilibrado del PCK, al usar conocimientos del KMT, KFLM y KMLS para destacar aspectos relevantes de la enseñanza de las funciones

Este estudio contribuye a la comprensión de los conocimientos que poseen los futuros profesores y sugiere mejoras en la formación docente, lo que repercute en la calidad educativa en matemáticas. Además, sirven de base para futuras investigaciones que busquen entender cómo estos profesores en formación utilizan sus conocimientos pedagógicos para analizar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Referencias bibliográficas

Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2019). *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?* Journal of Teacher Education, 70(2), 133-145.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher’s Specialised Knowledge (MTSK) Model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association, 15*(2), 4-14. Recuperado de http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-23. Recuperado de https://hepgjournals.org/doi/abs/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Ugalde, W. (2013). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza y aprendizaje. *Revista digital: Matemática, Educación e Internet, 14*(1), https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i1.1564

PERSPECTIVAS COMPLEMENTARIAS: REFLEXIÓN A TRAVÉS DE LOS MODELOS TPACK Y CCDM

Yuri Morales-López*,**; Adriana Breda*; Vicenç Font*; Ricardo Poveda Vásquez**
Universitat de Barcelona*, Universidad Nacional**
España*, Costa Rica**
ymorales@una.ac.cr, adriana.breda@ub.edu, vfont@ub.edu, ricardo.poveda.vasquez@una.cr

Temática de la propuesta: Aproximaciones y perspectivas teóricas en la investigación de la Matemática Educativa

Nivel educativo de la propuesta: Universidad (19 o más años).

Resumen

Este estudio explora cómo dos futuras docentes reflexionan al analizar una clase virtual de matemáticas, utilizando los modelos TPACK (Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido) y CCDM (Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticos). El TPACK resalta el uso adecuado de la tecnología en la enseñanza mediante la integración de conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido, mientras que el CCDM, basado en el Enfoque Ontosemiótico, analiza competencias didáctico matemáticas, destacando, entre varias herramientas teóricas, la idoneidad didáctica. Se aplicó una metodología cualitativa con dos participantes que desarrollaron indicadores para evaluar una clase virtual. Los resultados muestran que el TPACK, por sí mismo, no ofrece muchos aspectos de la instrucción matemática, mientras que el CCDM permite un análisis más profundo. Se sugiere combinar ambos enfoques para mejorar la formación docente en la integración de tecnología en la enseñanza de matemáticas.

Palabras claves: TPACK, CCDM, reflexión, competencias, conocimientos.

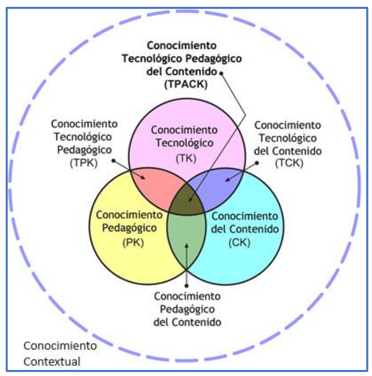
1. Introducción

Este estudio examina cómo los docentes reflexionan al analizar situaciones de una clase virtual de matemáticas, utilizando indicadores basados en dos modelos teóricos distintos. Una de las docentes en formación desarrolló indicadores fundamentados en el modelo TPACK (Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido) (Mishra y Koehler, 2006), mientras que otra empleó el modelo CCDM (Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticos) (Godino et al., 2016), basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS). El propósito es comparar estas dos aproximaciones para generar nuevas ideas que promuevan una integración efectiva de la tecnología en la enseñanza de matemáticas. A continuación, se ofrece una descripción resumida de ambos modelos.

2. Marco teórico

El modelo TPACK destaca la importancia del conocimiento docente, subrayando que los profesores son responsables de asegurar el uso adecuado de la tecnología en el aula. Este modelo propone tres dominios principales de conocimiento: tecnológico (TK), pedagógico (PK) y del contenido (CK), además de tres subdominios que resultan de la intersección entre estos: conocimiento tecnológico-pedagógico (TPK), conocimiento tecnológico del contenido (TCK) y conocimiento pedagógico del contenido (PCK), alineado con el trabajo de Shulman (1986, 1987). Ver figura 1.

Figura 1. Esquema de dominios y subdominios del TPACK.

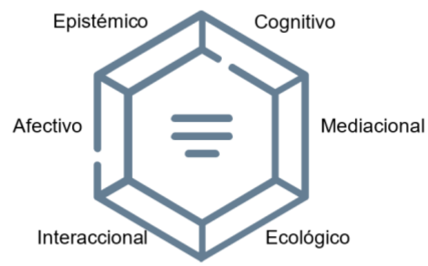


Fuente: http://www.tpack.org. Copyright free.

Finalmente, el modelo define un dominio integrador, el conocimiento tecnológico-pedagógico del contenido (TPACK), que surge de la intersección de los tres dominios principales.

Por otro lado, el modelo CCDM, derivado del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la enseñanza de las matemáticas (EOS), busca integrar las competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de los docentes. Este modelo pone especial énfasis en la relación entre competencias y conocimientos, identificando dos competencias principales y varias subcompetencias. Entre estas, destaca la subcompetencia de valoración de la idoneidad, que consiste en la capacidad para evaluar y analizar la adecuación didáctica (ID), con el fin de emitir juicios profesionales sobre situaciones de planificación, ejecución y evaluación de la enseñanza. La ID se desglosa en seis criterios: epistémico (CE), cognitivo (CC), interaccional (CI), mediacional (CM), afectivo (CA) y ecológico (CEc). Ver figura 2.

Figura 2. Criterios de Idoneidad Didáctica del EOS.



Fuente: Diseño propio, basado en Godino et al. (2007).

3. Metodología

Se empleó un enfoque cualitativo en este estudio. Entre agosto y noviembre de 2022, dos estudiantes del quinto año de la Licenciatura en Enseñanza de Matemáticas de una universidad en Costa Rica (profesores en formación - PMSF) participaron en un ciclo formativo de 8 semanas. La primera parte del curso abordó el sistema de organización del conocimiento de Shulman (1986, 1987) y otros enfoques relacionados con la educación matemática. En la segunda parte, una de las estudiantes se centró en el TPACK, mientras que la otra se especializó en el EOS, CCDM y los criterios de idoneidad (ID). Posteriormente, se les pidió analizar una clase virtual sobre funciones, impartida por tres docentes durante la pandemia de COVID-19. Como tarea, debían elaborar indicadores para evaluar la clase y luego redactar una reflexión a partir de estos indicadores.

4. Análisis

La primera participante, que utilizó el TPACK, propuso varios aspectos para evaluar diferentes dominios: ocho para PK, cinco para CK, TK, TPK y TPACK, siete para PCK, y cuatro para TCK. Por su parte, la segunda participante, siguiendo los criterios de ID del CCDM, definió seis aspectos para CE, cuatro para CC y CM, cinco para CA y CI, y tres para CEc. La Tabla 1 presenta ejemplos de las producciones de ambas participantes, donde se muestra una creación original y una adaptación de cada modelo.

Tabla 1. Ejemplos sobre las producciones de indicadores de los participantes respecto a cada modelo.

Participante 1 (TPACK)			Participante 2 (CCDM)		
Dominio y	Creación propia	Adaptación o copia textual (indicador)	Criterio	Creación propia	Adaptación o copia textual (indicador)

Conocimiento pedagógico	Capacidad de adaptar la enseñanza de acuerdo con las bases previas de los estudiantes.	Maneja adecuadamente los errores, para generar un nuevo punto de partida para el aprendizaje.	Mediacional	Utiliza recursos tecnológicos de acuerdo con la clase virtual y libres.	Utilización de software dinámicos como GeoGebra para promover la visualización.

Fuente: Elaboración propia.

Es relevante destacar que, en el desarrollo de estos elementos, se identifican dos niveles distintos. En el enfoque TPACK, se prioriza la identificación de situaciones concretas, mientras que en los criterios de ID se promueve un análisis más profundo y reflexivo. Aunque un modelo incluye más elementos que el otro, esta diferencia no parece ser significativa según la evidencia recogida.

La primera PMSF estructuró su análisis en torno a los dominios y subdominios del TPACK, utilizando varios de los indicadores que había definido, aunque algunos de ellos se relacionaban de manera indirecta. Esto podría deberse a que el TPACK no proporciona herramientas detalladas para un análisis descriptivo.

En el caso del CCDM, la segunda PMSF abordó todos los aspectos mencionados, destacando la gestión de errores y la representación de la complejidad del tema. Reconoció el valor del CE al observar cómo el docente utilizó los errores para mejorar las explicaciones, especialmente en el uso del lenguaje matemático. En cuanto al CC, observó que, aunque se consideraron los conocimientos previos, los estudiantes seguían teniendo dificultades. Respecto al CI, notó una falta de énfasis en los conceptos clave y destacó la importancia de la participación activa de todos los estudiantes. Para CA y CEc, simplemente señaló la presencia o ausencia de los indicadores.

5. Conclusiones

Los resultados muestran que el TPACK, por sí solo, no es suficiente para guiar a los PMSF en una reflexión completa sobre las clases. Los indicadores del TPACK presentan limitaciones para cubrir todos los aspectos de una clase de matemáticas. En cambio, el uso de la ID permite una descripción más profunda, aunque no proporciona pautas específicas para clases virtuales. Se sugiere combinar ambos enfoques para mejorar la formación docente en matemáticas. Además, se pueden conectar los dominios del TPACK y los criterios del CCDM mediante la idoneidad didáctica, estableciendo relaciones entre el conocimiento pedagógico, matemático y el criterio epistémico. Asimismo, los criterios mediacional, interaccional y afectivo, aunque no están claramente vinculados en el TPACK, podrían mejorar la reflexión sobre el uso de la tecnología en la educación matemática.

6. Reconocimiento

Esta investigación se llevó a cabo en el contexto del proyecto PID2021-127104NB-I00 (MICIU/AEI/10.13039/501100011033) FEDER una manera de hacer Europa, y es un producto directo de la investigación doctoral de Yuri Morales-López en el programa "Didàctica de les Ciències, les Llengües, les Arts i les Humanitats" de la Universitat de Barcelona, España.

7. Referencias bibliográficas

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM – Mathematics Education, 39*(1–2), 127–135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: El modelo CCDM. In C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, Juan A. Macías, A. Jiménez, M. T. Sánchez, P. Hernández, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX*, (pp. 257−265). Málaga: SEIEM.

Mishra, P. y Koehler, J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for Teacher Knowledge. *Teachers college record, 108*(6), 1017−1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4−14. https://doi.org/10.3102/0013189x015002004

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–23. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

TALLERES

TikZ: Arte y Matemática en 2D para Usuarios de LaTeX

Kenner Ordóñez Lacayo
Universidad de Costa Rica
Costa Rica
kenner.ordonez@ucr.ac.cr

Temática: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel: Secundaria o Universidad

Resumen

Este taller abordará los conceptos esenciales para la creación de documentos con simbología matemática y el diseño de figuras geométricas y gráficas bidimensionales mediante el paquete TikZ en LaTeX. Los participantes aprenderán a integrar de forma eficiente y elegante las representaciones visuales y matemáticas dentro de sus documentos, perfeccionando sus habilidades en LaTeX para aplicaciones educativas y profesionales. Este taller es ideal para usuarios de LaTeX que buscan mejorar sus capacidades gráficas.

Palabras claves: TikZ, LaTeX, Figuras geométricas, Gráficas 2D, Simbología matemática.

1. Introducción

En este taller se desarrollarán elementos necesarios para crear figuras geométricas y gráficas bidimensionales directamente en el sistema de software LaTeX (latex-project.org), esto con el fin de cumplir con el siguiente objetivo.

1.1 Objetivo General

Facilitar a las personas participantes las nociones básicas de graficación con LaTeX, para que puedan generar figuras bidimensionales con la resolución adecuada para su uso en materiales de cursos, presentaciones y carteles, entre otros.

Para garantizar el cumplimiento de este objetivo y la temática del taller se proponen los siguientes objetivos específicos.

1.2 Objetivos Específicos

1. Brindar herramientas generales para el uso de LaTeX, incluyendo la modificación del formato del documento y el ajuste de tamaño y tipo de fuente.
2. Aplicar macros de LaTeX para trazar secuencias de figuras geométricas, textos y colores.
3. Usar macros de LaTeX para generar figuras con características obtenidas aleatoriamente.

4. Implementar conjuntos de macros de LaTeX para graficar ejemplos de funciones reales de variable real.
5. Utilizar macros de LaTeX para crear figuras geométricas euclídeas.
6. Incorporar ejemplos prácticos y aplicaciones reales de las figuras creadas en contextos educativos y profesionales.

Por la naturaleza del taller y los objetivos planteados, a continuación, se indica la población ideal a la cual está dirigido.

1.3 Población Meta

Docentes y estudiantes en formación con conocimientos básicos en LaTeX.

2. Metodología

Para un mejor aprovechamiento del taller, cada participante deberá contar con una computadora que tenga preinstalado LaTeX y conexión a internet para la actualización de paquetes. De ser posible, la organización debería facilitar un laboratorio con estas características. Se recomienda utilizar MikTeX (miktex.org) combinado con texstudio (texstudio.org), ambos actualizados. En caso de que no sea posible cumplir con estas condiciones, se utilizará Overleaf (overleaf.com).

Inicialmente, se verificará que los participantes y sus computadoras cumplan con los requisitos necesarios. Luego, se procederá a una breve introducción magistral del sistema LaTeX. Posteriormente, se presentarán las características de macros para resolver situaciones-problemas planteadas a los participantes, relacionadas con las temáticas del taller. Se asignará tiempo para que cada participante realice las tareas, con asistencia disponible para consultas. Finalmente, se presentarán algunos de los resultados obtenidos y se promoverá el diálogo entre los participantes para crear figuras útiles para sus materiales de cursos o proyectos.

IMPLEMENTACIÓN DEL ENFOQUE DE AULAS HETEROGÉNEAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

Rolando Navarro Rodríguez, Rebeca Polo

Yeshiva Jajam Sion Levy

Panamá

rolnava@gmail.com, direccionlaica@yeshivaharsinaipanama.com

Temática de la propuesta: Enseñanza de la matemática y prácticas educativas

Nivel educativo: secundaria

Resumen: El enfoque de aulas heterogéneas está centrado en la diversidad y la equidad, y busca ofrecer a los estudiantes múltiples trayectos de aprendizaje adaptados a sus intereses y estilos de aprendizaje individuales. Los docentes podrán experimentar y reflexionar sobre metodologías que favorezcan la inclusión y la autonomía de sus estudiantes.

Palabras claves: aulas heterogéneas, inclusión, estrategias pedagógicas, aprendizaje significativo.

El enfoque de aulas heterogéneas surge como una respuesta educativa que reconoce y valora la diversidad de los estudiantes, promoviendo un aprendizaje inclusivo y equitativo. Este enfoque está alineado con los principios de equidad y justicia educativa, donde el aula se convierte en un espacio inclusivo que respeta las diferencias individuales y maximiza el potencial de cada estudiante (Anijovich, 2014; Gimeno Sacristán, 2000). La heterogeneidad, como explica Gimeno Sacristán (2000), implica aceptar que cada alumno trae consigo un conjunto único de experiencias, habilidades y necesidades de aprendizaje que requieren estrategias diferenciadas y flexibles.

La educación tradicional fue criticada en las últimas décadas del siglo XX debido a su tendencia a ignorar la diversidad en el aula. Como señalan Anijovich y Cappelletti (2014), los avances en pedagogía y en ciencias cognitivas demuestran que una enseñanza uniforme no responde a los variados estilos, ritmos e intereses de los estudiantes. Según Anijovich (2004), los enfoques inclusivos que reconocen la singularidad de cada estudiante permiten que "todos puedan aprender", lo que implica una revalorización de las prácticas docentes y un cambio de paradigma en el rol del educador.

La propuesta de aulas heterogéneas está influenciada por teorías socioculturales y constructivistas que destacan la importancia de adaptar la enseñanza a las particularidades del estudiante. Vygotsky (1978) enfatizó la idea de la Zona de Desarrollo Próximo, que señala la distancia entre lo que un estudiante puede hacer independientemente y lo que puede lograr con ayuda. Este concepto respalda la necesidad de ofrecer niveles de apoyo adecuados para cada alumno, facilitando así su progreso hacia una mayor autonomía.

Asimismo, investigaciones en psicología cognitiva, como las de Bruner (1966), resaltan la importancia de adaptar el contenido a los contextos y necesidades de los estudiantes. Para Bruner, el aprendizaje es más efectivo cuando el estudiante puede relacionar el nuevo conocimiento con experiencias previas, algo que es viable cuando el docente emplea estrategias diversas y contextualizadas (Bruner, 1966).

En esta línea, Anijovich (2014) destaca que la gestión de un aula heterogénea requiere que el docente implemente actividades que respondan a diferentes niveles de competencia y a los intereses personales de los estudiantes. Esto incluye el uso de métodos de evaluación que permitan valorar el progreso individual de cada estudiante, en lugar de una evaluación única y estandarizada (Ferrarelli, 2020).

Objetivos:

1. Comprender los principios del enfoque de aulas heterogéneas y su aplicación en la educación secundaria.

2. Reflexionar sobre el rol docente en la promoción de la autonomía y la equidad en el aprendizaje.

3. Diseñar actividades diferenciadas que respondan a las necesidades y capacidades individuales de los estudiantes.

4. Experimentar con herramientas tecnológicas y estrategias prácticas para la implementación del enfoque en el aula.

Metodología: El taller se dividirá en dos sesiones en las que se desarrollaran actividades propias del enfoque de aulas heterogéneas.

La primera sesión se estructurará en torno a un panel de expertos en funciones reales de variable real. Los participantes analizarán cómo este tema puede ser presentado de manera diversa en el aula, considerando distintas habilidades y niveles de comprensión. Los participantes tendrán la oportunidad de discutir con los expertos, formular preguntas y explorar formas de adaptar el contenido para hacer más accesible y significativo el aprendizaje para todos los estudiantes.

La segunda sesión se organizará en cinco estaciones de aprendizaje sobre funciones reales de variable real. Los participantes rotarán cada 15 minutos, explorando distintos enfoques y herramientas. Las estaciones incluirán actividades que promuevan la experimentación con herramientas tecnológicas como la calculadora científica y GeoGebra, permitiendo a los docentes explorar el papel de la tecnología en la enseñanza diferenciada. Cada estación ofrecerá diferentes niveles de complejidad, garantizando así la aplicación práctica de los principios del enfoque de aulas heterogéneas.

Referencias bibliográficas:

Anijovich, R. (2014). Gestionar una escuela con aulas heterogéneas: enseñar y aprender en la diversidad. Paidós.

Anijovich, R., & Cappelletti, G. (2014). Todos pueden aprender: hacia una pedagogía de la diversidad. Paidós.

Bruner, J. S. (1966). Toward a Theory of Instruction. Harvard University Press.

Ferrarelli, M. (2020). La Práctica Innovadora Vital en educación y el enfoque de Aulas Heterogéneas. Revista Iberoamericana de Docentes.

Gimeno Sacristán, J. (2000). La construcción del discurso acerca de la diversidad y sus prácticas. Aula de Innovación Educativa.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. Harvard University Press.

ELABORACIÓN DE MATERIALES DIGITALES COMO APOYO PARA CONTRARRESTAR LA ANSIEDAD MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES

Román Serrano Clemente

Bachillerato General Oficial Cadete Juan Escutia, SEP

Universidad La Salle Puebla

Universidad del País INNOVA

México

clemente1008@gmail.com

Temática: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos
Población meta: docentes de educación preescolar, primaria, secundaria y universidad
Modalidad: presencial

Resumen

Los sistemas educativos, tienen más que nunca la necesidad de apoyarse en medios tecnológicos y contribuir en la mejora del proceso educativo, por tanto, los materiales y actividades creados a partir de recursos digitales facilitan el proceso de aprendizaje. Su incorporación en el aprendizaje de las Matemáticas resulta de gran apoyo, ya que se favorece la construcción de ambientes de aprendizaje amigables, interesantes, dinámicos, activos y creativos y que cuyo beneficio radica en que pueden contrarrestar el efecto de la ansiedad matemática que sufren los estudiantes y mejorar su percepción y su rendimiento académico. Existen diversos recursos y plataformas para ese fin, que no solo posibilitan la implementación de materiales en línea sino también proporcionan materiales que se puedan imprimir y ser trabajados en el aula, por tanto, se pretende que los docentes puedan tener el rol de prosumidores en donde creen materiales propios, desarrollando con ello su creatividad, sus habilidades, capacidades y competencias tecnológicas.

Palabras claves

Competencia digital, recursos multimedia, matemáticas lúdicas, matemáticas dinámicas, ansiedad matemática, clases amigables

La ansiedad matemática, de manera general, es un estado de tensión, nerviosismo o rechazo a diversas tareas que tengan que ver con la asignatura de matemática, y que es originada por diversos factores. Entre los factores más relevantes se encuentra el diseño de clases tradicionales que generan ambientes de aprendizaje rígidos, tediosos y aburridos, por ello, la inclusión de actividades generadas con recursos digitales brinda una perfecta oportunidad para generar clases amigables y con ello ambientes de aprendizaje dinámicos y activos con el fin de contrarrestar los efectos de la ansiedad matemática.

El uso de la tecnología educativa o recursos digitales en el proceso de aprendizaje no es una práctica nueva, su uso en las clases cotidianas y en especial de matemáticas, son cada día más frecuentes y por tanto su incorporación en las clases ha crecido exponencialmente. Es muy común que la clase de matemáticas esté rodeada de mitos, y muchos de ellos involucran directamente el tipo de actividades que se presentan durante la clase. Sin embargo, existe un gran número de recursos tecnológicos que pueden apoyar a la elaboración de materiales multimedia y que pueden hacer más atractivos la adquisición de conceptos, la práctica de ejercicios, la colaboración en la construcción de temas, etc., convirtiendo al docente, como lo menciona González (2013), en prosumidor (p.89).

El presente taller está orientado a conocer y usar algunas herramientas digitales, y qué, aunque son generales, se pueden emplear para facilitar, fortalecer y hacer más dinámica, didáctica y lúdica la clase de Matemáticas, favoreciendo con ello, la construcción de mejores ambientes de aprendizaje y que contrarresten los efectos de la ansiedad matemática que puede tener el estudiante.

Se espera que el participante tenga un desarrollo pleno generando ambientes de confianza y desarrollo de habilidades básicas digitales lo que dará como resultado la construcción y elaboración actividades rápidas y de uso a corto plazo como son: **fichas de estudio interactivas**, **rompecabezas, crucigramas y sopas de letra**, **nubes de palabras**, **videojuegos básicos** (figura 1), que siempre resultan ser atractivos para los estudiantes harán que al mismo tiempo que realiza ejercicios, aprende un concepto nuevo, etc., desarrolla destrezas, motivación y habilidades digitales y **escenarios virtuales** (figura 2) a partir de la generación de ambientes en realidad virtual que le ofrecerá a los estudiantes una experiencia inmersiva y entretenida para aprender conceptos o realizar ejercicios.

Todos los recursos y actividades descritas son adaptables cumpliendo otro de los resultados que se pretenden alcanzar que es, el que los participantes puedan incorporarlas de manera efectiva en su planeación, secuencia, guía didáctica o plan de clase, ya que se pueden usar en cualquier momento del desarrollo de ésta.

Materiales digitales

Figura 1. Videojuegos básicos

Fuente: Elaboración propia

Figura 2. Realidad virtual

Fuente: Elaboración propia

Estas creaciones serán el resultado de su participación durante el taller y con ellas se sentarán las bases para profundizar, interactuar y construir otros materiales de utilidad en su práctica cotidiana de clase, a mediano y largo plazo que requieran el desarrollo de competencias digitales más específicas y que puedan adaptarlas a su contexto de trabajo. Para la elaboración de materiales se propone la estrategia de trabajo cooperativo, en donde el ponente orientará y acompañará en el paso a paso la elaboración de los materiales, teniendo la ventaja que, al ser herramientas de uso sencillo y materiales de creación inmediata, se pueden retroalimentar y con ello mejorar las producciones hechas durante las sesiones, por tanto se requiere de un aula con acceso a internet y computadoras o en caso dado, un lugar con acceso internet ya que los docentes participantes deben llevar su computadora personal. El diseño de recursos digitales forma puntos clave de las Metodologías de Gamificación, Microlearning y M - learning, las cuales aportan a la contextualización del conocimiento. Este taller no tiene restricción a algún nivel educativo, ya que pueden construirse materiales para estudiantes de cualquier edad, género y contenido matemático.

Referencias Bibliográficas.

González G. Karolina, Rincón C. Diego A. (2013). El docente-prosumidor y el uso crítico de la web 2.0 en la educación superior. *Sophia*, *9*, 86 – 101. https://www.redalyc.org/pdf/4137/413740750006.pdf

Orellana, J., Erazo, J. (2021). Herramientas digitales para la enseñanza de las matemáticas en pandemia: usos y aplicaciones de docentes. *Episteme Koinonia, 4* (8), 109 – 128 https://doi.org/10.35381/e.k.v4i8.1348

Ward, S., Inzunza, S., Palazuelos, J. (2020). Uso de recursos digitales por profesores de matemáticas en secundaria: un estudio exploratorio. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 21* (1), 1 – 17. https://doi.org/10.18845/rdmei.v21i1.5345

ORIENTACIONES PARA PROMOVER EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO CON METODOLOGÍA ACTIVA

Vilmar Gomes da Fonseca; Miriam Alexandrino da Silva Fonseca

Instituto Federal de Rio de Janeiro, Escola Municipal Costa Rica - RJ

Brasil

vilmar.fonseca@ifrj.edu.br, miriam.alexandrino@gmail.com

Temática de la propuesta: Pensamiento algebraico

Nivel educativo de la propuesta: Educación Primaria

Resumen:

El desarrollo del pensamiento algebraico es uno de los principales objetivos de la enseñanza del álgebra en la escuela, desde los primeros años de la educación primaria, con el fin de mejorar la comprensión de los conceptos algebraicos. Sin embargo, muchos alumnos tienen dificultades para aprender álgebra, en parte debido a la naturaleza abstracta de las simbologías algebraicas y al desarrollo inadecuado de este tipo de pensamiento. Esta situación se ve agravada por prácticas pedagógicas que se limitan a la exposición de contenidos y a la repetición de procedimientos. Este taller pretende reconocer y movilizar los principios que orientan el desarrollo del pensamiento algebraico en la educación primaria, utilizando tareas matemáticas que integren el uso de metodología activa. Durante el taller, se busca fortalecer las competencias profesionales de los docentes, capacitándolos para crear prácticas que promuevan el pensamiento algebraico en el aula. Las actividades se organizarán en tres sesiones: teórica, exploratoria y práctica, basadas en las orientaciones teóricas y prácticas del *Early Algebra*.

Palabras claves: Early Algebra, Pensamiento Algebraico, Tareas matemáticas, Metodologías activas.

1. Introdução

El desarrollo del pensamiento algebraico es reconocido como uno de los principales objetivos de la enseñanza del álgebra en la escuela. Promover este tipo de pensamiento ha sido ampliamente estudiado en Educación Matemática debido a las dificultades que enfrentan los estudiantes para comprender los conceptos algebraicos, particularmente en la educación primaria, conocidos como *Early Algebra* (Blanton & Kaput, 2005; NCTM, 2000). Cuando la enseñanza de estos conceptos se limita a la exposición de contenidos y repetición de procedimientos, sin construir significados ni conectar con las representaciones subyacentes, las dificultades suelen ser aún mayores (Chimoni, Pitta-Pantazi & Christou, 2020).

Esto enfatiza la importancia de una enseñanza que integre los tres aspectos esenciales del pensamiento algebraico: representar, razonar y resolver problemas (Ponte, Branco & Matos, 2009). Además, reconocemos la importancia de las tareas matemáticas que integran metodologías activas, como la rotación de estaciones, los juegos didácticos y el Flipped Classroom, en la enseñanza de las matemáticas. Estos enfoques crean un escenario atractivo e innovador que favorece el aprendizaje y fomenta la participación activa de los alumnos (Bacich & Moran, 2018). Nuestra experiencia en diversos proyectos y contextos de investigación confirma que la aplicación de estas metodologías favorece el desarrollo del pensamiento algebraico.

Por ello, proponemos un taller que pretende fortalecer las competencias profesionales de los docentes en el diseño de tareas que integren metodologías activas, permitiéndoles crear prácticas que promuevan el pensamiento algebraico en el aula.

2. Objetivos

Este taller tiene tres objetivos específicos: i) identificar las concepciones de los profesores sobre los conceptos teóricos clave asociados al pensamiento algebraico y las metodologías que pretenden promoverlo; ii) estimular a los profesores a reflexionar sobre su práctica en la enseñanza del *Early Algebra* y permitirles diseñar tareas que favorezcan el pensamiento algebraico y el uso de metodologías activas; y iii) crear espacios de reflexión y cooperación entre profesores e investigadores, promoviendo el desarrollo científico y la innovación en la enseñanza del álgebra en la educación primaria.

3. Metodología

Este taller ofrece una experiencia de desarrollo profesional para docentes e investigadores en educación primaria, basada en los principios propuestos por Ponte (2014). La experiencia se organiza en tres tipos de actividades (Tabla 1):

Tabla 1. Descripción de las actividades que tendrán lugar en el taller

Actividades	Descripción
Exploratorias	consiste en la indagación de las concepciones de los participantes sobre el tema y en la discusión de tareas (y su resolución) que promuevan el pensamiento algebraico y el uso de metodologías activas.

Teóricas	consiste en momentos de definición conceptual que sustentan el marco de referencial que fundamenta el taller.
Prácticas	implicar en la producción de los participantes del taller, en cuanto a la movilización de los principios que orientan el diseño de tareas asociadas con la temática del taller.

4. Referencias Bibliográficas

Bacich, L., & Moran, J. (Orgs.). (2018). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education,* 36(5), 412–446. http://www.jstor.org/stable/30034944

Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2020) The impact of two different types of instructional tasks on students' development of early algebraic thinking. *Journal for the Study of Education and Development*, 44(3), 1-50. https://doi.org/10.1080/02103702.2020.1778280

National Council of Teachers of Mathematics - NCTM (2000*). Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

Ponte, J. P., Matos, A., & Branco, N. (2009). Álgebra no Ensino Básico. Lisboa, Ministério da Educação – DGIDC.

Ponte, J. P. (2014). Formação do professor de Matemática: Perspetivas atuais. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 351-368). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

ANÁLISIS Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES CON CLASSPAD.NET Y CASIO LACW

Salomón Chaves Cascante, Rolando Navarro Rodríguez

EducaLabCR, Casio Costa Rica, Universidad Internacional San Isidro Labrador

Costa Rica, Panamá

salomon.chaves.cascante@educalabcr.com, rolnava@gmail.com

Temática de la Propuesta: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel Educativo de la Propuesta: Secundaria y Universidad

Resumen

Este taller tiene como objetivo capacitar a los docentes en el uso de **ClassPad.net** y la **calculadora Casio LA CW** para la representación y análisis de funciones matemáticas en distintos niveles educativos. Se abordarán funciones lineales, cuadráticas y exponenciales mediante actividades contextualizadas que fomenten la interpretación de datos en tiempo real. Además, se enseñará cómo utilizar estas herramientas para implementar evaluaciones adaptativas, personalizando el aprendizaje y promoviendo una experiencia educativa efectiva en el aula.

Palabras clave: Tecnología educativa, ClassPad.net, evaluación adaptativa, funciones matemáticas, Casio LACW.

Introducción

En la actualidad, el uso de herramientas tecnológicas como la calculadora científica Casio LA CW y la plataforma ClassPad.net ha transformado la enseñanza y el aprendizaje de funciones matemáticas en niveles de secundaria y universidad. La integración de estos recursos en el aula no solo facilita el análisis y la representación gráfica de funciones, sino que también permite una interacción en tiempo real con los datos, promoviendo así una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos. Según CASIO Education (2023), ClassPad.net proporciona un entorno dinámico que facilita la manipulación de variables y la representación visual de resultados, lo que ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades de razonamiento matemático y a visualizar los efectos de cambios en parámetros específicos de las funciones.

La calculadora Casio LA CW, por su parte, es una herramienta accesible y potente que permite a los estudiantes resolver problemas aplicados de funciones, lo cual es esencial para la enseñanza de matemáticas contextualizadas y adaptativas. González (2021) destaca que la incorporación de tecnologías de evaluación adaptativa en el aula mejora la personalización del aprendizaje, ajustándose al ritmo y nivel de cada estudiante. Esta tecnología educativa, en conjunto, no solo motiva a los estudiantes, sino que también apoya a los docentes en la implementación de metodologías innovadoras que se alinean con los objetivos curriculares actuales, tal como lo señala el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012), quien fomenta el uso de recursos que promuevan el aprendizaje activo y participativo en la enseñanza de las matemáticas.

Objetivos del Taller

1. Capacitar a los docentes en el uso de la calculadora Casio LA CW para resolver problemas aplicados de funciones.
2. Fomentar el uso de ClassPad.net para la representación gráfica y el análisis de funciones en tiempo real.
3. Implementar estrategias de evaluación adaptativa que se ajusten al rendimiento de los estudiantes y promuevan el aprendizaje personalizado.

Metodología

El taller está estructurado en dos sesiones de 1.5 horas cada una:

Primera sesión: Se brindará una introducción a ClassPad.net, abordando la creación de gráficos de funciones y manipulación de variables. Los docentes trabajarán en la representación gráfica de funciones y el análisis de puntos críticos.

Segunda sesión: se trabajará en la implementación de la calculadora científica Casio LACW para resolver problemas prácticos y análisis comparativo de funciones. Los docentes aplicarán estrategias de evaluación adaptativa para ajustar sus metodologías.

Material requerido:

Cada participante debe llevar una laptop con conexión a internet, una cuenta activa en ClassPad.net y acceso a la calculadora Casio LA CW. Además, se proporcionarán guías digitales y rúbricas de ejemplo.

Referencias Bibliográficas

Carvajal-Jiménez, V., y Ruiz-Badilla, S. (2016). *Escuela Normal de Costa Rica: Historia y legado*. Revista Electrónica Educare, 20(1), 1–18. https://doi.org/10.15359/ree.20-1.21

Valverde, A., Araya, A., y Picado, M. (2019). *Programas de formación inicial de docentes de matemáticas en Costa Rica: la perspectiva de la Universidad Pública*. En J.R Marinho (Ed.), *Formación de profesores de matemática* (pp. 85-107).

Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012). *Programa de Estudio de Matemáticas para la Educación General Básica y Diversificada*. San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública. Recuperado de https://www.mep.go.cr/programas-estudio

CASIO Education. (2023). *ClassPad.net: A Dynamic Platform for Learning Mathematics*. Recuperado de https://classpad.net/landing/home/index?login=true

González, M. (2021). *Evaluación adaptativa en educación matemática: Estrategias para una enseñanza personalizada*. *Mathematics Education Journal*, 34(4), 489-510. https://doi.org/10.1080/10511970.2021.1945124

IA Y CLASSPAD.NET: OPTIMIZA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO CON EVALUACIÓN ADAPTATIVA

Dr. Salomón Fernando Chaves Cascante

EducaLabCR

Casio Costa Rica

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica

Universidad Internacional San Isidro Labrador

Costa Rica

salomon.chaves.cascante@educalabcr.com, casioacademico@casiostore.cr, salomon.chaves.cascante@mep.go.cr, salomon.chaves.cascante@gmail.com

Temática de la propuesta:
14. Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo de la propuesta:
Primaria, Secundaria y Universidad

Resumen:
Este taller avanzará en el diseño curricular para la enseñanza de la matemática mediante la inteligencia artificial (IA) y ClassPad.net, enfocándose en cómo optimizar la planificación y evaluación a través de metodologías adaptativas. Los docentes participantes aprenderán a diseñar lecciones matemáticas flexibles y a implementar evaluaciones que no solo midan el aprendizaje, sino que ajusten dinámicamente el nivel de dificultad según el rendimiento del estudiante. Con el apoyo de IA, este taller permitirá a los participantes construir un entorno de aprendizaje basado en la personalización y el seguimiento detallado del progreso, promoviendo una experiencia educativa más profunda y eficaz en matemáticas.

Palabras clave:
Inteligencia artificial en educación, ClassPad.net, currículo matemático, evaluación adaptativa, planificación avanzada

1. Objetivos del taller

Desarrollar competencias en el uso del Test Builder y ClassPad.net para la creación de evaluaciones personalizadas que se adapten automáticamente al nivel de desempeño del estudiante.

Capacitar a los docentes en la elaboración de rúbricas automatizadas y detalladas, que faciliten la evaluación objetiva y continua del aprendizaje matemático.

Integrar planes mensuales de matemática con IA, permitiendo a los docentes ajustar el currículo basado en los datos de rendimiento obtenidos a lo largo del tiempo.

Fomentar el uso de herramientas de IA para personalizar las metodologías de enseñanza, mejorando la efectividad y el alcance de las prácticas pedagógicas.

2. Metodología del taller

El taller se desarrollará en dos sesiones de 1.5 horas cada una, con actividades teóricas y prácticas que permiten una inmersión en las herramientas y metodologías basadas en IA.

Primera sesión (1.5 horas): Diseño de planes mensuales y evaluación con Test Builder y ClassPad.net

Exploración de ClassPad.net y Test Builder: Los participantes recibirán una introducción práctica a estas herramientas, aprendiendo a diseñar lecciones y evaluaciones adaptativas que personalicen el aprendizaje según el nivel de cada estudiante.

Creación de planes mensuales de matemática: Se enseñará a los docentes a estructurar sus planes mensuales con el apoyo de IA, integrando actividades y evaluaciones progresivas que respondan a los objetivos de aprendizaje establecidos.

Práctica de diseño curricular personalizado: Los docentes desarrollarán un plan de lección y un esquema mensual de actividades utilizando ClassPad.net y las funcionalidades de Test Builder, optimizando la estructura curricular para fomentar el aprendizaje activo y autónomo.

Discusión en grupo: Análisis de ejemplos de cómo la IA puede facilitar el ajuste continuo del currículo en función de los datos obtenidos de los estudiantes.

Segunda sesión (1.5 horas): Evaluación y retroalimentación personalizada con rúbricas y herramientas de IA

Construcción de evaluaciones adaptativas: Usando el Test Builder, los docentes aprenderán a generar evaluaciones dinámicas, ajustando el nivel de dificultad de las preguntas de acuerdo con el progreso y necesidades de cada estudiante.

Elaboración de rúbricas automatizadas: Los participantes diseñarán rúbricas detalladas para evaluar el aprendizaje matemático de forma continua y personalizada, con ayuda de IA para garantizar la objetividad y consistencia en la evaluación.

Retroalimentación formativa instantánea: Uso de IA para generar retroalimentación inmediata y detallada en las evaluaciones, promoviendo la mejora continua del rendimiento estudiantil.

Análisis de datos y ajuste metodológico: Los docentes aprenderán a interpretar los resultados obtenidos de las evaluaciones para ajustar sus prácticas y planes de lección, asegurando que el enfoque educativo responda a los avances y desafíos del aprendizaje individual.

3. Material requerido:

Cada participante debe traer su laptop con conexión a internet, una cuenta activa en ClassPad.net y acceso a Test Builder. Además, se proporcionarán materiales adicionales, guías digitales y rúbricas de ejemplo durante el taller.

4. Población Meta

Este taller está dirigido a docentes de matemática de secundaria y universidad, así como a formadores de futuros docentes que buscan actualizar sus conocimientos en la aplicación de IA para la enseñanza y evaluación de matemáticas de manera personalizada y efectiva.

5. Actividades de Evaluación

Autoevaluación inicial: Antes de comenzar, se aplicará una breve autoevaluación para identificar el nivel de conocimiento previo en el uso de IA, Test Builder y ClassPad.net, personalizando así la experiencia del taller.

Evaluación formativa entre pares: Los participantes compartirán sus avances y productos durante el taller, recibiendo retroalimentación de sus compañeros para mejorar su práctica pedagógica.

Evaluación final mediante un proyecto práctico: Al final del taller, cada docente presentará un plan de lección y una evaluación adaptativa creados en Test Builder y

ClassPad.net, evaluados mediante una rúbrica que mida innovación, personalización y eficacia en la retroalimentación.

6. Referencias Bibliográficas

Carvajal-Jiménez, V., y Ruiz-Badilla, S. (2016). *Escuela Normal de Costa Rica: Historia y legado*. Revista Electrónica Educare, 20(1), 1–18. https://doi.org/10.15359/ree.20-1.21

Valverde, A., Araya, A., y Picado, M. (2019). *Programas de formación inicial de docentes de matemáticas en Costa Rica: la perspectiva de la Universidad Pública*. En J.R Marinho (Ed.), Formação de professores de matemática (pp. 85-107).

Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012). *Programa de Estudio de Matemáticas para la Educación General Básica y Diversificada*. San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública. Recuperado de https://www.mep.go.cr/programas-estudio

CASIO Education. (2023). *ClassPad.net: A Dynamic Platform for Learning Mathematics*. Recuperado de https://classpad.net/landing/home/index?login=true

IMPLEMENTACIÓN DE GEOGEBRA EN EL DISEÑO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE BASADAS EN LA GAMIFICACIÓN

Rolando Navarro Rodríguez; Danny Ramírez Lobo

Yeshiva Jajam Sion Levy, Universidad Nacional de Costa Rica

Panamá, Costa Rica

rolnava@gmail.com, danny.ramirez.lobo@una.cr

Temática de la propuesta: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Nivel educativo de la propuesta: Secundaria

Resumen: El uso de herramientas lúdicas para el aprendizaje de las matemáticas ha tenido un papel fundamental para que los estudiantes logren, además de ser autodidactas, desarrollar habilidades de competitividad y trabajo en equipo. Este taller permite al docente crear desde cero una actividad sobre el tema de la ecuación de la circunferencia y sus variantes contextualizado en un juego popular entre los estudiantes, para que pueda ser utilizada en sus lecciones. La gamificación ha demostrado ser una herramienta efectiva en la enseñanza de la matemática y el GeoGebra se ha ganado un lugar privilegiado para la creación de este tipo de situaciones de aprendizaje.

Palabras claves: Gamificación, GeoGebra, Circunferencia, Traslación de una circunferencia.

1. Introducción

El estudio de las circunferencias, su ecuación y sus transformaciones puede contextualizarse con múltiples escenarios, incluyendo los videojuegos que tanto llaman la atención de los estudiantes. Las estrategias gamificadas suelen ser eficientes para capturar el interés y despertar sus habilidades analíticas en búsqueda de las reglas del juego; esto podría aprovecharse para que los estudiantes se den a la tarea de observar, analizar, conjeturar y comprobar las relaciones de causa y efecto presentes tanto en el juego como en el trasfondo matemático del mismo.

2. Aspectos teóricos

La Gamificación consiste en una estrategia pedagógica que intenta aprovechar el potencial educativo y emocional de las actividades lúdicas para favorecer y mejorar el aprendizaje por parte de los estudiantes bajo la premisa de “aprender jugando” (Torres-Toukoumidis y Romero-Rodríguez, 2018, p. 62). El principio fundamental es plantear actividades que demanden a los participantes desarrollar procesos de pensamiento y articular conocimientos previos con el fin de avanzar o ganar un juego.

En investigaciones previas los estudiantes comentan sobre la gamificación “que este tipo de aprendizaje es muy enriquecedor, pues ellos fueron capaces de descubrir los conocimientos por sí mismos de manera autodidacta y utilizarlos de manera práctica" (Mora, Pizarro y Ramírez, 2016, p. 78) lo anterior deja entrever que la gamificación tiene un papel fundamental para que los estudiantes disfruten del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Mencionan además Villalustre y del Moral (2015) que la gamificación es más que un juego, se requiere también la asignación de puntos, presentación de desafíos y niveles o premios para que el interés vaya en aumento y se entienda como un reto la obtención de puntos y el avance.

Este taller representa una propuesta para la enseñanza de la geometría analítica, específicamente el tema de círculos y circunferencias. Los docentes participantes en el taller crearán un juego en el que su objetivo es que los estudiantes manipulen la herramienta de manera lúdica, pero al mismo tiempo logren conocer y aplicar la ecuación de la circunferencia para avanzar en los niveles del juego.

Según Marrón y Vivaracho (2018) "el entorno lúdico a la hora de realizar actividades aumenta de forma considerable la motivación de los alumnos, su rendimiento, su nivel de implicación y, por ende, el nivel de aprendizaje" (pág. 8) que es sin duda un objetivo de cualquier docente de matemáticas al impartir sus lecciones, de ahí la necesidad de crear espacios propicios para este fin en la clase de matemáticas. De igual manera, el programa de estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública (2012) respalda el uso de la tecnología como herramienta didáctica para el aprovechamiento de recursos alternativos que favorezcan la interacción estudiante-conocimiento e incentiven a los estudiantes a involucrarse más activamente en el proceso de gestión de su propio aprendizaje. (pág. 37)

3. Metodología de trabajo

El taller propuesto contempla básicamente tres etapas: un sondeo introductorio para determinar las experiencias de los participantes con el uso de GeoGebra, sus conocimientos sobre Gamificación y sus estrategias didácticas habituales para el abordaje de los temas relacionados con la ecuación de la circunferencia y sus transformaciones. Luego, una presentación de la situación de aprendizaje gamificada y de las herramientas de GeoGebra a utilizar en la construcción del applet lúdico; y finalmente, la guía de trabajo que permitirá a los participantes recrear el juego y familiarizarse con el diseño de estos applets interactivos.

Para la realización del taller, se facilitará a los participantes una lista de indicaciones paso a paso, aunque siempre es la creatividad del usuario a la que se debe dar prioridad.

Los participantes harán uso de herramientas como deslizadores, botones de acción y cajas de verificación que permitirán emular los controles de un juego.

4. Referencias bibliográficas

Marrón, A. M. P., & Vivaracho, C. E. (2018). Gamificación en el aula: Gincana de programación. *ReVisión*, *11*(1), 8.

Mora, F., Pizarro, E. & Ramírez, D. (2016). Experiencia docente en la Enseñanza de la Probabilidad por habilidades matemáticas en décimo año. Memoria del X Festival Internacional de Matemática. Costa Rica. ISBN 978-9968-641-45-6.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). Programas de estudio de Matemáticas. Autor.

Torres-Toukoumidis, A., & Romero-Rodríguez, L. M. (2018). Aprender jugando. La gamificación en el aula. Educar para los nuevos medios, 61-72.

Valda, F. & Arteaga, C. (2015). Diseño e implementación de una estrategia de gamificación en una plataforma virtual de educación. *Fides et Ratio - Revista de Difusión cultural y científica de la Universidad La Salle en Bolivia*, *9*(9), 65-80. Recuperado en 29 de mayo de 2023, de http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2071-081X2015000100006&lng=es&tlng=es

Villalustre, L. & Moral Pérez, E. del. (2015). Gamificación: Estrategia para optimizar el proceso de aprendizaje y la adquisición de competencias en contextos universitarios. Digital Education Review, 27, 13-31.

ELEMENTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICOS DE TEXTOS MATEMÁTICOS ANTIGUOS PARA EXPLORACIONES DE AULA

Luis Alberto López-Acosta; Fabián Wilfrido Romero Fonseca

Universidad de Costa Rica

Costa Rica

luis.lopezacosta@ucr.ac.cr, fabian.romero@ucr.ac.cr

Historia en Educación Matemática

Secundaria (12 a 18 años), Universidad (19 o más años)

Resumen: En este taller se busca analizar la obtención de elementos para exploraciones didácticas basadas en estudios histórico-epistemológicos. Se mostrarán consideraciones teóricas de análisis de documentos matemáticos antiguos desde una perspectiva socioepistemológica para extraer información que permita repensar la enseñanza y el aprendizaje de los temas matemáticos considerados. Se explorarán diversas estrategias y herramientas para interpretar y contextualizar estos documentos, considerando su contexto de significación. Los participantes también aprenderán a identificar conceptos, métodos y problemas matemáticos presentes en estos documentos y a relacionarlos con los currículos actuales. Se propondrán algunas consideraciones para integrar los resultados de los estudios históricos-epistemológicos en el diseño de actividades didácticas para explorar la construcción de conocimiento, con la intención de generar una comprensión más profunda y contextualizada de los conceptos matemáticos.

Palabras claves: Estudios Histórico-Epistemológicos, Exploraciones Didácticas, Socioepistemología, Geometría Analítica, Serie de Fourier.

1. Estudios Históricos-Epistemológicos

Dentro la Educación Matemática se ha dejado ver la importancia que los Estudios Históricos-Epistemológicos representan para comprender, no solo la estructura y razón de ser de las matemáticas, como conocimiento científico, sino también para tener miradas más comprensivas y menos simplistas del quehacer matemático en el aula. Muchos de estos estudios buscan arrojar luz respecto del entendimiento sobre cómo las nociones matemáticas surgieron, cómo evolucionaron y cómo ciertos problemas pueden persistir en culturas y períodos de tiempo específico (Gallardo, 2001). Uno de los aspectos más relevantes para el aula es la formulación de preguntas que permiten tomar decisiones sobre qué aspectos de la cultura matemática pueden ser puestos en funcionamiento al enseñar matemáticas (Kidron, 2016). Específicamente, Tzanakis y Arcavi (2000) destacan que el estudio y reconstrucción de temas específicos vía la historia permite también identificar las motivaciones subyacentes a la introducción de nuevos conocimientos matemáticos, advertir dificultades y obstáculos que podrían aparecer en el salón de clase, sensibilizarse y tolerar formas no convencionales o idiosincráticas de resolución y expresión de problemas, así como reconsiderar la complejidad de ciertos conceptos que pudieran parecer simples.

2. Dos ejemplos de Estudios Históricos-Epistemológicos y exploraciones didácticas

En este taller se compartirán dos ejemplos de EHE sustentados en la Teoría Socioepistemológica, los cuales abordan dos temáticas matemáticas diferentes. El primero de ellos es el de López-Acosta (2023), centrado en el surgimiento de las ecuaciones con parámetros durante el Renacimiento en los trabajos de Viète y Descartes. El segundo trabajo es el de Romero-Fonseca (2020), centrado en la serie trigonométrica de Fourier.

Dentro de la Socioepistemología los EHE buscan la determinación de los *contextos de significación*, los cuales son explicaciones de distintos niveles contextuales (López-Acosta, 2023; López-Acosta, 2022) que enmarcan el surgimiento de las nociones matemáticas.

2.1 Exploraciones didácticas

Las exploraciones didácticas que se mostrarán provienen de las reflexiones epistemológicas resultades de los EHE de López-Acosta (2023), Farfán y Romero (2019) y Romero-Fonseca (2020) para profundizar en los procesos de construcción de conocimiento matemático asociados a las nociones matemáticas de referencia en cada estudio. Se explicitarán los aspectos metodológicos que fundamentaron el diseño de estas secuencias de actividades para realizar las exploraciones, así como las reflexiones derivadas de ambos procesos, los EHE y las exploraciones didácticas para cada caso.

Referencias bibliográficas

Gallardo, A. (2002). Historical-epistemological análisis in mathematics education: two Works in didactics of algebra. En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, y R. Lins, *Perspectives on School Algebra* (pp. 121-139). Dordrecht: Kluwer.

Farfán, R. y Romero, F. (2019). Situación de aprendizaje para la serie trigonométrica de Fourier desde la teoría socioepistemología. Acta Scientiae, 21(2), 28-48. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5019

Kidron, I. (2016). Epistemology and networking theories. *Educational Studies in Mathematics, 91*, 149–163.

López-Acosta, L.A., & Montiel-Espinosa, G. (2022). Emergencia de las ecuaciones paramétricas en Viète y Descartes. Elementos para repensar la actividad analítica-algebraica. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias, 17(*3), pp. 539-559 https://doi.org/10.14483/23464712.17062

López-Acosta, L. A. (2023). *Análisis algebraico de Viète y Descartes: la ecuación paramétrica y la algebrización de la geometría. Un acercamiento epistemológico y lingüístico-multisemiótico* [Tesis doctoral, Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN]. Repositorio Cinvestav. https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/4291

Romero-Fonseca, F. W. (2020). *Sobre los procesos de generalización en entornos de construcción social de conocimiento: el caso de la serie trigonométrica de Fourier* [Tesis doctoral, Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN]. Repositorio Cinvestav. https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/4040

Tzanakis, C., Arcavi, A., Correia de Sa, C., Isoda, M., Lit, C.-K., y Niss, M. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. En J. Fauvel, y J. Van Maanen (Edits.), *History in mathematics education: The ICMI study* (Vol. 6, pp. 201-240). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

LA INTELIGENCIA ARTIFICAL: UN ALIADO EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

Román Serrano Clemente

Bachillerato General Oficial Cadete Juan Escutia, SEP

Universidad La Salle Puebla

Universidad del País INNOVA

México

clemente1008@gmail.com

Temática: Enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos
Población meta: docentes de educación preescolar, primaria, secundaria y universidad
Modalidad: presencial

Resumen

El crecimiento y avance de la tecnología ocurre de manera vertiginosa y en todos los sentidos se debe estar preparado para conocer si dichos avances tienen impacto en la educación. La inteligencia artificial (IA) ha tenido un desarrollo exponencial desde los 90, y en estos últimos años, ha invadido todos los sectores del mundo, incluyendo el educativo. Los mitos alrededor de las clases de Matemáticas, las refieren como aburridas, difíciles, generadores de sentimientos de rechazo y tensión; sin embargo, la IA puede servir para desmitificar dichas clases y ser un aliado en la creación de buenos espacios de aprendizaje. Las herramientas de IA generan entornos interactivos y dinámicos, como simulaciones, juegos educativos y resoluciones automáticas de problemas, que sin duda contribuye a que el aprendizaje sea atractivo y comprensible. La IA fomenta la curiosidad y el deseo de aprender, haciendo que las matemáticas se conviertan en una experiencia estimulante y divertida.

Palabras claves

Competencia digital, inteligencia artificial, recursos digitales, motivación e interés matemático, matemáticas dinámicas, clases amigables

A pesar de que no existe una definición general para indicar lo que es la inteligencia artificial (IA), se concibe a grandes rasgos como como la habilidad y capacidad de un ordenador, red de ordenadores o red de robots controlados por ordenadores para realizar las tareas comúnmente asociadas a seres humanos inteligentes (Cabanelas, 2019), es otras palabras, se define como la capacidad de una máquina para imitar procesos cognitivos humanos, como la resolución de problemas, el aprendizaje y la toma de decisiones (Russell & Norvig, 2016).

En el ámbito educativo, la IA ha comenzado a jugar un papel cada vez más relevante ya que transforma la manera en la que los docentes enseñan y los estudiantes aprenden. Su integración en las aulas no solo facilita la personalización del aprendizaje, sino que también permite un acceso más rápido y eficiente a recursos, adaptando el contenido a las necesidades específicas de cada alumno (Zawacki-Richter et al., 2019). Sin embargo, dados estos avances, surge la necesidad de establecer códigos de ética que guíen su uso responsable, como los propuestos por la UNESCO (2021), que subrayan la importancia de salvaguardar la privacidad, la equidad y la transparencia en la toma de decisiones educativas basadas en IA. Entre las ventajas de incluir esta tecnología en las clases se encuentran la posibilidad de ofrecer un aprendizaje adaptativo, fomentar la motivación a través de herramientas interactivas, y desarrollar habilidades de pensamiento crítico en los estudiantes (Holmes et al., 2021). La implementación adecuada de la IA puede, así, convertirse en un catalizador para una educación más inclusiva, equitativa y eficaz.

Cómo se ha mencionado en otras ocasiones, la mala percepción que se tiene de las clases de matemáticas es generada por diversos factores, y todos ellos convergen a los mitos que se han dado alrededor de esta disciplina. El uso de recursos generados por IA tiene la pretensión de cambiar, en la medida de lo posible, dicha percepción. Por ello, el incorporarlas a las clases cotidianas no debería ser motivo de discrepancia, sino por el contrario, se debe visualizar que son herramientas que se tienen para hacer más amigables las clases, generar mejores y nuevas actividades y cambiar la percepción de docentes y principalmente de los alumnos. Para generar los recursos a partir de la IA, el docente debe echar mano de su preparación, creatividad y precisión para construir los prompts correctos y que con ello tenga la información que requiere.

El presente taller esboza el uso de algunas herramientas de IA que generan actividades dinámicas, cuya finalidad es, en la medida de lo posible, proponer clases interesantes y atractivas y cambiar la percepción que se tiene de la asignatura. Se pretende que, como parte de los resultados de las sesiones, los participantes construyan algunos materiales para que puedan usarlos de manera inmediata en sus clases. Las herramientas digitales serán de software libre, entre las que destacan, ChatGPT, Poe, Jenni, Gamma, Whimsical, Suno, Vidnoz, Bing, Copilot, Ideogram, Fliki, entre otras.

Se espera que el participante tenga un aprendizaje enriquecedor al generar actividades rápidas y de uso a corto plazo como son: **ideas estructuradas de actividades y proyectos, mapas y presentaciones**, **imágenes diversas**, **canciones** (figura 1), que contiene en su letra conceptos clave o específicos matemáticos que sean utilizados como preparativo de una clase o como conclusión de la misma, a partir de un medio que tenga el ritmo y género de gusto del estudiante y **videos cortos** (figura 2) que apoyen al estudiante a conocer un tema, repasar un concepto o clarificar otro, con personajes y voces que hagan captar mejor su atención hacia los temas que se pretenden aprender.

Materiales generados por IA

Figura 1. Canciones

Fuente: Elaboración propia

Figura 2. Videos cortos

Fuente: Elaboración propia

Estas creaciones serán el resultado de su participación durante el taller y con ellas se sentarán las bases para profundizar, interactuar y construir otros materiales de utilidad en su práctica cotidiana de clase, a mediano y largo plazo que requieran el abordaje de IA más específicas y que puedan adaptarlas a su contexto de trabajo. Para la implementación del taller se requiere de un aula con acceso a internet y computadoras o en caso dado, un lugar con acceso internet wifi en donde los participantes puedan llevar su computadora personal. Los materiales creados se pondrán en práctica en las clases cotidianas ya que se apoyan en los principios de las estrategias de aprendizaje basado en nuevas tecnologías y trabajo colaborativo. Este taller no tiene restricción a algún nivel educativo, ya que pueden construirse materiales para estudiantes de cualquier edad, género y contenido matemático.

Referencias Bibliográficas.

Cabanelas, J. (2019). Inteligencia artificial ¿Dr. Jekyll o Mr. Hyde? *Mercados y negocios*, 40, 1 – 13.

https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=571860888002

Zawacki-Richter, O., Marín, VI, Bond, M., y Gouverneur, F. (2019). Revisión sistemática de la investigación sobre aplicaciones de inteligencia artificial en la educación superior: ¿dónde están los educadores? *Revista internacional de tecnología educativa en la educación superior, 16*, (39), 1 – 27. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0

FORMATO DE LA PROPUESTA DE TALLER JUEGOS DE MESA ABSTRACTOS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Erick Fernando Reyes Lopez

Universidad de San Carlos de Guatemala

Guatemala

201213803efpem@gmail.com

enseñanza de la matemática con tecnología y otros recursos

Secundaria y Universidad

Resumen:

Los juegos de mesa como tales poseen un bagaje rico en historia, engranajes socio-antropológicos, lúdicos y socio-educativos para el ser humano y su evolución a través del tiempo.

Dentro de los juegos de mesa, que hoy en día se diseñan mas de 2000 juegos al año, existe una clasificación peculiar: los juegos de mesa abstractos; que en su diseño y mecanismo se han vuelto objeto de estudio y responden muy bien a una rama de la matemática llamada teoría de juegos combinatorios. Donde además, la acción de interactuar en este tipo de juegos es muy similar a la resolución de un problema matemático.

Partiendo de lo anterior, es factible y cómodo introducir el uso de los juegos de mesa abstractos en el aula de matemática y también como disciplinas estipuladas dentro de los deportes mentales de cualquier nivel educativo o no educativo, región geográfica y edad; debido a la facilidad con que estos se pueden adaptar al currículo y al clima organizacional del quehacer escolar; así como también al clima cultural/deportivo de cualquier sociedad moderna.

Palabras clave:

Juego, combinatoria, problematización, lúdica, abstracción, deportes mentales.

Población:

Estudiantes y profesores de cualquier disciplina

Objetivos:

Durante la ponencia se pretende abordar los siguientes pilares:

-Aspectos históricos de los juegos de mesa abstractos

-Los juegos de mesa abstractos como objetos de estudio de la matemática

-Los juegos de mesa abstractos y su utilidad en el aula de matemática

-Los juegos de mesa abstractos como disciplina deportiva

Metodología:

-Activa

-Taller participativo

Referencias bibliográficas:

Neto, J. P. (2013). *Mathematical Games, Abstract games.* New York: DOVER.

Peters, A. (2007). *Combinatorial Game Theory.*

Reale, C. (2021). Sulla definizione di giochi astratti . *Il fogliaccio degli astratti*, 4-9.